

文章编号: 1000-4750(2014)01-0209-09

核环吊平衡路径与吊重轨迹偏差

齐朝晖, 宋慧涛, 张志刚

(工业装备与结构分析国家重点实验室, 大连理工大学工程力学系, 辽宁, 大连 116024)

摘 要: 提出了一种分析核环吊系统吊重轨迹偏差的系统化方法——平衡路径法, 给出了平衡路径方程和协调条件, 并详细讨论了方程中所涉及的各种变量的性质和计算方法; 考虑了动滑轮位置改变所引起的钢丝绳拉力方向的变化, 提出了确保与钢丝绳绕绳方式一致的空间滑轮公切线求解方法; 给出了卷筒卷入绳长、钢丝绳分支中绳长的计算方法, 以及滑轮两端绳速传递关系。这些问题的解决方法具有一定的普适性, 可应用于一般滑轮绳索系统。

关键词: 核环吊; 绳索滑轮系统; 平衡路径; 轨迹偏差; 滑轮公切线

中图分类号: TH11 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2012.09.0673

EQUILIBRIUM PATHS AND LOAD TRAJECTORY DEFLECTIONS OF NUCLEAR RING CRANES

QI Zhao-hui, SONG Hui-tao, ZHANG Zhi-gang

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Department of Engineering Mechanics,

Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: A systematic method for analyzing load trajectory deflections of nuclear ring cranes was presented, including the governing equations of equilibrium paths and their compatibility conditions. Properties and formulations of the variables involved in these equations were studied in detail, in which the variation in pull directions of ropes with positions of pulleys was taken into account and a numerical method was derived to ensure the roping manner conforming to the common tangent of two pulleys. Moreover, we also provided a method to compute rope lengths wound by the drum and between two out rope points on pulleys, and the transitive relation for rope velocities between two ends of the pulley was derived. To a large extent the proposed method is universal and can be applied to general rope-pulley systems.

Key words: nuclear ring cranes; rope-pulley systems; equilibrium paths; trajectory deflections; common tangent of pulleys

核环吊是核电站内更换反应堆燃料以及安装和维修重型设备时所用的特种起重机, 由于工作环境的特殊性, 它必须能以很高的精度对吊重进行定位作业^[1-4]。例如, 正在服役的某型号核环吊, 在将重物提升 35m 过程中水平和前后方向位移不超过 5mm。为达到这一要求, 必须了解起吊过程中吊重是如何运动的。

文献[1]用重物摆模型研究了吊重的水平摆动; 文献[5]系统地论述了起重机在启动、制动时系统的弹性运动; 文献[6]分析了回转旋臂式船用起重机的整体运动与船体运动的耦合效应; 文献[7]用简化的动力学模型分析了影响吊重摆角的几个主要因素。这些研究解决了很多有关起重机结构设计方面的问题, 但研究重点主要集中于吊重的运动对起重机

收稿日期: 2012-09-16; 修改日期: 2012-11-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(10972044)

通讯作者: 齐朝晖(1964—), 男, 大连人, 教授, 博士, 博导, 从事多体系统动力学研究(E-mail: zhaohuiq@dlut.edu.cn)。

作者简介: 宋慧涛(1985—), 男, 菏泽人, 博士生, 从事多体系统动力学研究(E-mail: sht_214@163.com);

张志刚(1984—), 男, 开封人, 博士生, 从事多体系统动力学研究(E-mail: zhigangzhang@foxmail.com)。

结构的影响。

事实上,吊重的运动取决于滑轮绳索系统中绳索与滑轮之间的相互作用。两者之间的相互作用机理的研究已积累了大量成果,但将其与大型起重机的具体特点相结合方面还有很多未完成的工作。文献[8]研究了电流传输线中的绳索滑轮系统,但在分析动滑轮运动时将滑轮简化为质点,忽略了过多的细节;文献[9]提出了一种参数化超级单元模型用以研究钢丝绳的形变和应力分布,但对滑轮自身的运动没有深入研究。文献[10]论述了平面绳索滑轮系统的程式化分析方法,但所提方法还不能直接应用于空间绳索滑轮系统。

本文结合核环吊系统的具体特点,提出了分析吊重轨迹偏差的平衡路径法:通过吊钩组在受力平衡时的姿态和位移,分析吊重匀速起升或下降时的运动轨迹。这时的轨迹偏差只与滑轮的自重、尺寸、空间分布形式、钢丝绳绕绳方式等设计参数有关,属于系统偏差,因而对核环吊这类有高精度定位要求的起重机的设计至关重要。

1 平衡路径方程

核环吊的起重设备主要包括卷筒、定滑轮组、由吊钩和动滑轮组构成的吊钩组,以及连接它们的两条钢丝绳;两条钢丝绳分别从卷筒出发,按动滑轮→定滑轮顺序与固定点连接,如图1所示。其中,动滑轮编号为1号~12号,定滑轮编号为14号~22号,13号滑轮为导向轮(可视为特殊定滑轮)。起重过程中,卷扬通过钢丝绳提拉动滑轮组进而带动吊钩组和吊重一起提升。

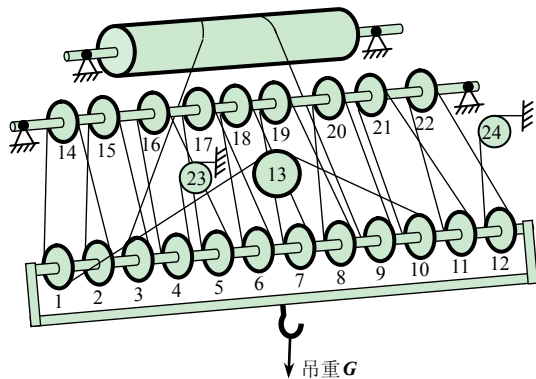


图1 核环吊系统示意图

Fig.1 Diagrammatic sketch of nuclear ring cranes

同绝大多数起重机一样,核环吊不能保证吊重在提升过程中只沿竖直方向运动。吊重在水平方向和前后方向的位移称为吊重轨迹的偏差。吊钩组运

动的加速度越大,吊重轨迹的偏差也就越大。为了减少这种偏差,核环吊在工作时会尽可能使吊钩组匀速运动。在这种情况下,吊钩组所受外力处于平衡状态,吊钩组上吊点的运行轨迹为核环吊的平衡路径。由于吊钩组在不同位置所受外力不同,一般情况下,核环吊的平衡路径也不是一条竖直线。由此引起的吊重轨迹偏差与起重过程的操作无关,它更大程度上取决于卷扬、定滑轮组、吊钩组的具体结构以及彼此之间的连接方式,是核环吊设计必须考虑的重要参数。

