

文章编号: 1000-4750(2013)02-0458-06

陶瓷材料热冲击开裂机理与裂纹间距预报

武小峰, 王 鹏, 蒋持平

(北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 该文研究陶瓷材料热冲击开裂机理和热冲击裂纹的分布规律。1mm 厚的 99Al₂O₃ 陶瓷薄片的水淬实验显示: 裂纹间距随热冲击温差增大而减小, 在同一热冲击温差下, 5 个试件中的各个裂纹间距与平均间距的偏差不超过 7%。理论上, 结合传热学和力学方法, 计算了热冲击过程中试件的瞬态温度场和应力场, 阐述了陶瓷材料热冲击条件下的开裂机理。以裂纹间距和深度作为变量, 利用最小能量原理, 发展了热冲击裂纹间距预报的有限元方法。由于从文献获得的毕渥数数据分散度很大, 并且难以直接测量, 因此发展了“间接测量法”, 逆向估计了实验过程中的毕渥数, 并在其他温度点获得了与实验吻合很好的裂纹间距数值预报结果。该文的研究对深入理解陶瓷材料的热冲击失效机制, 对陶瓷材料的改性和研制有重要的意义。

关键词: 陶瓷材料; 热冲击; 裂纹间距; 最小能量原理; 间接测量法

中图分类号: O346.1⁺1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.08.0508

CRACKING MECHANISM AND PREDICTION OF CRACK SPACING OF CERAMICS UNDER THERMAL SHOCK

WU Xiao-feng, WANG Peng, JIANG Chi-ping

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The cracking mechanism and crack distribution law of thermally shocked ceramics were studied. The water quenching experiment of 99Al₂O₃ ceramic specimens with thickness of 1mm showed that the spacing of cracks decreased with the increase of thermal shock temperature differences. The difference between individual crack spacing and the average spacing didn't exceed 7% in 5 specimens at the same thermally shocked temperature difference. The transient temperature field and stress field were calculated by combining heat transfer and mechanical theory, and the cracking mechanism of ceramics under thermal shock was studied. A finite element method for predicting thermal shock crack spacing was developed by using the minimum energy principle with the crack spacing and depth as variables. In view of large dispersity of the Biot number in references and its difficulty in direct measure, an "indirect measure method" was put forward, the Biot number in experiment was inversely estimated, and the numerical predictions at other temperature differences which agreed well with experimental results were obtained. The present research provides help for deeply understanding the failure mechanism of ceramics under thermal shock, improving the performance and designing new ceramics.

Key words: ceramic material; thermal shock; crack spacing; minimum energy principle; indirect measure method

陶瓷材料以其优异的耐高温、抗氧化和抗腐蚀等性能而广泛应用于航空航天和其他工业领域, 但

其固有的脆性易于引发灾难性事故, 严重制约了陶瓷材料优异性能发挥。事故分析表明^[1], 陶瓷构

收稿日期: 2011-08-08; 修改日期: 2012-02-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(10972020, 11172023, 11061130550)

通讯作者: 蒋持平(1948—), 男, 湖南人, 教授, 博士, 博导, 从事断裂与损伤力学、计算力学和复合材料力学方面的研究 (E-mail: jiangchiping@buaa.edu.cn).

作者简介: 武小峰(1987—), 男, 山西人, 硕士生, 从事热力耦合研究(E-mail: wuxiaofeng253@ase.buaa.edu.cn);

王 鹏(1985—), 男, 江西人, 硕士, 从事热力耦合研究(E-mail: wangpeng_1111@yahoo.cn).

