

文章编号: 1000-4750(2014)10-0040-07

SH波对覆盖层下浅埋圆孔和圆夹杂的散射

陈冬妮¹, 齐 辉¹, 赵春香²

(1. 哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 黑龙江, 哈尔滨 150001; 2. 黑龙江科技大学理学院, 黑龙江, 哈尔滨 150001)

摘 要: 利用复变函数法和波函数展开法给出了具有地表覆盖层的弹性半空间内圆形孔洞和圆柱形夹杂在稳态SH波作用下动应力集中问题的解。根据SH波散射的衰减特性, 该问题采用大圆弧假定法求解, 利用半径很大的圆来拟合地表覆盖层的直边界, 将具有地表覆盖层的半空间直边界问题转化为曲面边界问题。借助Helmholtz定理预先写出问题波函数的一般形式解, 再利用边界条件并借助复数Fourier-Hankel级数展开把问题化为求解波函数中未知系数的无穷线性代数方程组, 截断该无穷代数方程组可求得该问题的近似解析解。最后, 通过算例讨论了地表覆盖层及圆孔对浅埋圆柱形夹杂动应力集中的影响。结果表明, 覆盖层刚度和厚度的变化及圆孔的存在可显著改变圆夹杂周边动应力集中的分布。

关键词: 地表覆盖层; 圆形孔洞; 圆柱形夹杂; SH波散射; 大圆弧假定法; 动应力集中

中图分类号: O343.1; P315.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.05.0385

SCATTERING OF SH-WAVE BY SUBSURFACE CIRCULAR CAVITIES AND INCLUSIONS IN A LAYERED HALF-SPACE

CHEN Dong-ni¹, QI Hui¹, ZHAO Chun-xiang²

(1. Aerial and Civil Engineering College, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China;

2. College of Sciences, Heilongjiang University of Science & Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: The solution to the dynamic stress concentration of circular cavities and inclusions subject to SH-Wave in an elastic half-space covered with an elastic layer is attained in this study, using the complex function method and the wave function expansion method. According to the attenuation characteristics of SH-Wave scattering, the problem is attempted by using the large-arc assumption method, in which a circular boundary of a large radius is used to approximate the straight boundary of the surface layer to transform the original problem to a surface boundary problem. With the theory of Helmholtz, the general solution of the Biot's wave function is obtained. Subsequently, infinite linear algebraic equations with unknown coefficients are formulated using the Fourier-Hankel series expansion and boundary conditions, and the approximate analytic solution is derived by truncating the equations. Finally, the dynamic stress concentration factor around the circular inclusion is discussed in a numerical example. Results show that different stiffness and thickness of the surface layer and the existence of cavities can remarkably change the dynamic stress concentration distribution around circular inclusions.

Key words: surface layer; circular cavity; circular inclusion; scattering of SH-wave; large-arc assumption method; dynamic stress concentration

地下结构广泛应用在城市建设、交通运输、能源开发和国防工程等领域。地下结构在地震作用下的响应是结构工程学、地震工程学、弹性波动理论

中令人关注的课题之一。弹性介质中孔洞、夹杂、裂纹和衬砌等异质物对弹性波的散射影响问题研究一直备受学者们的关注, 并已得到了较好的分析

收稿日期: 2013-05-02; 修改日期: 2014-02-17

通讯作者: 陈冬妮(1974—), 女, 黑龙江人, 博士生, 主要从事弹性波动理论及应用研究(E-mail: cndn1230@126.com)。

作者简介: 齐 辉(1963—), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博导, 主要从事弹性波动理论及应用研究(E-mail: qihui205@sohu.com);

赵春香(1967—), 女, 黑龙江人, 副教授, 博士, 主要从事弹性波动理论及应用研究(E-mail: 824275880@qq.com)。

并形成了一系列成熟的理论和方法^[1-5]。20世纪末, Lee V W 教授创造性地提出了大圆弧假设原理, 这一假设解决了在半无限空间表面无法进行波函数展开的难题^[6]。之后他又和很多学者应用该方法研究了很多问题^[7-10]。我国学者刘殿魁等^[11]在1982年成功地将弹性静力学中的复变函数法推广到二维散射问题的分析之中, 大大地拓广了传统波函数展开法的应用^[12-15]。本文即利用复变函数法和波函数展开法给出了具有地表覆盖层的弹性半空间内圆孔与圆柱形夹杂在稳态SH波作用下动应力集中问题的解。为了克服直接构造波函数场的困难, 采用一个半径很大的圆孔边界来拟合半空间的直边界, 因而原来问题就转化为半空间内大圆孔和小圆孔及圆柱形夹杂对入射平面SH波的散射问题, 即采用大圆弧假定法求解。