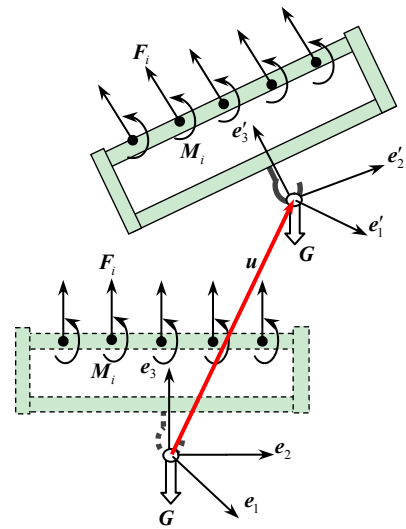


图2 吊钩组运动及受力示意图

Fig.2 Motion and stress of the hook assembly

为了描述吊点的轨迹,我们在吊点处建立一个与吊钩组固连的连体坐标系 (e'_1, e'_2, e'_3) 。初始时刻的连体基与总体坐标系 (e_1, e_2, e_3) 平行,其中 e_3 轴竖直朝上, e_2 轴水平向右, e_1 轴指向前方,如图2所示。将吊钩组视作刚体,吊钩组在任意时刻所处的位置可由该连体基原点的位移 u 和连体基的转动矢量 θ 描述,其中,原点位移为:

$$u = u_1 e_1 + u_2 e_2 + h e_3 \quad (1)$$

转动矢量为:

$$\theta = \theta_1 e_1 + \theta_2 e_2 + \theta_3 e_3 \quad (2)$$

由于各个转角都是小量,瞬时连体基相对于总体基的转动矩阵可以近似为^[11]:

$$R \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

转角 θ_1 , θ_2 和 θ_3 描述了吊钩组的整体转动;吊点的提升高度 h 可作为平衡路径曲线的参数;位移 u_1 和 u_2 是 h 的函数,分别描述了吊点轨迹沿前后方

向和水平方向的偏差。

吊钩组所受外力包括吊重,吊钩组基座(吊钩组中去掉动滑轮组后的基座)的重量 $m_b \mathbf{g}$, 以及作用在每个动滑轮转轴上的合力 $\mathbf{F}_i$ 和合力矩 $\mathbf{M}_i$ 。当吊钩组处于平衡状态时, 吊钩组上所有外力组成平衡力系, 即:

$$\sum_i \mathbf{F}_i + m_b \mathbf{g} + \mathbf{G} = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\sum_i (\mathbf{p}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{M}_i) + m_b \mathbf{p}_c \times \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{p}_c$ 分别为吊钩组上第 i 个滑轮转轴中心以及吊钩组基座质心相对于连体基原点矢径, 在连体基内, 它们是常矢量, 分别记作 $\bar{\mathbf{p}}_i$ 和 $\bar{\mathbf{p}}_c$ 。两组矢径之间的关系为:

$$\mathbf{p}_i = R \bar{\mathbf{p}}_i, \quad \mathbf{p}_c = R \bar{\mathbf{p}}_c \quad (6)$$

由此可见: 式(5)与转角 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 耦合。实际上, 由于起吊过程中动滑轮与定滑轮之间的距离不断变化, 作用在动滑轮转轴上的合力 $\mathbf{F}_i$ 和合力矩 $\mathbf{M}_i$ 也与吊重的位置和吊钩组的姿态密切相关, 它们也是位移 u_1 、 u_2 、 h 与转角 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 的函数。因此, 式(4)~式(5)以隐含的形式描述了吊点位移和吊钩组转角所应满足的方程, 因而称其为平衡路径方程。

2 滑轮转轴反力与反力矩

起重过程中, 钢丝绳从入绳点开始与滑轮 i 接触, 在出绳点与滑轮脱离接触。从入绳点沿钢丝绳走向出绳点的方向与滑轮的线速度方向相同, 如图3所示。通常情况下, 钢丝绳与滑轮之间的摩擦力足以阻止钢丝绳沿滑轮表面的滑动, 可认为与滑轮接触的这段钢丝绳与滑轮外缘瞬时固结。

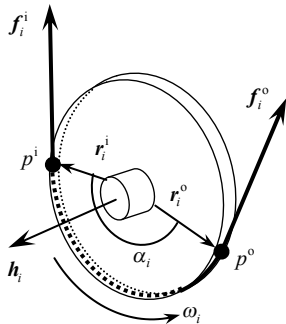


图3 入绳点与出绳点

Fig.3 Points on the rope that moving to and moving away from the pulley respectively

钢丝绳对滑轮运动的影响体现为: 1) 使滑轮绕其转轴 $\mathbf{h}_i$ 的转动惯量由 J_i 增加至 $\bar{J}_i = J_i +$

$\rho \alpha_i (r_i)^3$, 其中 r_i 为滑轮半径, α_i 为钢丝绳的包角, ρ 为钢丝绳的线密度; 2) 将接触段钢丝绳两端所受拉力 $\mathbf{f}_i^i$ 和 $\mathbf{f}_i^o$ 传递到滑轮上。

将滑轮看做刚体, 由刚体动力学方程可知: 作用在滑轮转轴上的合力 $\mathbf{F}_i$ 和合力矩 $\mathbf{M}_i$ 分别为:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{f}_i^i + \mathbf{f}_i^o + m_i \mathbf{g} + m_i \mathbf{a}_i \quad (7)$$

$$\mathbf{M}_i = (1+\delta) \mathbf{r}_i^i \times \mathbf{f}_i^i + (1-\delta) \mathbf{r}_i^o \times \mathbf{f}_i^o - \bar{J}_i \omega_i (\omega_i \times \mathbf{h}_i) \quad (8)$$