件和结构失效的原因主要包括两类：热冲击和接触损伤，其中由热冲击导致的陶瓷构件失效占到约1/3。例如美国哥伦比亚航天飞机失事就是由于其表面陶瓷隔热瓦受热冲击剥落导致的。随着陶瓷材料在极端环境下的应用不断扩展，对陶瓷材料热冲击开裂的研究日益重要。

陶瓷材料热冲击开裂研究可追溯到20世纪50年代，Kingery^[2]分析了脆性材料热冲击应力，提出了抗热冲击断裂理论。该理论认为材料内部出现大于材料强度的热应力则材料瞬时断裂破坏。Hasselmann^[3]从能量观点出发提出了陶瓷材料抗热冲击损伤理论。这一理论认为，当裂纹生成和扩展所释放的应变能达到能支付其生成和扩展过程中耗散的断裂能时，裂纹形成并扩展。Bahr等人^[4]结合实验，研究了陶瓷材料热冲击出现规则裂纹分布的现象。Song等人^[5-7]通过分析热冲击过程中的温度场和应力场，提出临界毕渥数的概念，反映了陶瓷材料受热冲击的敏感性。张士元等人^[8]利用非傅里叶热传导模型分析了陶瓷涂层单边裂纹的力学问题。Han和Wang^[9]研究了考虑温度依赖性质的陶瓷热冲击阻力。Jenkins^[10]基于最小能量原理，发展了预报热冲击裂纹深度和间距的数值方法。他同时指出，现有的数值方法仍然难以用来预报实际构件的裂纹间距和深度。

显然发展能够用于预报实际裂纹构型的数值方法对于深化陶瓷材料热冲击失效机理的研究，指导新型陶瓷的设计研制都具有十分重要的意义。这是本文的研究目的。

作者发现，在数值预报中，材料高温物性参数的测定是一个难点，如对流换热毕渥数，相关手册数据分散度达到一个数量级，这对实际材料热冲击裂纹间距和深度的预报带来了很大困难。为此，本文发展了“间接测量法”，即通过测量一个热冲击温度下的裂纹间距，反过来估计毕渥数，然后再利用此毕渥数去预报其余温度下的裂纹间距，获得了与实验相吻合的理论预报结果。

1 陶瓷水淬实验

文献[4]中的陶瓷试件较厚，热冲击裂纹呈现复杂的三维构型，不便于测量和分析。为了机理探讨的方便，本文设计了薄陶瓷试件以获取二维裂纹。将99Al₂O₃陶瓷材料(基本物性参数见表1)制备成50×10×1mm³的薄片试件，然后打磨光滑，按图1

所示的方式5个一组叠放。为了使试件水淬温度场为二维，需将试件宽的侧面与冷却水隔离，为此在试件两侧再各叠放一厚陶瓷片(见图1)，最后用耐高温的镍合金线在距试件两端3mm~4mm处进行绑定。

表1 99Al₂O₃陶瓷的基本物性参数^[11]

Table 1 Basic physical parameters of 99Al₂O₃

参数名	数值	参数名	数值
热导率 $\lambda/(W/(m \cdot K))$	20	弹性模量 E/GPa	370
密度 $\rho/(kg/m^3)$	3980	泊松比 ν	0.22
比热 $c/(J/(kg \cdot K))$	880	热膨胀系数 α/K^{-1}	6.8×10^{-6}
抗拉强度 σ_t/MPa	180	断裂能 $\gamma_f/(J/m^2)$ ^[12]	20

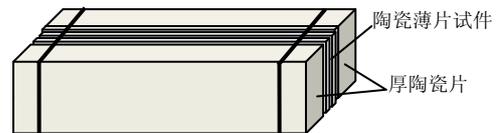
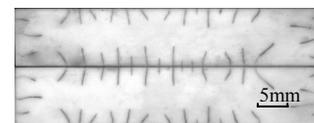


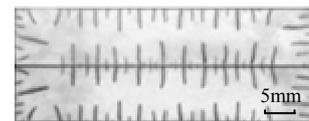
图1 实验试件捆绑示意图

Fig.1 Sketch map of bound samples for thermal shock

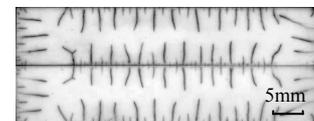
将捆绑好的试件以10°C/min的加热速度加热到预设温度后保温大约15min，然后迅速置入15°C的水中进行水淬实验。在3个预设温度300°C，400°C，500°C下各进行了5组实验。图2给出了每个温度下各一个试件热冲击开裂照片，其中上、下两面为同一个试件的2个侧面。