1 理论分析

1.1 问题的表述

地下结构中含有多个圆孔和圆柱形夹杂的弹性半空间计算模型如图1所示。圆孔和圆柱形夹杂标记为 $T_s (s=1, \dots, m)$, 其中 c_s 为第 s 个圆孔或圆柱形夹杂的中心坐标, 也就是第 s 个圆孔或夹杂的圆心在总体坐标下的坐标, 它的半径用 a_s 表示, 其中夹杂的密度和剪切弹性模量分别为 ρ_s 和 μ_s ; 地表覆盖层的上边界标记为 T_U , 下边界标记为 T_D , 覆盖层的厚度为 h_2 , 覆盖层的密度为 ρ_2 , 剪切弹性模量为 μ_2 。利用一个半径很大的圆来拟合地表直边界, 逼近地表覆盖层大圆弧中心记为 O' , 到上边界的半径记为 R_U , 到下边界的半径记为 R_D 。基体介质的密度和剪切弹性模量分别为 ρ_1 和 μ_1 。

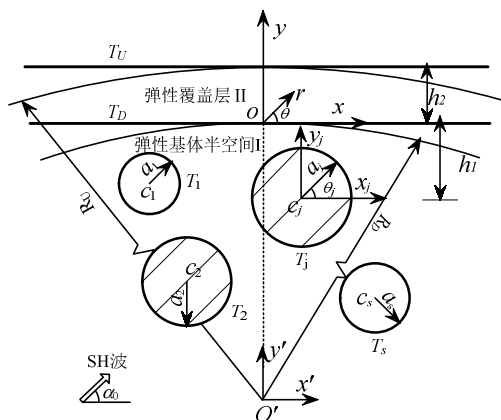


图1 计算模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of the computational model

在覆盖层的下边界建立一个总体坐标系 XOY , 在

圆孔和夹杂的圆心上建立局部坐标系 $X_jO_jY_j$ 。采用“分区”的思想将整个区域分割成I、II、III三个部分进行分析, 其区域I为基体半无限空间, 区域II为地表覆盖层, 区域III为圆柱形夹杂, T_D 为区域I、II的“公共边界”。

1.2 控制方程

弹性波的散射问题, 最为简单的模型就是出平面剪切运动的SH波模型-SH入射波在 x, y 平面内所激发的反平面位移(波函数) $W_i(x, y, t)$ 垂直于 x, y 平面, 且与 z 轴无关, 位移函数 $W_i(x, y, t)$ 与时间的依赖关系为 $\exp(-i\omega t)$ 。引入复数变量 $(z, \bar{z})$, $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$, 在复平面 $(z, \bar{z})$ 内介质的位移场满足的 Helmholtz 方程为:

$$\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2} + k^2 W_i = 0 \quad (1)$$

其中: W_i 为位移函数, 位移函数与时间的依赖关系为 $e^{-i\omega t}$, (以下分析略去时间谐和因子 $e^{-i\omega t}$)。

$k_i = \frac{\omega}{c_i^L}$, ω 为位移 $W(x, y, t)$ 圆频率, c_i^L 为介质的剪

切波速; $c_i^L = \sqrt{\frac{\mu_i}{\rho_i}} (i=1, 2)$, ρ_i 、 μ_i 分别为介质的质量密度和剪切模量。

应力与应变的关系:

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \mu \frac{\partial W}{\partial y} \quad (2)$$

在复平面 $(z, \bar{z})$ 上, 式(1)和式(2)可表示如下:

$$\frac{\partial^2 W_i}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{1}{4} k^2 W_i = 0 \quad (3)$$

和

$$\tau_{xz} = \mu_i \left(\frac{\partial W_i}{\partial z} + \frac{\partial W_i}{\partial \bar{z}} \right), \quad \tau_{yz} = \mu_i \left(\frac{\partial W_i}{\partial z} - \frac{\partial W_i}{\partial \bar{z}} \right) \quad (4)$$

而在极坐标系中, 应力表达式(4)有:

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \mu_i \left(\frac{\partial W_i}{\partial z} e^{i\theta} + \frac{\partial W_i}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right), \\ \tau_{\theta z} = i\mu_i \left(\frac{\partial W_i}{\partial z} e^{i\theta} - \frac{\partial W_i}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right). \end{cases} \quad (5)$$