其中: $m_i \mathbf{g}$ 为滑轮重量; $\mathbf{a}_i$ 为滑轮加速度; $\mathbf{r}_i^i$ 和 $\mathbf{r}_i^o$ 分别为从滑轮转动中心到入绳点和出绳点的矢径; 两式右端最后一项分别描述了滑轮的惯性力、转动的陀螺效应, 其中 ω 为吊钩组整体转动的角速度。核环吊工作时, 重物提升速度很低并且十分接近匀速运动, 因而惯性效应和陀螺效应对平衡路径的影响可以忽略。

钢丝绳在入绳端由直线变为圆弧, 在出绳端则由圆弧变为直线。由于钢丝绳对变形有一定的抵抗能力, 因而在直线和圆弧段之间有很小一段过渡曲线, 使出绳端到滑轮中心的距离小于 r_i (近似为 $(1-\delta)r_i$), 入绳端到滑轮中心的距离大于 r_i (近似为 $(1+\delta)r_i$), 如图4所示。

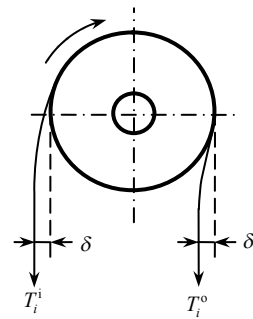


图4 钢丝绳僵性阻力

Fig.4 Stiff resistance of the wire rope

在入绳点和出绳点处滑轮外缘切线方向的单位矢量分别为:

$$\mathbf{t}_i^i = \frac{1}{r_i} (\mathbf{h}_i \times \mathbf{r}_i^i) \quad (9)$$

$$\mathbf{t}_i^o = \frac{1}{r_i} (\mathbf{h}_i \times \mathbf{r}_i^o) \quad (10)$$

钢丝绳两端拉力沿这两个方向的分量分别为:

$$T_i^i = \mathbf{f}_i^i \cdot \mathbf{t}_i^i \quad (11)$$

$$T_i^o = \mathbf{f}_i^o \cdot \mathbf{t}_i^o \quad (12)$$

用滑轮转轴矢量点积式(8)两端, 得到沿转轴方向的力矩平衡方程:

$$M_f = (T_i^o (1-\delta) - T_i^i (1+\delta)) r_i \quad (13)$$

式(3)左端实际上就是转轴上的摩擦阻力矩,可用摩擦阻力系数 η_f 表示为:

$$M_f = \eta_f T_i^i r_i \quad (14)$$

对工程中常用的滑轮与钢丝绳组合, η_f 的取值范围在0.014~0.0145^[12]。在式(13)中令 $M_f = 0$,可以得到单纯僵性效应引起的出绳拉力增量:

$$\Delta T_i^o = \frac{2\delta}{1-\delta} T_i^i = \eta_e T_i^i \quad (15)$$

其中, η_e 为僵性阻力系数描述,其取值范围通常在0.0055~0.006^[12],它与滑轮两端拉力作用半径改变量 δ 之间的关系为:

$$\delta = \frac{\eta_e}{2 + \eta_e} \quad (16)$$

如果考虑全部阻力的影响,则由式(13)~式(16)可得:

$$T_i^i = \frac{2}{(2 + \eta_e)\eta_f + 2(1 + \eta_e)} T_i^o = \eta T_i^o \quad (17)$$

其中, η 为效率系数,由计算得出,其取值范围通常在0.95~0.98。

值得注意的是:滑轮两端实际拉力 f_i^i 和 f_i^o 之间的比例并不等于 η 。从式(11)~式(12)中可知:

$$f_i^i = T_i^i / \cos \alpha_i^i \quad (18)$$

$$f_i^o = T_i^o / \cos \alpha_i^o \quad (19)$$

其中: α_i^i 为 f_i^i 与 t_i^i 之间的夹角; α_i^o 为 f_i^o 与 t_i^o 之间的夹角。因此入绳拉力值和出绳拉力值之间满足下述关系:

$$f_i^i = \eta \frac{\cos \alpha_i^o}{\cos \alpha_i^i} f_i^o = \bar{\eta}_i f_i^o \quad (20)$$

由此可见:滑轮实际的效率系数 $\bar{\eta}_i$ 还与入绳和出绳拉力的方向相关。

核环吊的吊钩组自重足以使动滑轮和定滑轮之间的钢丝绳绷紧,因而可认为钢丝绳拉力沿动定滑轮间公切线方向,切点即为入绳点或出绳点。

3 滑轮间公切线

相对于两滑轮间钢丝绳的长度,滑轮沟槽宽度很小,因而在求两滑轮间公切线时,我们可以把滑轮抽象为一个空间圆,从而将求两个滑轮公切线问题转化为求两个空间圆的公切线问题。

两个半径分别为 r_1 和 r_2 的滑轮在空间中的位置和方位,可分别由它们的圆心矢径 p_1 和 p_2 ,以及滑轮面内坐标系 (e_1, e_2) 和 $(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$ 描述,如图5所示。从滑轮中心指向切点的矢量分别为:

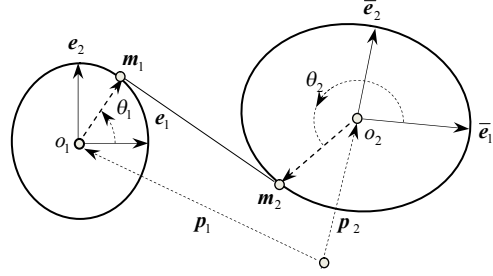


图5 两空间圆的公切线

Fig.5 Common tangent of two space pulleys

$$m_1 = r_1 (y_1 e_2 + x_1 e_1) \quad (21)$$

$$m_2 = r_2 (y_2 \bar{e}_2 + x_2 \bar{e}_1) \quad (22)$$

其中: $x_1 = \cos \theta_1$, $y_1 = \sin \theta_1$, $x_2 = \cos \theta_2$, $y_2 = \sin \theta_2$; θ_1 为 m_1 与 e_1 轴之间的夹角; θ_2 为 m_2 与 $\bar{e}_1$ 轴之间的夹角。