(a) $T_0=300^\circ C$



(b) $T_0=400^\circ C$



(c) $T_0=500^\circ C$

图2 水温 $T_\infty=15^\circ C$ ，试件初始温度 T_0 分别为300°C、400°C、500°C时陶瓷薄片水淬实验开裂图

Fig.2 Thermal shock crack patterns on the surfaces of the sheet quenched in water at initial temperature of 300°C, 400°C, 500°C, and water temperature of 15°C

2个侧面裂纹基本相同，说明的确是二维穿透裂纹。裂纹垂直于边缘向里扩展。排除边界效应，在距两端10mm以外的地方，裂纹分布相当均匀，最大间距与平均间距的偏差不超过7%。同时裂纹

间距与预设温度呈确定关系，温度越高间距越小。此外，还可以观察到裂纹分布呈现长短相间的分级构型。陶瓷薄片试件裂纹间距随预设温度的变化见表 2。

表 2 陶瓷薄片试件裂纹平均间距

Table 2 The average spacing of cracks appeared on the surfaces of ceramic sheets

预设温度/(°C)	平均间距与偏差/mm
300	2.16±0.10
400	1.22±0.08
500	0.77±0.05

2 热冲击瞬态温度场与应力场

2.1 基本公式

为了深入研究上节实验的现象和规律，考虑图 3 所示宽度为 $2L$ 的长条陶瓷薄板，建立图 3 所示坐标系。平板初始温度为 T_0 ，在 $t=0$ 时刻，平板上表面、下表面($z=\pm L$)处突然受到温度为 T_∞ 的恒温介质对流热冲击。

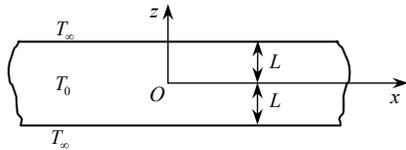


图 3 上下表面受对流热冲击示意图

Fig.3 Sketch map of upper and lower surfaces suffering convectional thermal shock

平板两边对称受热，板内温度分布以其中心截面为对称面。考虑对称性，对于 $z \geq 0$ 的半平板，导热微分方程和定解条件为：

$$\frac{\partial T}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 T}{\partial \bar{z}^2}, \quad 0 < \bar{z} < 1, \bar{t} > 0 \quad (1)$$

$$T(\bar{z}, 0) = T_0, \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=0} = 0 \quad (3)$$

$$Bi \cdot (T - T_\infty) = \left. \frac{\partial T}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=1} \quad (4)$$

其中无量纲参量 $\bar{z} = z/L$ ， $\bar{t} = \kappa t/L^2$ ， $Bi = hL/\lambda$ 为毕渥数， $\kappa = \lambda/(\rho c)$ 为热扩散率， h 为对流换热系数， λ 为热导率， ρ 为密度， c 为比热。采用分离变量法可得温度场级数解为^[13]：

$$\frac{T(\bar{z}, \bar{t}) - T_0}{T_0 - T_\infty} = -1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\beta_n^2 \bar{t}) \times \frac{\sin \beta_n \cos(\beta_n \bar{z})}{\beta_n + \sin \beta_n \cos \beta_n} \quad (5)$$

其中， β_n 为下列超越方程的根：

$$\tan \beta_n = \frac{Bi}{\beta_n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

对于 $Bi=\infty$ 的特殊情况(此时退化为第一类热边界条件)，可得上述超越方程的解为 $\beta_n=(n+1/2)\pi$ ，而对于 Bi 为一般值的情况，可以通过数值方法求解方程式(6)得到温度分布的数值解。

