

文章编号: 1000-4750(2017)03-0124-07

# 考虑参数更新的大跨桥梁温差极值分布估计方法研究

张 欢, 周广东, 吴二军

(河海大学土木与交通学院, 江苏, 南京 210098)

**摘 要:** 为了建立可靠的大跨桥梁全寿命温差极值分布模型, 提出采用广义帕累托分布(Generalized Pareto Distribution, GPD)对超阈值温差的统计特征进行描述, 并给出了超阈值温差样本相关性的去除方法和最优阈值的确定方法。为了融合温差分布的先期经验信息和不断递增的温差监测样本, 建立了考虑参数更新的贝叶斯估计方法, 利用 Gibbs 抽样对贝叶斯后验分布进行计算, 进而得到准确的基于广义帕累托分布的温差极值分布模型。最后利用九堡大桥长期监测温差数据进行了验证。研究表明, 广义帕累托分布能够对超阈值温差样本的尾部统计特征进行准确描述, 提出的考虑参数更新的温差极值分布贝叶斯估计方法能够对广义帕累托分布的参数进行可靠估计, 估计的统计模型比极大似然估计计算的结果更接近真实情况。研究结果可为大跨桥梁温差特性分析提供参考。

**关键词:** 桥梁工程; 结构健康监测; 温差极值; 广义帕累托分布; 贝叶斯估计

中图分类号: U442 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.08.0717

## STATISTICAL MODEL ESTIMATION OF EXTREME THERMAL GRADIENTS IN LONG-SPAN BRIDGES COMBINING PARAMETER UPDATING

ZHANG Huan, ZHOU Guang-dong, WU Er-jun

(College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

**Abstract:** In order to establish the reliable statistical models for extreme thermal gradients in long-span bridges during their life-cycles, a generalized Pareto distribution (GPD) is proposed to describe the statistical features of thermal gradient samples that exceed a threshold. And the procedure of excluding correlation in thermal gradient samples and the approach of selecting the best threshold are suggested. A Bayesian estimation method combining parameter updating for finding a GPD-based extreme thermal gradient model is developed to fuse prior information and incoming monitoring data. In this method, the Gibbs sampling is employed for computing the Bayesian posterior distribution. The developed method is verified by the thermal gradient data monitored on the Jiubao Bridge. The results indicate that the GPD has strong ability in describing the statistical characteristics of thermal gradients, especially in the tail region, and the Bayesian estimation method combining parameter updating provides more reasonable parameters for the GPD than the maximum likelihood estimation method. The outcomes of this paper are expected to offer a reference for the study of thermal gradients in long-span bridges.

**Key words:** bridge engineering; structural health monitoring; extreme thermal gradient; generalized Pareto distribution; Bayesian estimation

收稿日期: 2015-08-31; 修改日期: 2016-01-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(51678218); 中国博士后科学基金项目(2014M560387)

通讯作者: 周广东(1982-), 男, 四川人, 副教授, 博士, 主要从事结构健康监测研究(E-mail: zhougd@hhu.edu.cn).

作者简介: 张 欢(1992-), 女, 江苏人, 硕士生, 主要从事结构健康监测研究(E-mail: zhuan1214@163.com);

吴二军(1972-), 男, 河北人, 副教授, 博士, 主要从事工程结构平移、加固改造与监测研究(E-mail: wej@hhu.edu.cn).

大跨桥梁长期暴露在自然环境下,由于材料热特性的差异、太阳辐射的差异、桥面车轮摩擦的不均匀以及骤然温度变化等原因,结构不同位置会存在显著的温度差异<sup>[1-2]</sup>。大量的研究表明温差作用会在桥梁结构内部产生不可忽略的温度效应<sup>[3-6]</sup>。因此,有必要准确把握大跨桥梁的温差极值特性。健康监测系统可以长期实时记录大跨桥梁不同部位的温度,为深入研究大跨桥梁的温差极值特征提供了良好的数据基础。从而,利用监测数据建立温差统计模型并预测大跨桥梁服役期内的温差极值成为评估温差应力的有效方法。