1.3 辅助求解过程I

在区域I中, 求解一个散射波 $W^{(SI)}$, 它由浅埋圆孔和夹杂以及地表覆盖层的下边界产生的散射波 $W_{T_s}^{(SI)}$ 和 $W_{T_D}^{(SI)}$ 组成, 且有:

$$W^{(SI)} = W_{T_s}^{(SI)} + W_{T_D}^{(SI)} \quad (6)$$

在复平面 $(z, \bar{z})$ 上, 散射波 $W_{T_s}^{(SI)}$ 为:

$$W_{T_s}^{(SI)}(z, \bar{z}) = \sum_{s=1}^m \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^S H_n^{(1)}(k_1 | z - c_s |) \left[\frac{z - c_s}{|z - c_s|} \right]^n \quad (7)$$

其中: A_n^S ($s=1, 2, \dots, m$) 为待定系数; m 为半空间中圆孔和夹杂的数目; $H_n^{(1)}(\cdot)$ 为 n 阶第一类 Hankel 函数。

当移动坐标时, 即把坐标原点移动到 j 孔的圆心 c_j 上, 在 $(z_j, \bar{z}_j)$ 上 $z = z_j + c_j$, 其中, ${}^s d_j = c_s - c_j$, 也就是以 c_j 为原点时, s 孔中心的复坐标。这样式(7)即可写成:

$$W_{T_s}^{(SI)}(z_j, \bar{z}_j) = \sum_{s=1}^m \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^S H_n^{(1)} \cdot (k_1 | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n \quad (8)$$

在复平面 $(z', \bar{z}')$ 上, 散射波 $W_{T_D}^{(SI)}$ 为:

$$W_{T_D}^{(SI)}(z', \bar{z}') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_n^{(2)}(k_1 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^n \quad (9)$$

其中: $z' = z + iR_D$; $H_n^{(1)}(\cdot)$ 为 n 阶第一类 Hankel 函数; $H_n^{(2)}(\cdot)$ 为 n 阶第二类 Hankel 函数; A_n^S, B_n ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots; s=1, \dots, m$) 为待求系数。

相应的应力可表示为:

$$\tau_{r_j z, T_s}^{(SI)} = \frac{k_1 \mu_1}{2} \sum_{s=1}^m \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^S \cdot \left\{ H_{n-1}^{(1)}(k_1 | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n e^{i\theta_j} - H_{n+1}^{(1)}(k_1 | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n e^{-i\theta_j} \right\} \quad (10)$$

$$\tau_{\theta_j z, T_s}^{(SI)} = \frac{ik_1 \mu_1}{2} \sum_{s=1}^m \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^S \cdot \left\{ H_{n-1}^{(1)}(k_1 | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n e^{i\theta_j} + H_{n+1}^{(1)}(k_1 | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n e^{-i\theta_j} \right\} \quad (11)$$

$$\tau_{r'z, T_D}^{(SI)} = \frac{k_1 \mu_1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \cdot$$

$$\left\{ H_{n-1}^{(2)}(k_1 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} - H_{n+1}^{(2)}(k_1 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\} \quad (12)$$

$$\tau_{\theta'z, T_D}^{(SI)} = \frac{ik_1 \mu_1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \left\{ H_{n-1}^{(2)}(k_1 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} + H_{n+1}^{(2)}(k_1 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\} \quad (13)$$

1.4 辅助求解过程II

在区域 II 中求解一个散射波 $W^{(SII)}$, 它由地表覆盖层的上下边界 T_U 和 T_D 产生的散射波 $W_{T_U}^{(SII)}$ 和 $W_{T_D}^{(SII)}$ 组成, 且有:

$$W^{(SII)} = W_{T_U}^{(SII)} + W_{T_D}^{(SII)} \quad (14)$$

在复平面 $(z', \bar{z}')$ 上, 散射波 $W_{T_D}^{(SII)}$ 和 $W_{T_U}^{(SII)}$ 为:

$$W_{T_D}^{(SII)}(z', \bar{z}') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n H_n^{(1)}(k_2 | z' |) [z' / |z'|]^n \quad (15)$$

$$W_{T_U}^{(SII)}(z', \bar{z}') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n H_n^{(2)}(k_2 | z' |) [z' / |z'|]^n \quad (16)$$

其中: $z' = z + iR_D$; C_n, D_n ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 为待求系数。