考虑单向热力耦合(裂纹的存在不影响温度分布)，对于二维薄板， x 方向的应力分布与温度分布的关系如下^[14]：

$$\sigma_x(z, t) = -\alpha E \cdot [T(z, t) - T_0] + \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \alpha E \cdot [T(z, t) - T_0] dz \quad (7)$$

因此只须将方程式(5)所得的温度场代入式(7)即可得到全场应力分布随时间的变化规律。此外，薄板内由于热冲击作用存储的弹性应变能可表示为：

$$U_E = \iiint_V \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\sigma} dv \quad (8)$$

其中： $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力向量； \mathbf{D} 为考虑热应力时的刚度矩阵。

2.2 瞬态温度场

图 4 为 $T_0=400^\circ\text{C}$ ， $T_\infty=15^\circ\text{C}$ ， $Bi=10$ 时，陶瓷平板内温度场变化曲线。由图 4 知，在 $\bar{t} \leq 0.05$ 内平板热冲击表面处存在很大温度梯度，越靠近热冲击表面温度梯度越大；随着时间的推移温度场沿 z 轴分布趋向均匀， z 向温度梯度不断减小。在 $\bar{t}=0.5$ 时， z 向温度梯度已经很小。

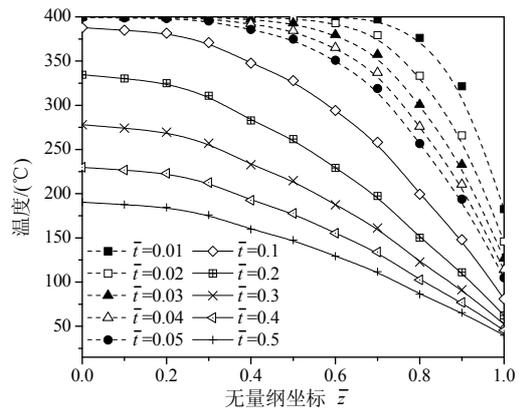


图 4 $T_0=400^\circ\text{C}$ ， $T_\infty=15^\circ\text{C}$ ， $Bi=10$ 时平板温度场变化曲线

Fig.4 The curves of temperature field in the plate under conditions of $T_0=400^\circ\text{C}$ ， $T_\infty=15^\circ\text{C}$ ， $Bi=10$

2.3 瞬态热应力场与开裂机理

热冲击过程中出现的温度梯度使热冲击表面

处出现较大热应力。 Bi 是影响陶瓷热冲击表面热应力的因素之一。图 5 为 $T_0=400^\circ\text{C}$, $T_\infty=15^\circ\text{C}$, 不同 Bi 下, 陶瓷热冲击表面的无量纲热应力 $\bar{\sigma}$ ($\bar{\sigma}=\sigma_s/\sigma_{\max}$) 随无量纲时间的变化规律。其中 σ_s 为热冲击表面的热应力, $\sigma_{\max}=E\alpha\Delta T=E\alpha(T_0-T_\infty)$ 为 x 方向热应变被完全被约束时板内的最大热应力。当 Bi 趋于无穷大时, 热冲击表面在受冲击初始时刻热应力最大, 其值为 σ_{\max} ; Bi 为有限大小时, 热冲击表面的热应力在受热冲击一段时间后出现峰值, 然后逐渐减小。此外, $\Delta T=T_0-T_\infty$ 也影响陶瓷热冲击表面热应力的大小, 由图 5 可知, 在同一 Bi 和同一时刻 \bar{t} 下, 无量纲热应力 $\bar{\sigma}$ 相等, ΔT 越大时, σ_{\max} 越大, 从而热冲击表面的热应力 σ_s 越大。热冲击表面的热应力是 Bi 与 ΔT 的函数, 当它高于材料的抗拉强度时, 材料发生开裂。