从第1个滑轮上的切点(矢径为 $r_1 = p_1 + m_1$)到第2个滑轮切点(矢径为 $r_2 = p_2 + m_2$)之间的连线同时与 m_1 和 m_2 垂直,因而公切点坐标方程为:

$$\begin{cases} p_{12}y_1 + p_{11}x_1 - r_2w = -r_1 \\ p_{22}y_2 + p_{21}x_2 + r_1w = r_2 \\ x_1^2 + y_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 = 1 \\ w = x_1(a_{11}x_2 + a_{12}y_2) + y_1(a_{21}x_2 + a_{22}y_2) \end{cases} \quad (23)$$

其中的系数, $p_{1k} = (p_1 - p_2) \cdot e_k$, $p_{2k} = (p_1 - p_2) \cdot \bar{e}_k$, $a_{ij} = e_i \cdot \bar{e}_j$ 。这是一组非线性方程,难以得到解析解。然而,求其数值解时也会遇到相当大的困难。

如图6所示,以上方滑轮上的切点为公切线起点,两个滑轮可有4种类型的公切线,分别为右外公切线($k=1$),左外公切线($k=2$),右内公切线($k=3$)和左内公切线($k=4$),它们代表了滑轮间的绕绳方式。只有与其相符的解才是有意义的。欲获得方程组式(23)中多个解中某个特定解,必须使初值尽可能接近所求的特定解。

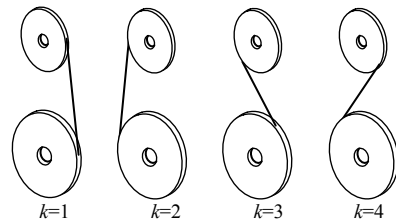


图6 滑轮公切线类型

Fig.6 Type of the common tangent of pulleys

在两个滑轮圆面处于同一个面内的情况下,外公切线的特征是 $\theta_2 = \theta_1$ (即 $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$),如图7所示,因而外公切线切点位置的解析解为:

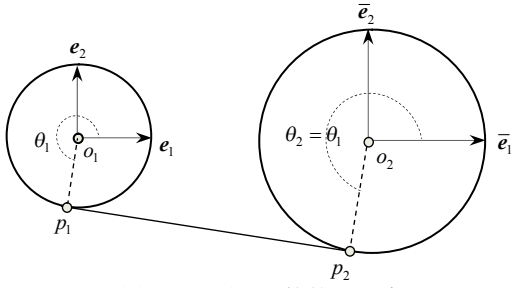


图 7 平面两圆的外公切线

Fig.7 External common tangent of coplanar circles

1) 右外公切线($k=1$)

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = \frac{1}{p^2}(p_{11}\delta_r + p_{12}\delta_p) \\ y_1 = y_2 = \frac{1}{p^2}(p_{12}\delta_r - p_{11}\delta_p) \end{cases} \quad (24)$$

2) 左外公切线($k=2$)

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = \frac{1}{p^2}(p_{11}\delta_r - p_{12}\delta_p) \\ y_1 = y_2 = \frac{1}{p^2}(p_{12}\delta_r + p_{11}\delta_p) \end{cases} \quad (25)$$

其中, $\delta_r = r_2 - r_1$, $\delta_p = \sqrt{p - \delta_r^2}$, $p^2 = (p_{11})^2 + (p_{12})^2$ 。

内公切线的特征是 $|\theta_2 - \theta_1| = \pi$ (即 $x_1 = -x_2$, $y_1 = -y_2$), 如图 8 所示, 因而内公切线切点位置的解析解为:

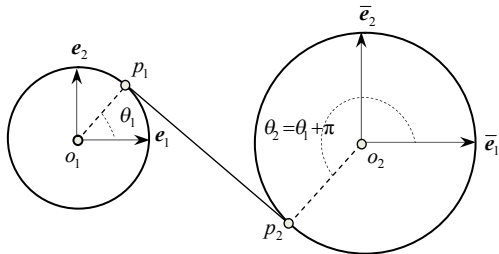


图 8 平面两圆的外公切线

Fig.8 Inner common tangent of coplanar circles

3) 右内公切线($k=3$)

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 = -\frac{1}{p}(p_{11}\rho_r + p_{12}\rho_p) \\ y_1 = -y_2 = -\frac{1}{p}(p_{12}\rho_r - p_{11}\rho_p) \end{cases} \quad (26)$$

4) 左内公切线($k=4$)

$$\begin{cases} x_1 = -x_2 = -\frac{1}{p}(p_{11}\rho_r - p_{12}\rho_p) \\ y_1 = -y_2 = -\frac{1}{p}(p_{12}\rho_r + p_{11}\rho_p) \end{cases} \quad (27)$$

其中, $\rho_r = r_2 + r_1$, $\rho_p = \sqrt{p - \rho_r^2}$ 。

用数值法求解两滑轮某一类型的公切线时, 以式(24)~式(27)中相应类型的解析解作为初值, 可使非线性方程组式(23)的解与绕绳方式相符。

每条钢丝绳的绕绳方式可由含两行元素的数组描述。数组的第 1 行存储钢丝绳所经过的滑轮编号, 第 2 行存储相应的公切线类型编号(编号的意义如图 6 所示)。例如, 对图 1 所示的核环吊, 两条分支的绕绳方式可分别用数组

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 3 & 15 & 2 & 14 & 1 & 13 & 10 & 21 & 11 & 22 & 12 & 24 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

以及

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 9 & 20 & 8 & 19 & 7 & 18 & 6 & 17 & 5 & 16 & 4 & 23 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

描述。

如图 9 所示, 分布在每条分支上的滑轮将钢丝绳隔成数段直线。按照上文所述方法, 根据每个直线段两端滑轮的位置和绕绳方式, 可逐次求出分支上所有滑轮上的入绳和出绳点位置, 进而可确定各段钢丝绳拉力方向。