相应的应力可表示为:

$$\tau_{r'z, T_D}^{(SII)} = \frac{k_2 \mu_2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \left\{ H_{n-1}^{(1)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} - H_{n+1}^{(1)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\} \quad (17)$$

$$\tau_{\theta'z, T_D}^{(SII)} = \frac{ik_2 \mu_2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \left\{ H_{n-1}^{(1)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} + H_{n+1}^{(1)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\} \quad (18)$$

$$\tau_{r'z, T_U}^{(SII)} = \frac{k_2 \mu_2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \left\{ H_{n-1}^{(2)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} - H_{n+1}^{(2)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\} \quad (19)$$

$$\tau_{\theta'z, T_U}^{(SII)} = \frac{ik_2 \mu_2}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n \left\{ H_{n-1}^{(2)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n-1} e^{i\theta'} + H_{n+1}^{(2)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \right\}$$

$$e^{i\theta'} + H_{n+1}^{(2)}(k_2 | z' |) \left[\frac{z'}{|z'|} \right]^{n+1} e^{-i\theta'} \quad (20)$$

1.5 辅助求解过程III

在区域III中的每个夹杂内产生的驻波位移场 $W_{T_s}^{(SIII)}$ 在复平面 $(z, \bar{z})$ 上可表示为:

$$W_{T_s}^{(SIII)}(z, \bar{z}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n J_n(k_s | z - c_s |) \left[\frac{z - c_s}{|z - c_s|} \right]^n \quad (21)$$

式中: $E_n (n=0, \pm 1, \pm 2 \dots)$ 为待定系数, 利用边界条件可求得; $J_n(\cdot)$ 为 n 阶 Bessel 函数。

同样, 移动坐标, 式(21)即可写成:

$$W_{T_s}^{(SIII)}(z_j, \bar{z}_j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n J_n \cdot (k_s | z_j - {}^s d_j |) \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^n \quad (22)$$

驻波 $W_{T_s}^{(SIII)}$ 相应的应力场为:

$$\tau_{r,z}^{(SIII)} = \frac{k_s \mu_s}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \left\{ J_{n-1}(k_s | z_j - {}^s d_j |) \cdot \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^{n-1} e^{i\theta_j} - J_{n+1}(k_s | z_j - {}^s d_j |) \cdot \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^{n+1} e^{-i\theta_j} \right\} \quad (23)$$

$$\tau_{\theta,z}^{(SIII)} = \frac{ik_s \mu_s}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \left\{ J_{n-1}(k_s | z_j - {}^s d_j |) \cdot \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^{n-1} e^{i\theta_j} + J_{n+1}(k_s | z_j - {}^s d_j |) \cdot \left[\frac{z_j - {}^s d_j}{|z_j - {}^s d_j|} \right]^{n+1} e^{-i\theta_j} \right\} \quad (24)$$

1.6 问题的解

如图 1 所示, 有一稳态的 SH 波沿与 x 轴正向成 α_0 的方向入射到具有地表覆盖层的弹性半空间, 在复平面 $(z, \bar{z})$ 上, 入射波 $W^{(i)}$ 可写为:

$$W^{(i)} = W_0 \exp \left\{ \frac{ik_1}{2} [z \cdot e^{-i\alpha_0} + \bar{z} \cdot e^{i\alpha_0}] \right\} \quad (25)$$

式中, W_0 为入射波的最大幅值。

相应的应力可表示为:

$$\tau_{rz}^{(i)} = i\tau_0 \cos(\theta - \alpha_0) \exp \left\{ \frac{ik_1}{2} (ze^{-i\alpha_0} + \bar{z}e^{i\alpha_0}) \right\} \quad (26)$$

$$\tau_{\theta z}^{(i)} = -i\tau_0 \sin(\theta - \alpha_0) \exp \left\{ \frac{ik_1}{2} (ze^{-i\alpha_0} + \bar{z}e^{i\alpha_0}) \right\} \quad (27)$$

式中, $\tau_0 = \mu_1 k_1 W_0$ 是入射波产生的剪应力幅值。

利用边界条件: 地表覆盖层的上边界上应力自由, 孔洞周边上应力自由, 夹杂周边以及两个区域的“公共边界”上应力和位移连续, 可得到求解该问题的定解方程组:

$$T_S(|z_1| = a_1): \tau_{rz}^{(i)} + \tau_{rz,T_S}^{(SI)} + \tau_{rz,T_D}^{(SI)} = 0 \quad (28a)$$

$$T_D(|z'| = R_D): \tau_{rz}^{(i)} + \tau_{rz,T_S}^{(SI)} + \tau_{rz,T_D}^{(SI)} = \tau_{rz,T_U}^{(SII)} + \tau_{rz,T_D}^{(SII)} \quad (28b)$$

$$T_D(|z'| = R_D): W^{(i)} + W_{T_s}^{(SI)} + W_{T_D}^{(SI)} = W_{T_U}^{(SII)} + W_{T_D}^{(SII)} \quad (28c)$$

$$T_U(|z'| = R_U): \tau_{rz,T_U}^{(SII)} + \tau_{rz,T_D}^{(SII)} = 0 \quad (28d)$$

$$T_S(|z_2| = a_2): \tau_{rz}^{(i)} + \tau_{rz,T_S}^{(SI)} + \tau_{rz,T_D}^{(SI)} = \tau_{rz,T_S}^{(SII)} \quad (28e)$$

$$T_S(|z_2| = a_2): W_{rz}^{(i)} + W_{rz,T_S}^{(SI)} + W_{rz,T_D}^{(SI)} = W_{rz,T_S}^{(SII)} \quad (28f)$$