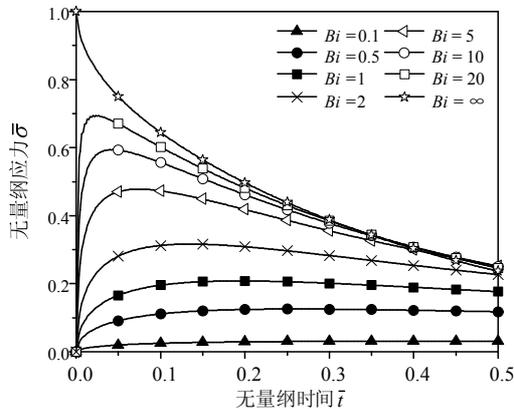


图 5 不同 Bi 下热冲击表面的热应力变化曲线
Fig.5 The curves of thermal stress at different Bi

3 热冲击裂纹间距预报

上节理论分析获取的热冲击瞬态应力场能够预报热冲击裂纹的萌生, 但不能预报裂纹间距。为此, 最小能量原理被用来预报热冲击裂纹间距。

3.1 预报裂纹间距的最小能量原理

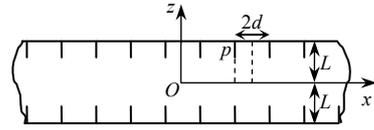
从图 2 的实验结果知道, 热冲击裂纹大致呈现周期分布。在热冲击开裂的瞬间, 不考虑两端边界效应, 采用图 6(a)所示的带周期边裂纹的薄板条来进行模拟。考虑到周期性和对称性, 沿板条中心面截开, 再取裂纹周期的 1/2 作为代表性单元 (图 6(b))。其中 p 为裂纹长度, d 为裂纹半间距, L 为板条半宽, 实线 CD 为裂纹面, D 点为裂纹尖端, BC 为热冲击表面, CD 、 BC 均为自由表面。虚线 OA 、 AB 、 OD 为对称面。

单元模型 x 方向上单位长度的总能量 U 是 p 和

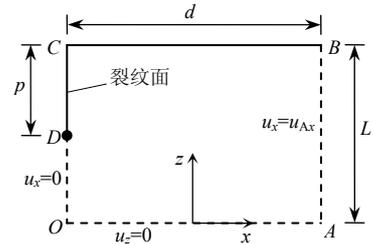
d 的函数, 可表示为^[10]:

$$U = \frac{U_E}{d} + \gamma_f \frac{p}{d} \quad (9)$$

U_E 为单元存储的弹性应变能, 可以由式(8)求出。 γ_f 为材料的断裂能, 它包含了热力学表面能、塑性变形能、相变弹性应变能、微裂纹形成能以及其它由裂纹生成和扩展而耗散的能量^[12]。



(a) 含均匀分布裂纹的薄板模型示意图

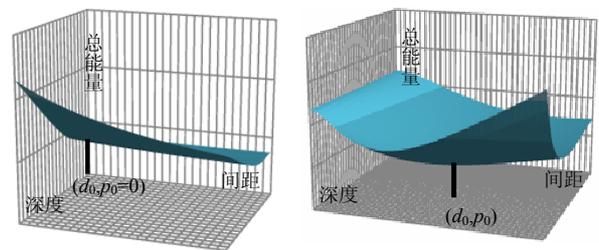


(b) 考虑对称条件的代表性单元示意图(虚线代表对称面)

图 6 数值模型和代表性单元示意图

Fig.6 Schematic diagrams of numerical model and representative element

对于裂纹准静态扩展的情形, 根据最小能量原理, 在裂纹形成扩展的某个时刻 t , 使系统总能量 $U(d, p)$ 取到最小值的状态是最稳定的状态, 将此时对应的 d, p 分别记为 d_0, p_0 。可将 d_0, p_0 作为 t 时刻热冲击裂纹半间距和裂纹长度的预报。计算表明, 对于一个确定的毕渥数值, 当热冲击温差小于某个临界值时, 单位长度总能量 U 的最小值出现在 $p_0=0$ 处(图 7(a)), 表明不开裂时的总能量最小, 试件不发生开裂; 而当热冲击温差超过这一临界值时, 最小能量将出现在 p 和 d 为某个有限值(即 (d_0, p_0))处(图 7(b)), 这时裂纹萌生并扩展。