基于长期监测温差数据,国内外学者采用极值理论对不同桥梁结构的温差极值分布进行了描述。Tong等<sup>[7]</sup>、Im等<sup>[8]</sup>和Li等<sup>[9]</sup>利用Gumbel分布对桥梁的横向温差和竖向温差进行了描述;雷笑等<sup>[10-11]</sup>和Ding等<sup>[12]</sup>采用Weibull分布对桥梁温差极值进行了估计。极值理论首先从实测样本中挑选出区组极值,如月极值和年极值,然后对挑选的极值进行概率分布估计,这样会造成大量的数据被浪费。目前大部分大跨桥梁仅有几年的温差监测数据,利用极值理论分析会由于样本较少而产生较大的误差<sup>[13]</sup>。不仅如此,即使温差样本足够,极值分布的估计结果也常常与实测结果相去甚远,造成预测的温差极值的可靠性较低<sup>[8]</sup>。广义帕累托分布(generalized Pareto distribution, GPD)对超过某一阈值的所有独立样本进行统计,能够充分利用已有的监测数据,在实测样本有限的情况下也能得到较好的结果,越来越受到土木工程领域研究者的重视<sup>[14]</sup>。Holmes和Moriarty<sup>[15]</sup>讨论了广义帕累托分布在预测不同重现期风速中的适用性,结果表明,广义帕累托分布适用于风速极值的分析,且能消除过于偏小的区段极值风速对估计结果的不利影响。李彬彬、王灿、陈龙和杨思博<sup>[16-19]</sup>分别采用广义帕累托分布对郑州市降水极值、洞庭湖地区洪水极值、屋盖风荷载极值和屋盖围护结构设计风荷载进行了统计分析。李正农和伍欢庆<sup>[20]</sup>讨论了广义帕累托分布在风压极值计算中的应用,发现广义帕累托分布能够得到比经典极值方法更好的结果,并建议在极值风压计算中采用。

目前,利用广义帕累托分布对大跨桥梁温差极值分布进行描述的研究还鲜有报道。另外,大跨桥梁温差极值分布的建立还应考虑两个问题:第一是如何利用长期工程经验和相关领域研究得到的关

于大跨桥梁温差极值分布的先验信息,第二是如何利用不断加入的新温差监测数据。因此,可靠的温差极值分布模型应该能根据既有的先验信息和新的监测数据进行不断的更新。基于此,本文采用广义帕累托分布对温差的极值分布进行描述,利用贝叶斯理论对融入了先验信息和新监测数据的温差极值分布的参数进行更新,采用Gibbs抽样对广义帕累托分布的参数进行训练并计算贝叶斯后验分布,最后利用九堡大桥的现场监测数据对本文方法进行验证。本文研究结果可为大跨桥梁温差极值统计模型的建立提供有益参考。

## 1 极值分布模型

极值理论以区组最大值作为样本进行极值分析,不仅浪费了大量宝贵的监测数据,而且对样本尾部统计特征的描述常常不尽如人意<sup>[21]</sup>。而进行随机变量极值预测的关键是推荐的极值分布模型能够很好的描述目标随机变量的尾部特征。广义帕累托分布对超过阈值的所有独立样本进行统计,能够充分利用有限的极值数据,且重点对随机变量的尾部统计特征进行准确描述<sup>[14]</sup>。

### 1.1 广义帕累托分布

假定  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  为独立同分布的随机样本序列,其最大值为  $x_{\max}$ ,则存在某一阈值  $u$  ( $u < x_{\max}$ )使得所有超出阈值  $u$  的样本近似服从广义帕累托分布,其概率密度函数(PDF)为:

$$f(x; u, \xi, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma} \right]^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)} \quad (1)$$

式中,  $\xi$  和  $\sigma$  分别为广义帕累托分布的形状参数和尺度参数。相应的累积分布函数(CDF)为:

$$F(x; u, \xi, \sigma) = 1 - \left[ 1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (2)$$

如果阈值足够大,使得超出量可以假定为1个泊松过程,则不同重现期的极值可以通过下式计算:

$$x_k = u - \frac{\sigma}{\xi} \left[ 1 - (\lambda k)^\xi \right] \quad (3)$$

式中:  $x_k$  为重现期为  $k$  年的极值;  $\lambda$  为每年的超阈值样本的数量。

从广义帕累托分布的定义可以看出,广义帕累托分布的样本应该满足两个条件:第1个是样本之间必须相互独立,第2个是统计的对象为超过某一

阈值的超出样本。因此,在使用广义帕累托分布进行统计分析之前,必须去除样本之间的相关性,同时找到一个合适的阈值  $u$  来计算超出样本。

### 1.2 样本去相关性

对于温差监测数据,来自同一个循环(24 h)的温差样本可能具有较强的相关性,而来自不同循环的温差样本一般没有相关性。典型实测温差时程如图 1 所示,如果直接采用阈值模型(Peaks over threshold, POT)对超出样本进行挑选,很可能使得选择的极值样本属于同一天的温差循环(如图 1 中“○”所示),样本间的独立性就会受到很大影响。根据温差的昼夜循环特性,提出温差超出样本的选取方法如下:

1) 以一天(24 h)为基本时距,将温差按照基本时距分成若干组;

2) 找出各组的极值作为新的温差样本;

3) 采用 POT 模型对新的温差样本进行分析,选出温差超出样本(如图 1 中“◆”所示)。

这样选出的超阈值样本必然来自不同的温差循环,样本的相关性得以去除。

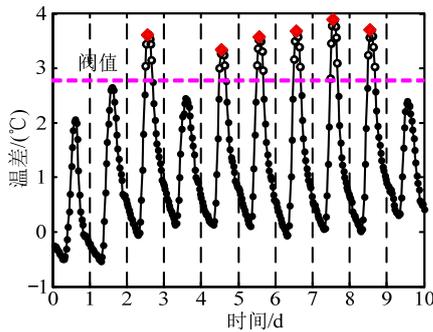


图 1 典型实测温差时程

Fig.1 Typical time history of thermal gradients

### 1.3 最优阈值选取

对于最优阈值的选取,目前已经建立了平均剩余寿命图法和峰度法等多种方法。平均剩余寿命图法概念明确,操作简单,在广义帕累托估计中广泛应用<sup>[16]</sup>。因此,本文采用平均剩余寿命图法进行最优阈值的选取。定义平均超出量函数(Mean Excess Function, MEF)为超过阈值  $u$  的所有样本的平均值,即有:

$$e(u) = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} (x_i - u) \quad (4)$$

式中:  $e(u)$  为平均超出量函数;  $N_u$  为超出阈值的样本个数。

根据式(4),对于任意给定的阈值  $u$ ,均可计算出一个  $e(u)$  值。选择不同的阈值  $u$  得到多个  $e(u)$

值,绘制  $\{u, e(u)\}$  散点图即为平均剩余寿命图。当随机样本序列  $X$  超阈值样本严格服从广义帕累托分布,平均超出量函数  $e(u)$  与阈值  $u$  为线性关系<sup>[15]</sup>。如果平均超出量函数超过某一阈值  $u_0$  后,平均剩余寿命图接近一条直线,表明超出量已经服从广义帕累托分布,此阈值  $u_0$  即为该随机变量对应于广义帕累托分布的最优阈值。

然而在实际应用中,由于随机变量难以严格服从广义帕累托分布,从曲线到直线的过渡并不是突然发生的,利用平均剩余寿命图进行最优阈值  $u_0$  的选择,往往具有一定的主观性。为了更为准确地确定最优阈值  $u_0$ ,定义标准残差<sup>[20]</sup>为:

$$SR(u) = e(u) - e_f(u) + STD[e(u)] \quad (5)$$

式中:  $SR(u)$  为阈值  $u$  的标准残差;  $e_f(u)$  为平均超出量函数  $e(u)$  的线性拟合;  $STD[e(u)]$  为平均超出量函数  $e(u)$  的标准差。根据标准差随着阈值的增加而增加的性质,标准残差能够更清晰的指示最优阈值  $u_0$  的位置。

## 2 广义帕累托分布的参数估计

### 2.1 极大似然估计

根据极大似然估计的基本理论,广义帕累托分布的似然函数为:

$$L(X; \xi, \sigma) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \xi, \sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \frac{\xi(x_i - u)}{\sigma} \right]^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)} \quad (6)$$

式中,  $L(X; \xi, \sigma)$  为广义帕累托分布的似然函数。假设广义帕累托分布的阈值  $u$ 、形状参数  $\xi$  和尺度参数  $\sigma$  的极大似然估计值分别为  $\hat{u}$ 、 $\hat{\xi}$  和  $\hat{\sigma}$ 。对于某一置信水平  $p$  ( $0 < p < 1$ ),分位数  $x_p$  的极大似然估计值  $\hat{x}_p$  为:

$$\hat{x}_p = \begin{cases} \hat{u} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[ 1 - (1-p)^{-\hat{\xi}} \right], & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{u} - \hat{\sigma} \lg(1-p), & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 2.2 考虑参数更新的贝叶斯估计