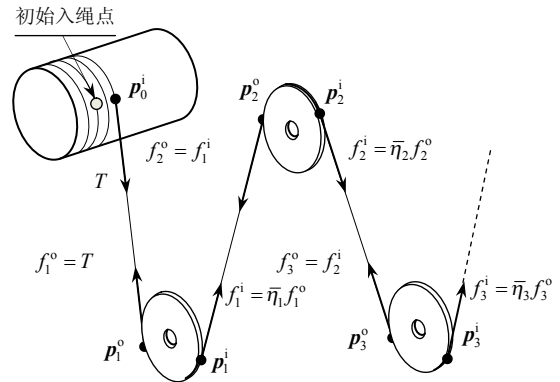


图 9 钢丝绳拉力方向与传递关系

Fig.9 Directions of tensile forces and transitive relationships

如果不计钢丝绳的自重, 每段钢丝绳对两端滑轮的拉力相同, 而且滑轮两端钢丝绳的拉力存在如式(20)所述的比例关系, 如图 9 所示。因此, 在求得各段钢丝绳拉力方向后, 只要确定与卷筒相连的那段钢丝绳的拉力(卷筒拉力), 就可完全确定各段钢丝绳拉力。

4 绳长协调条件

从卷筒入绳点 p_0^i 到分支 k 末端定滑轮出绳点之间的钢丝绳长度:

$$L_k = \sum_i (l_i + s_i) \quad (28)$$

其中: l_i 为分支中第 i 直线段长度, 可由该段两端

入绳点和出绳点坐标求得; s_i 为分支中第 i 直线段末端所连滑轮 j (半径为 r_j) 上钢丝绳的长度, 如果钢丝绳在该滑轮上的包角为 α_j , 则有:

$$s_i = \alpha_j r_j \quad (29)$$

一般情况下, 钢丝绳从下方绕过动滑轮, 从上方绕过定滑轮, 如图 10 所示。从滑轮 j 中心分别到两个公切点之间的单位矢径记为 $\mathbf{b}_1$ 和 $\mathbf{b}_2$, 滑轮面内坐标系向上的基矢量记为 $\mathbf{e}_y$, 则动滑轮上的包角:

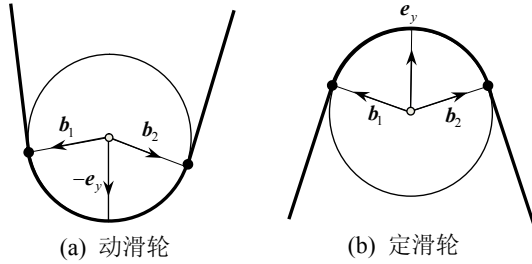


图 10 滑轮上钢丝绳的包角

Fig.10 Wrap angle of wire rope on pulleys

$$\alpha_j = \arccos(-\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{e}_y) + \arccos(-\mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{e}_y) \quad (30)$$

定滑轮上包角:

$$\alpha_j = \arccos(\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{e}_y) + \arccos(\mathbf{b}_2 \cdot \mathbf{e}_y) \quad (31)$$

另一方面, 若分支 k 的起点从卷筒上的初始入绳点沿卷筒纵向移动的距离为 z_k , 则卷筒卷入的钢丝绳长度:

$$\bar{L}_k = \frac{z_k}{d} \sqrt{4\pi^2 r^2 + d^2} \quad (32)$$

其中: r 为卷筒半径; d 为卷筒上螺旋沟槽线的螺距。

核环吊系统要求钢丝绳必须有很好的抗拉强度, 起重过程中钢丝绳自身的伸长量很小, 可以忽略不计。因此, 卷筒卷入的钢丝绳长度应与分支中减少的钢丝绳长度相等, 即:

$$\begin{cases} \bar{L}_1 + L_1 - L_1^0 = 0 \\ \bar{L}_2 + L_2 - L_2^0 = 0 \end{cases} \quad (33)$$

其中, L_k^0 为初始时刻分支 k 中的钢丝绳长度。

由于两条钢丝绳的起点与同一个卷筒相连, 同一时刻两条分支绕过卷筒的圈数是相同的。然而, 由于两条钢丝绳在卷筒上的瞬时入绳角 β_1 和 β_2 不同, 初始入绳角 β_1^0 和 β_2^0 不同, 它们在卷筒上纵向移动的距离也不同, 但满足下述关系:

$$\begin{cases} z_1 = \Delta z - \frac{1}{2\pi}(\beta_1 - \beta_1^0)d \\ z_2 = \Delta z - \frac{1}{2\pi}(\beta_2 - \beta_2^0)d \end{cases} \quad (34)$$

其中, Δz 为 $\beta_1 = \beta_1^0$ 或 $\beta_2 = \beta_2^0$ 时钢丝绳的纵向移动距离, 如图 11 所示。

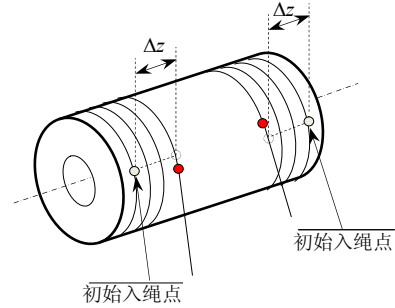


图 11 卷筒卷入的钢丝绳长度

Fig.11 Lengths of ropes wound by the drum

从以上论述中可知, 分析核环吊吊钩组平衡路径过程中, 需要求解 5 个运动学参数: θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 u_1 和 u_2 , 2 个卷筒拉力: T_1 和 T_2 , 以及 1 个描述卷筒上入绳点移动的变量 Δz , 共计 8 个未知量。平衡路径方程式(4)~式(5)提供了 6 个方程, 绳长协调条件式(33)提供了 2 个方程, 共计 8 个方程。因而, 求解条件是完备的。

理论上, 初始时刻两分支的绳长 L_1^0 和 L_2^0 以及钢丝绳在卷筒上的入绳角 β_1^0 和 β_2^0 是输入参数, 但实际上分支绳长和入绳角 S 是很难测量的。为简化输入, 可只给定初始时刻卷筒上两个入绳点处横截面圆 C_1 和 C_2 的圆心坐标, 然后令 $\theta_3 = 0$ 。此时, 系统共有 θ_1 、 θ_2 、 u_1 、 u_2 以及 T_1 和 T_2 共 6 个参数, 可通过平衡路径方程式(4)~式(5)求解。这 6 个参数可完全确定系统中滑轮的位置及其钢丝绳的入绳角和出绳角, 进而确定 L_1^0 和 L_2^0 以及 β_1^0 和 β_2^0 。