(a) 热冲击温差 ΔT 小于临界值 ΔT_0

(b) 热冲击温差 ΔT 大于临界值 ΔT_0

图 7 最小能量原理确定裂纹间距示意图

Fig.7 A schematic diagram of determining the crack spacing by minimum energy principle

3.2 有限元模拟

通过最小能量原理预报陶瓷热冲击开裂规律的数值模拟中, 采用穷举搜寻的方法: 将 d, p 的可能取值范围分别离散成 m, n 等份。在每一时刻 t , 假设裂纹的出现不影响温度场, 通过将温度场 $T(z, t)$ 作为热载荷施加到图 6(b) 所示模型中, 分别求得各 $d_i(i=1, 2, \dots, m), p_j(j=1, 2, \dots, n)$ 取值下的总能量 $U(d_i, p_j)$, 得到 $m \times (n+1)$ 个能量值。再通过双二次拟合得到总能量 $U(d, p)$ 曲面, 并求得最小能量对应的 d_0, p_0 。随时间变化的 d_0, p_0 曲线可反映陶瓷热冲击开裂规律。 d, p 可能取值范围的选取可结合实验和数值试验。范围取太小可能得不到全局能量最小值, 范围太大则会增加计算量。这里, 根据经验取 $d \in [0, 2L], p \in [0, L]$, 离散份数 $m=100, n=50$ 。

3.3 热冲击裂纹间距

图 8 为 $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}, Bi=10$ 时, 在无量纲时间 $\bar{t}=0.5$ 内, 通过最小能量原理确定的无量纲裂纹半间距随无量纲时间的变化曲线。当 $\bar{t} < 0.0033$ 时, $p_0=0$, 此时陶瓷不开裂。 $\bar{t} \geq 0.0033$ 时 $p_0 \neq 0$, 陶瓷热冲击开裂, 且 d_0 随时间不断增大。

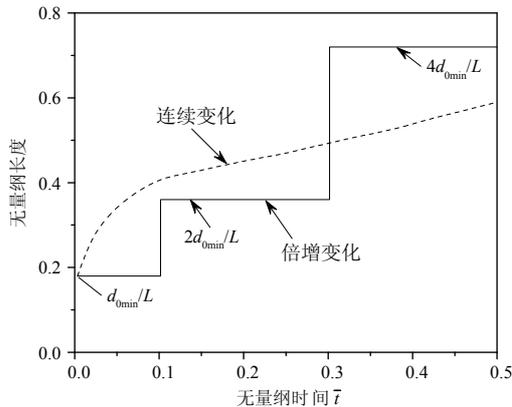


图 8 $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}, Bi=10$ 时, 裂纹无量纲半间距随无量纲时间的变化曲线

Fig.8 The curves of dimensionless half-spacing of cracks versus dimensionless time at $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}, Bi=10$

能量曲面极小值的位置决定裂纹间距 d_0 和深度 p_0 。如果间距 d_0 能连续变化, 它随时间的变化规律就如图 8 虚线所示。事实上裂纹间距 d_0 不能连续变化, 只能以倍增的方式增加。开始一段时间内, 裂纹保持间距 $d_0=d_{0min}$ 不变扩展(见图 8 实折线第一段), 到某一时刻, 在 $d_0=2d_{0min}$ 处的能量值开始低于 $d_0=d_{0min}$ 处的能量值, 裂纹间距跳跃到 $2d_{0min}$ 。此时每隔一个裂纹继续扩展, 其余裂纹停止扩展。这个过程继续一段时间后, 间距 $4d_{0min}$ 的裂纹继续扩