在式(28a)两边同乘 $\exp(-im\theta_j)$, 在式(28b)~式(28d)两边同乘 $\exp(-im\theta')$, 在式(28e)、式(28f)两边同乘 $\exp(-im\theta_2)$ 并在 $(-\pi, \pi)$ 上积分, 则该方程组化简为具有未知系数 A_n^1 、 A_n^2 、 B_n 、 C_n 、 D_n 和 E_n 的一组无穷代数方程组。通过精度控制对方程组截取有限项(本文截取 9 项)进而求解。通过验算, 本文的计算精度可以达到 10^{-5} 。

2 数值结果

在具有地表覆盖层的弹性半空间内讨论了夹杂周边处的动应力集中系数 $k_1 r = 0.5$ 的变化情况, 其中 τ_{rz} 可表达为:

$$\tau_{\theta z}^* = |\tau_{rz} / \tau_0|_{R=a}, z = a \cdot \exp\{i\theta\} \quad (29)$$

式中, $\tau_0 = \mu_1 k_1 W_0$ 是入射波产生剪应力幅值。

对如图 2 所示的具有相同半径(采用无量纲参数, 取圆孔及夹杂的半径 $R=1.0$), 且纵向排列的圆孔和夹杂对 SH 波散射与动应力集中问题进行分析, 参数组合为 $\mu_1^* = \mu_2 / \mu_1$ 、 $\mu_2^* = \mu_3 / \mu_1$ 和 $K_1^* = k_2 / k_1$ 、 $K_2^* = k_3 / k_1$, 拟合地表覆盖层的大圆弧半径取为 100。算例结果如图 3~图 12 所示。

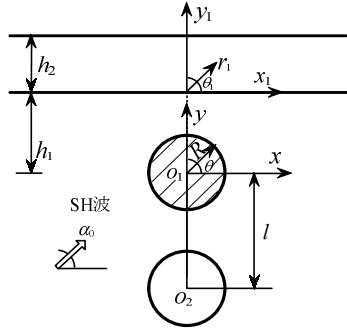


图2 算例模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of the numerical example

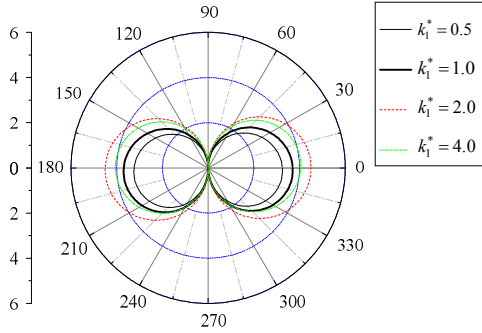
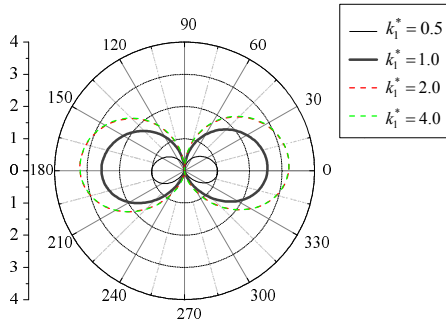
图3 $k_1=0.1$ 时孔边动应力集中系数Fig.3 DSCF around circular cavity ($k_1=0.1$)

图4 夹杂周边动应力集中系数

 $(k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$

Fig.4 DSCF around circular inclusion

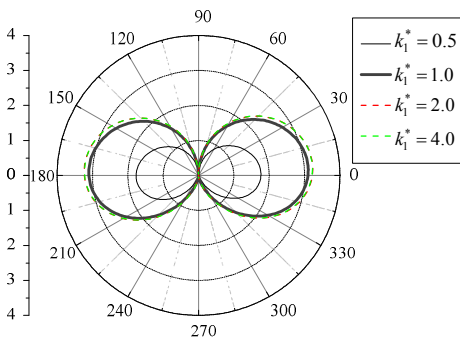
 $(k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$ 