5 导向轮力矩平衡方程

为避免起吊过程中钢丝绳相互缠绕, 同时减少钢丝绳拉力的偏斜分量, 两个横跨距离很大的动滑轮通常采用导向轮相连。与普通定滑轮的安装方式不同, 导向轮通过挂点 C 与一个水平轴 $\mathbf{e}_2$ 相连, 使其可以整体绕水平轴转动, 如图 12 所示。

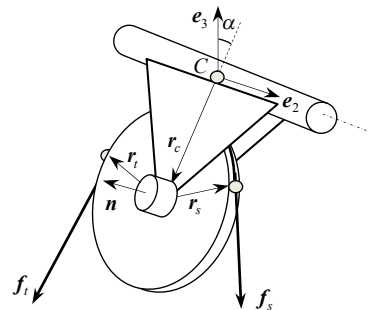


图 12 主导向轮示意图

Fig.12 Main guide pulley

在起吊重物的过程中, 导向轮绕水平轴的转角是变化的, 因而它是确定平衡路径所需的第 9 个未知量, 需要提供相应的补充方程。

当导向轮绕水平轴转过 α 角时, 导向轮圆面法向矢量:

$$\mathbf{n} = \cos\alpha \mathbf{e}_1 + \sin\alpha \mathbf{e}_3 \quad (35)$$

其中: $\mathbf{e}_3$ 为竖直向上的单位矢量; $\mathbf{e}_1$ 为指向正前方的单位矢量。导向轮中心相对于 C 点的矢径:

$$\mathbf{r}_c = -b\cos\alpha \mathbf{e}_3 + b\sin\alpha \mathbf{e}_1 \quad (36)$$

其中, b 为滑轮中心与挂点 C 之间的距离。

当水平轴中的摩擦力可忽略时, 导向轮轴承上的反力不应产生绕水平转轴的力矩, 即:

$$(m_0 \mathbf{r}_c \times \mathbf{g} + (\mathbf{r}_t + \mathbf{r}_c) \times \mathbf{f}_t + (\mathbf{r}_s + \mathbf{r}_c) \times \mathbf{f}_s) \cdot \mathbf{e}_2 = 0 \quad (37)$$

其中: $m_0 \mathbf{g}$ 为导向轮的重量; $\mathbf{r}_t$ 和 $\mathbf{r}_s$ 分别为从滑轮中心到出绳和入绳点的矢径; $\mathbf{f}_t$ 和 $\mathbf{f}_s$ 分别为出绳和入绳拉力。

导向轮力矩平衡方程式(37)中隐含变量 α , 可作为求解 α 的补充方程。

6 滑轮两端绳速传递关系

钢丝绳的绳速是卷筒动力系统、钢丝绳型号的选择、滑轮的构造等众多参数的设计依据之一, 对核环吊这种需要精密控制的系统, 不能粗略地用倍率数计算。

如图 13 所示, 设半径为 r 的滑轮, 其滑轮面的法向矢量为 $\mathbf{e}_z$, 面内坐标系的基矢量分别为 $\mathbf{e}_x$ 和 $\mathbf{e}_y$, 滑轮中心的矢径为 $\mathbf{p}_0$, 则滑轮上的入绳和出绳点矢径分别为:

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}_0 + r\cos\theta_s \mathbf{e}_x + r\sin\theta_s \mathbf{e}_y \quad (38)$$

$$\mathbf{p}_t = \mathbf{p}_0 + r\cos\theta_t \mathbf{e}_x + r\sin\theta_t \mathbf{e}_y \quad (39)$$

其中, θ_s 和 θ_t 分别为入绳点和出绳点在面内坐标系中的方位角。滑轮在入绳和出绳点处的切向单位矢量分别为 $\mathbf{t}_s = \cos\theta_s \mathbf{e}_y - \sin\theta_s \mathbf{e}_x$ 和 $\mathbf{t}_t = \cos\theta_t \mathbf{e}_y - \sin\theta_t \mathbf{e}_x$ 。

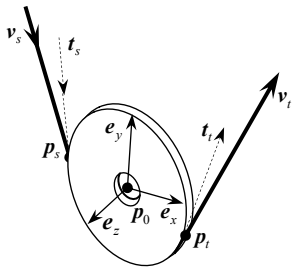


图 13 空间滑轮两端的绳速传递

Fig.13 Transitive relation of rope velocities between two ends of the pulley

入绳和出绳点的速度 $\mathbf{v}_s$ 和 $\mathbf{v}_t$ 可分解为随滑轮上相应点的牵连速度 $\bar{\mathbf{v}}_s$ 和 $\bar{\mathbf{v}}_t$ 以及在滑轮面内的相对速度 $\hat{\mathbf{v}}_s$ 和 $\hat{\mathbf{v}}_t$, 其中牵连速度分别为:

$$\bar{\mathbf{v}}_s = \dot{\mathbf{p}}_0 + (\boldsymbol{\omega}_g + \boldsymbol{\omega} \mathbf{e}_z) \times (\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_0) \quad (40)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_t = \dot{\mathbf{p}}_0 + (\boldsymbol{\omega}_g + \boldsymbol{\omega} \mathbf{e}_z) \times (\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_0) \quad (41)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$ 为滑轮绕轴旋转的角速度; $\boldsymbol{\omega}_g$ 为滑轮所在基体的角速度。相对速度分别为:

$$\hat{\mathbf{v}}_s = r\dot{\theta}_s (-\sin\theta_s \mathbf{e}_x + \cos\theta_s \mathbf{e}_y) \quad (42)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_t = r\dot{\theta}_t (-\sin\theta_t \mathbf{e}_x + \cos\theta_t \mathbf{e}_y) \quad (43)$$

入绳和出绳点的切向速度大小 v_s 和 v_t 分别为:

$$v_s = \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{t}_s = \dot{\mathbf{p}}_0 \cdot \mathbf{t}_s + r(\boldsymbol{\omega}_g \cdot \mathbf{e}_z + \boldsymbol{\omega}) + r\dot{\theta}_s \quad (44)$$

$$v_t = \mathbf{v}_t \cdot \mathbf{t}_t = \dot{\mathbf{p}}_0 \cdot \mathbf{t}_t + r(\boldsymbol{\omega}_g \cdot \mathbf{e}_z + \boldsymbol{\omega}) + r\dot{\theta}_t \quad (45)$$