展, 其余裂纹停止。这样就形成了图 2 所观察到的裂纹长短相间的分级构型。

通过上述方法可以得到更多热冲击条件下陶瓷材料热冲击裂纹间距的预报值。如前所述, Bi 与 ΔT 两者综合影响热冲击剧烈程度。在 ΔT 一定时, 改变 Bi , 用以分析 Bi 对热冲击开裂情况的影响。图 9 为 $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}$, 陶瓷平板热冲击裂纹无量纲半间距随 Bi 的变化曲线。由图 9 知, ΔT 一定时, d_{0min} 与 Bi 大致成反比关系, 热冲击裂纹半间距随 Bi 的增加而减小, 当 Bi 趋于无穷大时趋于常值 $d_{0min}/L=0.04$; 而当 Bi 减小至某一值后, 热冲击将不会导致开裂。所以在热冲击温差 ΔT 一定的条件下, 只要热冲击过程中 Bi 足够小, 陶瓷材料的热冲击开裂就可以避免。

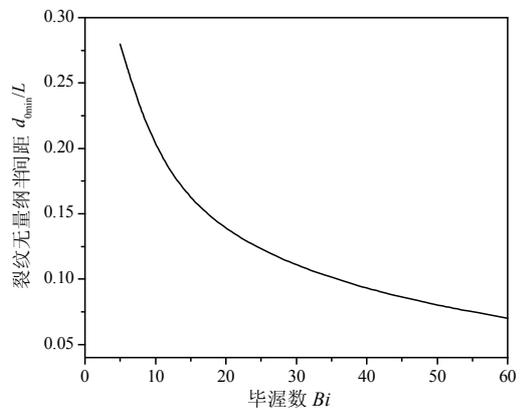


图 9 $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}$ 时, 陶瓷平板热冲击裂纹无量纲半间距随 Bi 的变化曲线

Fig.9 The curves of dimensionless half-spacing of cracks varied with Bi at $T_0=400^\circ\text{C}, T_\infty=15^\circ\text{C}$

考虑 Bi 一定时, ΔT 对热冲击开裂情况的影响规律, 并与实验结果对比。由于陶瓷热冲击实验(水淬)中的对流换热系数 h 很难精确测定, 目前的文献给出的对流换热系数 h 的范围是 $h \in (4000, 40000)/(W/(K \cdot m^2))^{[2]}$, Bi 也只有一个范围值, $Bi \in (2, 20)$ 。为此, 在某一热冲击温差下, 先根据实验测得的裂纹间距反推出 Bi , 再以此 Bi 计算其他温度下的裂纹间距, 然后与实验结果进行比较。

图 10 为 $T_\infty=15^\circ\text{C}$ 时, 先根据 $T_0=300^\circ\text{C}$ 的实验值反推得到 $Bi=15$, 再以 $Bi=15$ 计算得到的裂纹无量纲半间距随初始温度 T_0 的变化曲线及其与实验结果($T_0=300^\circ\text{C}$ 以外的点)的对比。由图 10 可知, Bi 一定时, 热冲击裂纹间距随热冲击温差 ΔT 的增加而减小。数值结果与实验结果吻合得很好。

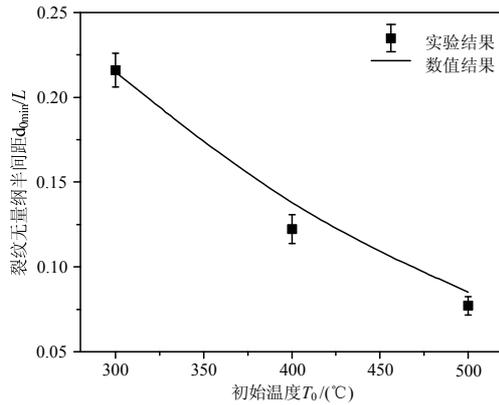


图 10 $T_\infty=15^\circ\text{C}$, $Bi=15$ 时陶瓷板热冲击裂纹无量纲半间距随 T_0 的变化曲线

Fig.10 The curves of dimensionless half-spacing of cracks varied with T_0 when $T_\infty=15^\circ\text{C}$, $Bi=15$