在大样本的条件下,极大似然估计能够对广义帕累托分布的参数进行较好的估计。如果基于健康监测系统的温差数据较少,超阈值样本严重不足,此时,极大似然估计结果的可靠性大大降低<sup>[17]</sup>。不仅如此,极大似然估计是对现有的全部样本进行估

计, 无法结合估计对象的既有工程先验信息; 且每次有新的监测数据加入之后都需要进行重新计算, 其工作效率也较低。实际上, 对于新加入的监测数据而言, 既有的监测数据也可以看作是先验信息, 因此, 可以将既有工程先验信息和既有监测数据的统计信息统一为先验信息。贝叶斯估计是在充分考虑先验信息的基础上对现有数据的统计模型进行估计, 对大跨桥梁温差极值分布的估计具有很好的适用性。

如果将广义帕累托分布未知参数  $\theta = \{\xi, \sigma\}$  看作是随机变量, 根据先验信息确定其先验分布为  $\pi(\theta)$ , 那么随机样本序列  $X$  依赖于参数  $\theta$  的密度函数就可被看成是随机变量在参数  $\theta$  给定时的条件密度函数  $p(X; \theta)$ 。同时, 融合先验信息的随机样本序列  $X$  的概率密度函数也可看着是随机样本序列  $X$  和未知参数  $\theta$  的联合分布。即有<sup>[22-23]</sup>:

$$h(X, \theta) = p(X; \theta)\pi(\theta) \quad (8)$$

式中,  $h(X, \theta)$  为随机样本序列  $X$  和未知参数  $\theta$  的联合分布。条件密度函数  $p(X; \theta)$  中, 如果随机样本序列  $X$  已知,  $p(X; \theta)$  即为参数  $\theta$  的似然函数。

因此, 式(8)也可以写为:

$$h(X, \theta) = L(X; \theta)\pi(\theta) \quad (9)$$

这里, 我们的任务是估计广义帕累托分布的参数, 也就是估计在随机样本序列  $X$  给定条件下未知参数  $\theta$  的分布。给定条件下未知参数  $\theta$  的条件分布为:

$$\pi(\theta; X) = \frac{h(X, \theta)}{m(x)} = \frac{L(X; \theta)\pi(\theta)}{\int_{\theta} L(X; \theta)\pi(\theta)d\theta} \quad (10)$$

式中,  $m(x)$  为随机样本序列  $X$  的边缘密度。式(10)

中的条件分布称为未知参数  $\theta$  的后验分布, 它集中了样本序列  $X$  和先验信息中有关参数  $\theta$  的一切信息。通过这一贝叶斯公式估计的参数  $\theta$  融入了先验信息, 因此能够更为准确的反映随机变量的统计特征。

在实际应用中, 式(10)的后验分布很难通过解析方法获得。这里采用马尔可夫链-蒙特卡罗 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 方法来计算贝叶斯后验分布。运用 MCMC 方法时, 构造转移核至关重要, 本文采用 Gibbs 抽样方法获得<sup>[24]</sup>。

已经证明, 上述 Gibbs 抽样方法产生的随机序列  $\{\theta^{(j)}\}$  构成了 1 个马尔科夫链, 且该链存在平稳分布  $\pi(\theta; X)$ <sup>[17]</sup>。

### 3 算例验证

#### 3.1 九堡大桥温度监测

九堡大桥属于钱塘江上规划建设的一座大桥之一, 全长 1855 m, 由主桥、南引桥和北引桥组成。主桥为 3×210 m 跨径连续结合梁-钢拱组合体系, 拱肋支承于“V”型薄壁墩上, 如图 2 所示。主梁为等截面钢-混凝土结合梁结构, 采用由主纵梁、中横梁、端横梁、小纵梁组成的双主梁梁格体系, 高 4.5 m, 宽 37.7 m。拱肋系统由外倾式主拱肋、内倾式副拱肋、主副拱肋之间的横向连杆以及拱顶横撑等构件组成。吊杆顺桥向间距为 8.5 m, 每个吊点为单吊杆, 全桥共 114 根吊杆。为全面掌握九堡大桥的温度场分布, 进而准确分析温度作用效应, 在结构的关键部位布置了大量的温度传感器, 主桥中跨跨中截面的温度传感器布置如图 3 所示<sup>[25]</sup>。温