从式(44)~式(45)中可求得滑轮转动角速度:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{r} (v_s - \dot{\mathbf{p}}_0 \cdot \mathbf{t}_s) \mathbf{t}_s - \dot{\theta}_s - \boldsymbol{\omega}_g \cdot \mathbf{e}_z \quad (46)$$

以及滑轮两端切向速度差:

$$v_t - v_s = \dot{\mathbf{p}}_0 \cdot (\mathbf{t}_t - \mathbf{t}_s) + r(\dot{\theta}_t - \dot{\theta}_s) \quad (47)$$

在求得入绳和出绳角的变化规律后, 式(47)给出了滑轮两端切向速度的传递关系。核环吊系统中, 每条钢丝绳的末端都与一个出绳速度为零的定滑轮相连, 因而, 如果已知滑轮中心速度 $\dot{\mathbf{p}}_0$, 逐次对分支中的滑轮运用式(47), 就可求得分支中全部绳速, 滑轮的角速度也可按式(46)求得。其中滑轮中心速度:

$$\dot{\mathbf{p}}_0 = \frac{\partial \mathbf{p}_0}{\partial h} \dot{h} \quad (48)$$

按上文所述方法, 我们可以求得滑轮中心矢径与提升高度 h 之间的函数关系, 进而可用数值方法求出偏导数 $\partial \mathbf{p}_0 / \partial h$ 。在此基础上, 只要给出重物的提升速度即可求得各滑轮中心速度。

7 算例

如图 1 所示的核环吊系统, 以定滑轮组中心轴的中点为原点建立总体坐标系, 令 X 轴沿前后方向, Y 轴竖直向上, Z 轴沿卷筒水平向左。初始高度 45000mm。定滑轮、动滑轮和卷筒参数和位置见表 1~表 3, 其中动滑轮是相对于吊钩组基体坐标系的参数。对于卷筒, 圆心坐标指钢丝绳与卷筒的切点所对应的卷筒横截面圆的圆心位置。吊重挂点在吊钩组基体的坐标为 $(0, -839, 0)$, 单位为 mm; 吊钩组总质量为 5549.4kg。僵性阻力系数取 0.006, 滑轮摩擦阻力系统取 0.014。

表 1 定滑轮初始参数

Table 1 Initial parameters of fixed pulleys

定滑轮	直径/mm	圆心坐标/mm	转轴方向
13	1137	(914, -525, 95)	(1, 0, 0)
14	914	(5.02, 0, 615.74)	(0.10, 0, 0.99)
15	914	(-5.02, 0, 520.26)	(0.10, 0, 0.99)
16	914	(0, 0, 234)	(0, 0, 1)
17	914	(0, 0, 137)	(0, 0, 1)
18	914	(0, 0, 0)	(0, 0, 1)
19	914	(0, 0, -137)	(0, 0, 1)
20	914	(0, 0, -234)	(0, 0, 1)
21	914	(5.02, 0, -520.26)	(0.10, 0, 0.99)
22	914	(-5.02, 0, -615.73)	(0.10, 0, 0.99)
23	457	(634.4, -714, 48)	(1, 0, 0)
24	457	(-457.4, -714, -892)	(1, 0, 0)

表 2 动滑轮初始参数

Table 2 Initial parameters of movable pulleys

动滑轮	直径/mm	圆心坐标/mm	转轴方向
1	914	(0, 556, 542.5)	(0, 0, 1)
2	914	(0, 556, 446.5)	(0, 0, 1)
3	1016	(0, 556, 350.5)	(0, 0, 1)
4	914	(0, 556, 236.5)	(0, 0, 1)
5	914	(0, 556, 140.5)	(0, 0, 1)
6	914	(0, 556, 44.5)	(0, 0, 1)
7	914	(0, 556, -44.5)	(0, 0, 1)
8	914	(0, 556, -140.5)	(0, 0, 1)
9	1016	(0, 556, -236.5)	(0, 0, 1)
10	914	(0, 556, -350.5)	(0, 0, 1)
11	914	(0, 556, -446.5)	(0, 0, 1)
12	914	(0, 556, -542.5)	(0, 0, 1)

表 3 卷筒初始参数

Table 3 Initial parameters of the drum

卷筒	直径/mm	螺距/mm	圆心坐标/mm	圆心轨迹方向
1	1500	35	(-1848, 755, 3366)	(0, 0, -1)
2	1500	35	(-1848, 755, -3175)	(0, 0, 1)

为比较吊重自身对其轨迹偏差的影响，我们利用本文所述方法分析了核环吊分别将空载、5t、20t、100t 的重物起升 20m 时核环吊的平衡路径。

吊点水平方向偏差和前后方向偏差随起升高度变化曲线分别如图 14 和图 15 所示。从中可见：1) 偏差受吊重的影响很小；2) 空载时吊钩组自重引起的偏差比一定吊重下引起的偏差稍大；3) 吊点轨迹偏差随起升高度增加而变大，原因在于：随着重物的上升动定滑轮间的距离越来越远，一些钢丝绳走向与竖直方向的偏离变大，钢丝绳的水平拉力增加，从而引起的偏差增加。

为比较重物提升和下降两种工况对核环吊偏差的影响，我们分析了核环吊将 272t 重物先提升 10m，然后下降 10m 回到原先高度时核环吊的平衡路径。图 16 和图 17 分别为吊点水平偏差和前后偏差变化曲线。