4 结论

(1) 采用 1mm 厚的薄片陶瓷试件进行热冲击(水淬)实验, 获得了很有规律的垂直于边界的穿透裂纹, 裂纹间距随热冲击温差增大而减小, 而在同一个热冲击温差下, 5 个试件中的裂纹间距与平均间距的偏差不超过 7%。

(2) 结合传热学、断裂力学和有限元数值分析, 获得了水淬过程中试件的温度场、应力场, 阐述了试件在热冲击下的开裂机理: 水淬条件下, 材料表面的热应力取决于 Bi 与 ΔT , 当这个热应力高于抗拉强度时, 材料发生开裂。

(3) 采用最小能量原理, 发展了热冲击裂纹间距的数值预报方法。由于从文献数据得到的毕渥数分散度很大, 并且难以直接测量, 因此本文发展了“间接测量法”, 逆向估计了实验过程中的毕渥数, 并获得了与实验吻合很好的裂纹间距数值预报结果。

本文的研究对深入理解陶瓷材料热冲击失效机理, 指导陶瓷材料的设计研制有重要的意义。

参考文献:

- [1] Danzer R, Lube T, Supancic P, et al. Fracture of ceramics [J]. *Advanced Engineering Materials*, 2008, 10(4): 275–298.
- [2] Kingery W D. Factors affecting thermal shock resistance of ceramic material [J]. *Journal of the American Ceramic Society*, 1955, 38(1): 3–15.
- [3] Hasselman D P H. Elastic energy at fracture and surface

energy as design criteria for thermal shock [J]. *Journal of the American Ceramic Society*, 1963, 46(11): 535–540.

- [4] Bahr H A, Fischer G, Weiss H J. Thermal-shock crack patterns explained by single and multiple crack propagation [J]. *Journal of the American Ceramic Society*, 1986, 52(11): 2716–2720.
- [5] Song F, Liu Q N, Meng S H, et al. A universal Biot number determining the susceptibility of ceramics to quenching [J]. *Europhysics Letters*, 2009, 87(5): 54001.
- [6] Liu Q N, Song F, Meng S H, et al. Universal Biot number determining stress duration and susceptibility of ceramic cylinders to quenching [J]. *Philosophical Magazine*, 2010, 90(13): 1725–1732.
- [7] Liu Q N, Meng S H, Jiang C P, et al. Critical Biot's number for determination of the sensitivity of spherical ceramics to thermal shock [J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, 27(8): 088104.
- [8] 张士元, 郑百林, 贺鹏飞. 热冲击条件下基于非傅里叶热传导的热涂层单边裂纹问题力学分析[J]. *工程力学*, 2010, 27(10): 47–51, 64.
Zhang Shiyuan, Zheng Bailin, He Pengfei. Mechanics analysis of an edge crack of thermal barrier coatings under thermal shock with non-Fourier model [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(10): 47–51, 64. (in Chinese)
- [9] Han J C, Wang B L. Thermal shock resistance of ceramics with temperature-dependent material properties at elevated temperature [J]. *Acta Materialia*, 2011, 59: 1373–1382.
- [10] Jenkins D R. Optimal spacing and penetration of cracks in a shrinking slab [J]. *Physical Review E*, 2005, 71(5): 056117.
- [11] 张玉龙, 马建平. 实用陶瓷材料手册[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006: 337–352.
Zhang Yulong, Ma Jianping. *Applicable Ceramic material manual* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2006: 337–352. (in Chinese)
- [12] 张清纯. 陶瓷材料的力学性能[M]. 北京: 科学出版社, 1987: 62–67.
Zhang Qingchun. *Mechanical properties of ceramics* [M]. Beijing: Science Press, 1987: 62–67. (in Chinese)
- [13] Holman J P. *Heat transfer* [M]. New York: MacGraw-Hill, Inc., 2002: 139–143.
- [14] 李维特, 黄保海, 毕仲波. 热应力理论分析及应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004: 59–63.
Li Weite, Huang Baohai, Bi Zhongbo. *Analysis and application of thermal stress theory* [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2004: 59–63. (in Chinese)