图5 夹杂周边动应力集中系数

 $(k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=5.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$

Fig.5 DSCF around circular inclusion

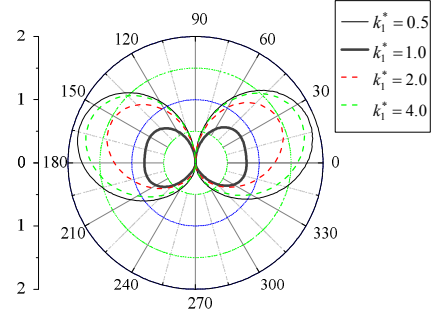
 $(k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=5.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$ 

图6 夹杂周边动应力集中系数

 $(k_1=0.5, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$

Fig.6 DSCF around circular inclusion

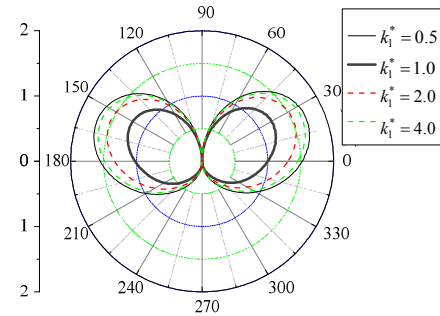
 $(k_1=0.5, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$ 

图7 夹杂周边动应力集中系数

 $(k_1=0.5, k_3=0.5, \mu_1^*=5.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$

Fig.7 DSCF around circular inclusion

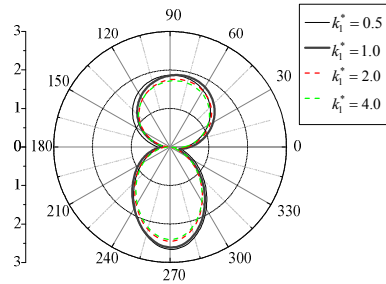
 $(k_1=0.5, k_3=0.5, \mu_1^*=5.0, \mu_2^*=0.25, l=2.5)$ 

图8 夹杂周边动应力集中系数

 $(l=2.5, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25)$

Fig.8 DSCF around circular inclusion

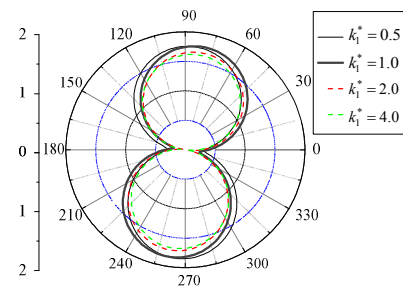
 $(l=2.5, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25)$ 

图9 夹杂周边动应力集中系数

 $(l=5.0, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25)$

Fig.9 DSCF around circular inclusion

 $(l=5.0, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25)$

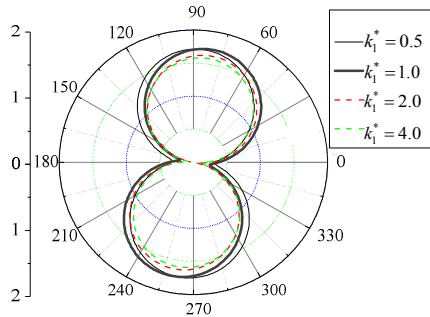


图 10 夹杂周边动应力集中系数
($l=10.0, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25$)

Fig.10 DSCF around circular inclusion
($l=10.0, k_1=0.1, k_3=0.5, \mu_1^*=2.0, \mu_2^*=0.25$)