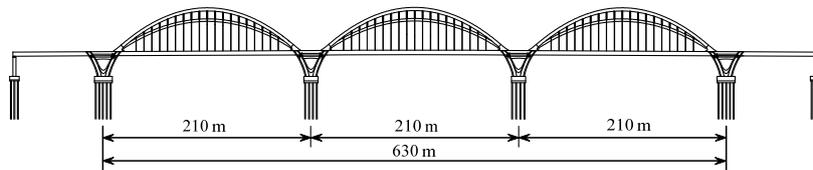


图 2 九堡大桥主桥立面图

Fig.2 The elevation of main bridge of the Jiubao Bridge

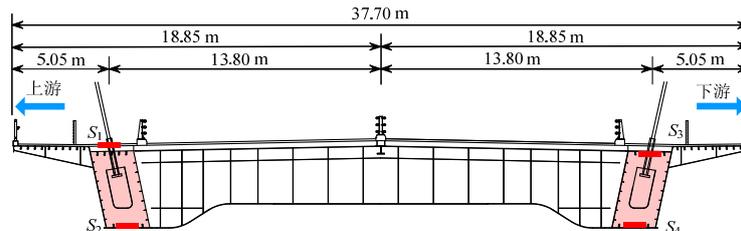


图 3 主桥中跨跨中截面温度传感器布置示意图

Fig.3 Layout of temperature sensors in the middle cross-section of the main span

度传感器的采样周期设为 1 min，每个传感器每年有超过 50 万条温度记录。考虑到温度的慢变特性，以 10 min 为基本时距对温度记录进行平均。这样，每天的代表性温度数据为 144 个。限于篇幅，本文仅以主梁竖向温差  $T_{12}$  (指传感器  $S_1$  的监测温度与传感器  $S_2$  的监测温度之差) 为期两年的监测数据为例说明本文提出方法的操作流程并验证本文提出方法的可靠性。

对竖向温差  $T_{12}$  的所有数据进行统计建模，其结果如图 4 所示，图中“ND”代表正态分布，“LD”代表 Logistic 分布。从图中可以看出，竖向温差的概率分布左右不对称，正温差样本较多，呈现出典型的“厚尾”特征。采用常用的正态分布和 Logistic 分布对所有温差数据的统计特征进行描述，发现估计的概率密度函数与实测概率密度在尾部相差较大。如果以年最大温差为样本进行极值分析，年最大温差样本仅为 2 个，分析难以实现。以每日最大温差为样本进行极值分析，其结果如图 5 所示，估计结果与实测结果也相去甚远。在这种情况下，难以准确预测不同重现期的温差极值。下面进一步利用广义帕累托分布对竖向温差  $T_{12}$  的统计特征进行描述，对超过阈值( $-0.2^{\circ}\text{C}$ )的样本进行统计，其结果如图 6 所示。可以看出，相比于其他分布，广义帕累托分布能够准确的描述超阈值竖向温差的统计特征。