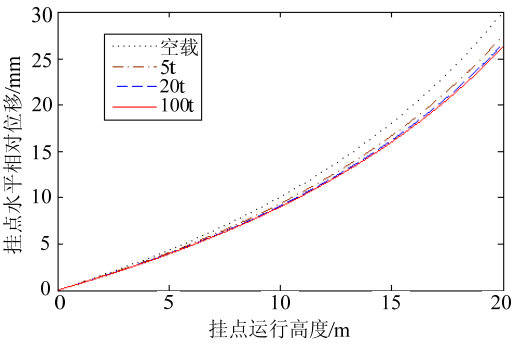


图 14 挂点水平方向相对偏差

Fig.14 Deflections of load trajectory in the left and right direction

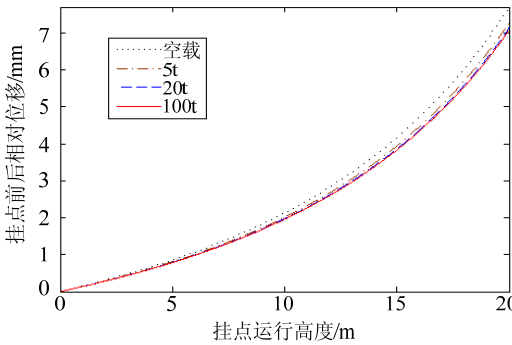


图 15 挂点前后方向相对偏差

Fig.15 Deflections of load trajectory in the fore-and-aft direction

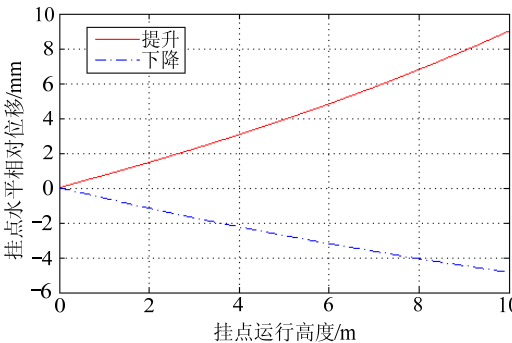


图 16 重物提升和下降时水平偏差对比

Fig.16 Contrast of hoisting and descending for deflection in the left and right direction

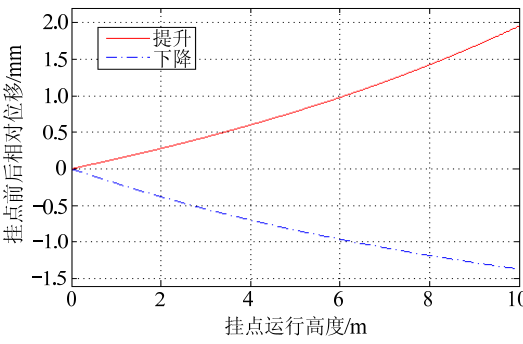


图 17 重物提升和下降时前后偏差对比

Fig.17 Contrast of hoisting and descending for deflection in the fore-and-aft direction

从中可见:提升时的偏差大于下降时的偏差。原因在于提升和下降的入绳和出绳顺序是相反的,以及下降时钢丝绳走向更趋近竖直方向从而减少了拉力的水平分量。

8 结论

核环吊系统的吊重运动轨迹存在系统偏差,要实现吊重的高精度定位,在努力提高控制系统的同时,也需要精细考虑结构的尺寸,尤其是定滑轮和动滑轮的布局,本文所提的方法可为相关工作提供参考。

通过对核环吊平衡路径的分析可以得到以下几个结论:

(1) 吊重轨迹偏差受吊重的影响很小;

(2) 吊重越接近核环吊的顶部,轨迹偏差的增长速度也就越快;

(3) 重物起升时的吊重轨迹偏差大于重物下降时的吊重轨迹偏差。

参考文献:

- [1] 李波. 核电站环吊大车运行动力学研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2007.
Li Bo. Study on polar crane dynamics of nuclear power plant [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2007. (in Chinese)
- [2] 顾翠云, 高秀芬, 刘焕江, 等. 核电站环行起重机安全保护功能分析[J]. 机械工程与自动化, 2009(6): 93—94.
Gu Cuiyun, Gao Xiufen, Liu Huanjiang, et al. Safety and protection function analysis of polar crane in nuclear power station [J]. Mechanical Engineering & Automation, 2009(6): 93—94. (in Chinese)
- [3] 李国杰, 丁晓红. 日本核电站桥式起重机[J]. 起重运输机械, 2001(2): 20—24.
Li Guojie, Ding Xiaohong. Overhead travelling crane for nuclear power station in Japan [J]. Hoisting and Conveying Machinery, 2001(2): 20—24. (in Chinese)
- [4] 卜广强. 核电站起重机面临的问题及其对策[J]. 起重运输机械, 2010(4): 5—10.
Bu Guangqiang. Issues confronted with cranes for nuclear power plants and its related countermeasures [J]. Hoisting and Conveying Machinery, 2010(4): 5—10. (in Chinese)
- [5] 胡宗武, 阎以诵. 起重机动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988: 1—11.
Hu Zongwu, Yan Yisong. Crane Dynamics [M]. Beijing: China Machine Press, 1988: 1—11. (in Chinese)
- [6] 王鹏程, 方勇纯, 相吉磊, 等. 回转旋臂式船用起重机的动力学分析与建模[J]. 机械工程学报, 2011, 47(20): 34—40.
Wang Pengcheng, Fang Yongchun, Xiang Jilei, et al. Dynamics analysis and modeling of ship-mounted boom crane [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(20): 34—40. (in Chinese)
- [7] 郭永娟. 起重机吊重偏摆系统的动力学仿真与控制研究[D]. 哈尔滨: 东北林业大学, 2011.
Guo Yongjuan. Research on dynamic simulation and control of load deflection systems for cranes [D]. Harbin: Northeast Forestry University, 2011. (in Chinese)
- [8] Aufaure M. A finite element of cable passing through a pulley [J]. Computers and Structures, 1993, 46(5): 807—812.
- [9] Ju F, Choo Y S. Super element approach to cable passing through multiple pulleys [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005(42): 3533—3547.
- [10] Hong D W, Cipra R J. A method for representing the configuration and analyzing the motion of complex cable-pulley systems [J]. Journal of Mechanical Design, 2003, 125: 332—341.
- [11] 齐朝晖. 多体系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 145—148.
Qi Zhaohui. Dynamics of multibody systems [M]. Beijing: Science Press, 2008: 145—148. (in Chinese)
- [12] 张青, 张瑞军. 工程起重机结构与设计[M]. 北京: 化学工业出版社, 2008: 37—39.
Zhang Qing, Zhang Ruijun. Structure and design of engineering crane [M]. Beijing: China Industry Press, 2008: 37—39. (in Chinese)