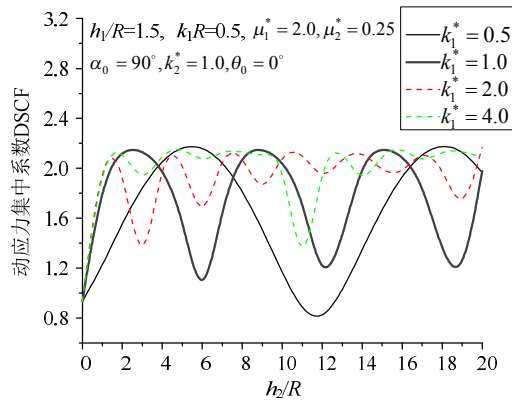


图 11 夹杂边上动应力集中系数(DSCF)随 h_2/R 的变化

Fig.11 Variation of DSCF around circular inclusion with h_2/R

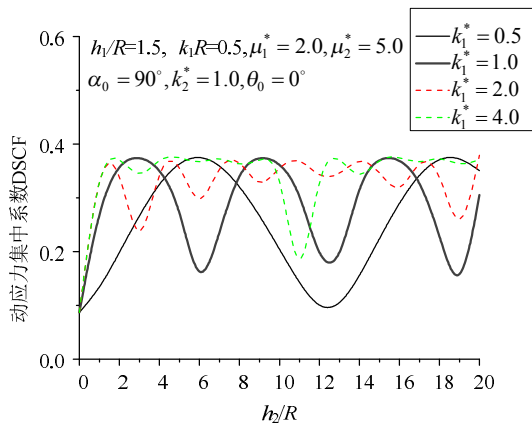


图 12 夹杂边上的动应力集中系数(DSCF)随 h_2/R 的变化

Fig.12 Variation of DSCF around circular inclusion with h_2/R

1) 图 3 给出了 $h_1=3.0$, $h_1=7.5$, $k_1R=0.1$, $\mu_1^*=1.0$, $\mu_2^*=1.0$, $l=2.5$, SH 波入射角 $\alpha_0=90^\circ$, $K_2^*=1.0$, K_1^* 不同时动应力集中系数沿圆孔周边变化情况。当 $K_1^*=1.0$ 时模型就退化为均匀半无限空间中垂直入射 SH 波对单圆孔的散射问题, 此时圆孔周边动应力集中系数的分布与文献[16]中所给研究成果基本一致, 由此一定程度上说明

用本文所述方法来求解本文所述问题的可行性和合理性。

2) 图 4~图 7 给出了 $h_1=3.0$, 覆盖层厚度 $h_2=5.0$, 参数 $\mu_1^*=2.0, 5.0$, 在不同波数及不同介质组合参数 K_1^* 的影响下夹杂对 $\alpha_0=90^\circ$ 入射的 SH 波散射的动应力分布情况。 $k_1R=0.1$ 及 SH 波低频入射情况下, 当覆盖层刚度较大时, 覆盖层的刚度变化对夹杂周边的动应力集中系数影响很小; 当覆盖层的刚度较小时, 刚度的改变才会使得夹杂周边动应力集中系数发生明显改变。然而, 当 $k_1R=0.5$ 及入射波波数较大时, 夹杂周边的动应力集中系数随覆盖层刚度的增加有减小的趋势。

3) 图 8~图 10 给出了 SH 波水平入射, 在不同纵向夹杂与圆孔中心距离 ($l=2.5, 5.0, 10.0$) 的条件下, 夹杂周边动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的分布。由图 8 可以看出: 夹杂在 $\theta=270^\circ$ 处的动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 在圆孔的影响下与 $\theta=90^\circ$ 相比提高了 40%; 由图 9 可以看出: 夹杂在 $\theta=270^\circ$ 处的动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 在圆孔的影响下与 $\theta=90^\circ$ 相比提高了 5.7%。由图 10 可以看出: 当 $l=10.0$ 时, 圆孔的存在几乎不影响夹杂周边的动应力集中系数, 可按单夹杂计算。由以上对比可见: 随着夹杂与圆孔的中心距的增大, 圆孔对夹杂周向动应力的集中影响越小, 这一结果与 SH 波散射的衰减特性相符合。

4) 图 11、图 12 分别给出了 $h_1/R=1.5$, $k_1R=0.5$, 介质组合参数不同且 SH 波垂直入射时, 夹杂在 $\theta=0^\circ$ 一点处的动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 随地表覆盖层的厚度 h_2/R 的变化规律。由图 11 可见: 动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的分布随 h_2/R 的增大呈现出“周期”性的变化, 当 $K_1^* \leq 1$ 时动应力集中系数变化频率较小, 但 $\tau_{\theta z}^*$ 的变化频率随着 K_1^* 增大逐渐提高。同时, 地表覆盖层的厚度的变化没有明显地影响夹杂边上动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的最大值; 由图 12 可以看出: 当 $\mu_2^*=5.0$ 即刚性较大的夹杂其动应力集中系数 $\tau_{\theta z}^*$ 的最大值非常小, 与图 11 相比较 $\tau_{\theta z}^*$ 的最大值几乎减小了 80%, 但夹杂刚度的变化几乎没有改变 $\tau_{\theta z}^*$ 的变化频率。

3 结论

利用复变函数法及大圆弧假定法给出了平面 SH 波对圆柱形夹杂散射的近似解析解。结果表明, 半无限空间中地表覆盖层及夹杂与浅埋孔洞之间

存在强烈的相互作用,地表覆盖层刚度、厚度及圆孔与夹杂孔心距的变化可显著改变浅埋夹杂周边动应力集中的分布。当覆盖层的刚度较小时,刚度的改变才会使得夹杂周边动应力集中系数发生明显改变;随着夹杂与圆孔的竖直孔心距的增大,圆孔对夹杂周向动应力的集中影响越小,这与 SH 波散射的衰减特性相符;夹杂的动应力集中系数的分布会随覆盖层厚度的增大呈现出“周期”性的变化。

参考文献:

- [1] Pao Y H, Mow C C. Diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations [M]. New York: Crane and Russak, 1973: 114—304.
- [2] Pao Y H. Elastic waves in solids [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1983, 50(4b): 1152—1164.
- [3] 林皋. 地下结构抗震分析综述(上)[J]. 世界地震工程, 1990, 5(2): 1—10.
Lin Gao. Seismic analysis summary of underground structures (I) [J]. World Earthquake Engineering, 1990, 5(2): 1—10. (in Chinese)
- [4] 王铎, 马兴瑞, 刘殿魁. 弹性动力学最新进展[M]. 北京: 科学出版社, 1995: 11—23.
Wang Duo, Ma Xingrui, Liu Diankui. The latest progress of elastic dynamics [M]. Beijing: Science Press, 1995: 11—23. (in Chinese)
- [5] 钟伟芳, 聂国华. 弹性波的散射理论[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997: 137—189.
Zhong Weifang, Nie Guohua. Theory of scattering of elastic wave [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1997: 137—189. (in Chinese)
- [6] Lee V W, Karl J. Diffraction of elastic plane P wave by circular underground unlined tunnels [J]. European Earthquake Engineering, 1993, 6(1): 29—36.
- [7] Lee V W, Sherif R I. Diffraction around circular canyon in elastic wedge space [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(6): 539—544.
- [8] Davis C A, Lee V W, Bardet J P. Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2001, 30(3): 383—410.
- [9] 张郁山. 圆弧状多层沉积谷地在平面 P 波入射下稳态响应的解析解[J]. 地球物理学报, 2008, 51(3): 869—880.
Zhang Yushan. Analytical solution for the stationary response of alluvial valleys containing multiple circular-arc layers to incidence plane P waves [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2008, 51(3): 869—880. (in Chinese)
- [10] 梁建文, 魏新磊, Vincent W LEE. 圆弧形沉积谷地对平面 P 波的三维散射解析[J]. 岩土力学, 2010, 31(2): 461—470.
Liang Jianwen, Wei Xinlei, Vincent W LEE. 3-D scattering of plane P waves by a circular-arc alluvial valley [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(2): 461—470. (in Chinese)
- [11] Liu D K, Gai B Z, Tao G Y. Applications of the method of complex functions to dynamic stress concentrations [J]. Wave Motion, 1982, 4(3): 293—304.
- [12] 赵嘉喜, 齐辉, 郭晶, 杨在林. 出平面线源荷载对半空间半圆形凸起的圆柱形弹性夹杂的散射[J]. 工程力学, 2008, 25(5): 235—240.
Zhao Jiaxi, Qi Hui, Guo Jing, Yang Zailin. Scattering of out-plane line source load by a cylindrical elastic Inclusion with a semi-cylindrical hill in half space [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 235—240. (in Chinese)
- [13] 杨在林, 刘殿魁, 孙柏涛, 许美娟. 半空间可移动刚性圆柱对 SH 波散射及动应力集中[J]. 工程力学, 2009, 26(4): 51—56.
Yang Zailin, Liu Diankui, Sun Baitao, Xu Meijuan. Scattering of SH-waves and dynamic stress concentration by moving rigid cylinder in half space [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(4): 51—56. (in Chinese)
- [14] 南景富, 齐辉, 折勇. 垂直半空间界面裂纹及附近圆孔对 SH 波的散射[J]. 工程力学, 2009, 26(5): 245—256.
Nan Jingfu, Qi Hui, Shi Yong. Scattering of SH-wave by interface crack and neighbouring circular cavity in bi-material vertical half-space [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(5): 245—256. (in Chinese)
- [15] 齐辉, 杨杰. SH 波入射双相介质半空间浅埋任意位置圆形夹杂的动力分析[J]. 工程力学, 2012, 29(7): 320—327.
Qi Hui, Yang Jie. Dynamic analysis for shallowly buried circular inclusions of arbitrary positions impacted by SH-wave in bi-material half-space [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(7): 320—327. (in Chinese)
- [16] 林宏, 刘殿魁. 半无限空间中圆形孔洞周围 SH 波的散射[J]. 地震工程与工程振动, 2002, 22(2): 9—16.
Lin Hong, Liu Diankui. Scattering of SH-wave around circular cavity in half-space [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, 22(2): 9—16.