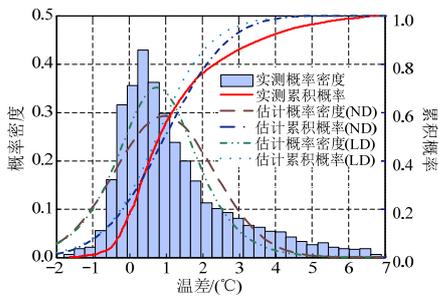


图 4  $T_{12}$  全部数据的统计结果

Fig.4 Different fitting of entire thermal gradient  $T_{12}$

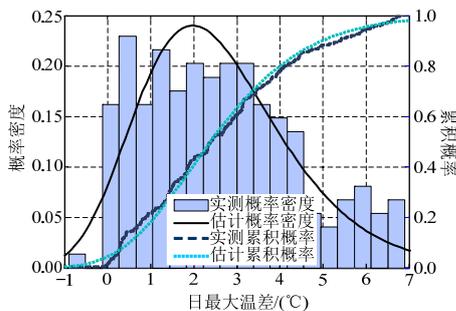


图 5  $T_{12}$  日最大温差的统计结果

Fig.5 Extreme fitting of maximum daily thermal gradients

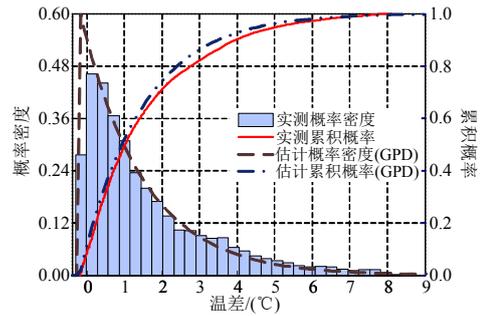


图 6  $T_{12}$  的广义帕累托估计

Fig.6 GPD fitting of thermal gradient  $T_{12}$

### 3.2 竖向温差的最优阈值

对竖向温差  $T_{12}$  的所有数据首先按照第 1.2 节的方法进行去相关性，然后计算温差序列的最优阈值。图 7 给出了平均超出量函数和标准残差随阈值的变化曲线。平均剩余寿命图在阈值为  $-0.2^{\circ}\text{C}$  时斜率为零；标准残差在阈值等于  $-0.2^{\circ}\text{C}$  时达到最小值。因此，初步选定最优阈值为  $-0.2^{\circ}\text{C}$ 。

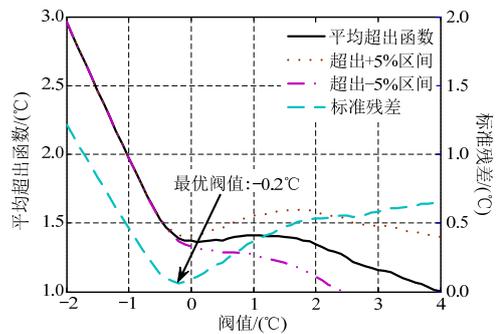


图 7 平均超出函数和标准残差随阈值的变化曲线

Fig.7 Mean excess function and standardized residual versus the threshold

为了进一步分析所选最优阈值的可靠性，利用广义帕累托分布的性质“如果 1 组样本严格服从最优阈值为  $u_0$  的广义帕累托分布，对于任意 1 个给定的阈值  $u (u > u_0)$ ，样本在阈值  $u$  下的分布仍然服从广义帕累托分布，且其形状参数  $\xi$  不变。”进行验证。在  $-0.2^{\circ}\text{C}$  附近选取不同阈值，然后对竖向温差  $T_{12}$  进行广义帕累托估计，得出形状参数  $\xi$  随阈值的变化曲线如图 8 所示。可以看出，当阈值超过  $-0.2^{\circ}\text{C}$  后，形状参数  $\xi$  的值基本不再变化，因此可以肯定，竖向温差  $T_{12}$  的最优阈值为  $-0.2^{\circ}\text{C}$ 。

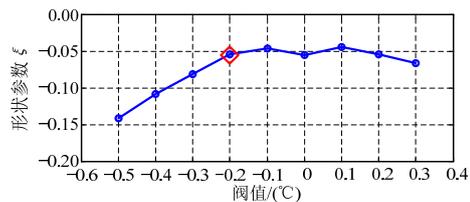


图 8 广义帕累托分布的形状参数  $\xi$  随阈值的变化

Fig.8 The shape parameter of the GPD versus the threshold

### 3.3 竖向温差极值分布模型的贝叶斯估计

对于宽幅钢-混凝土组合箱梁的竖向温差分布,目前尚缺少可靠的先验信息,因此将竖向温差 $T_{12}$ 第一年的监测数据作为先期数据,第二年数据作为后期数据。利用先期数据中包含的关于广义帕累托参数的统计信息作为先验信息。将前期数据按照不同的长度分组,对各组数据分别采用极大似然估计对广义帕累托分布的参数进行估计,可以得到大量的 $\xi$ 和 $\sigma$ 样本。假定形状参数 $\xi$ 和尺度参数 $\sigma$ 的概率分布相互独立,分别对 $\xi$ 和 $\sigma$ 的统计特征进行分析,其结果如图9所示,从而可得参数 $\xi$ 和参数 $\sigma$ 的先验分布分别为  $\text{Log}(-0.2453, 0.0849)$  和  $\text{Lognormal}(0.8727, 0.2971)$ 。

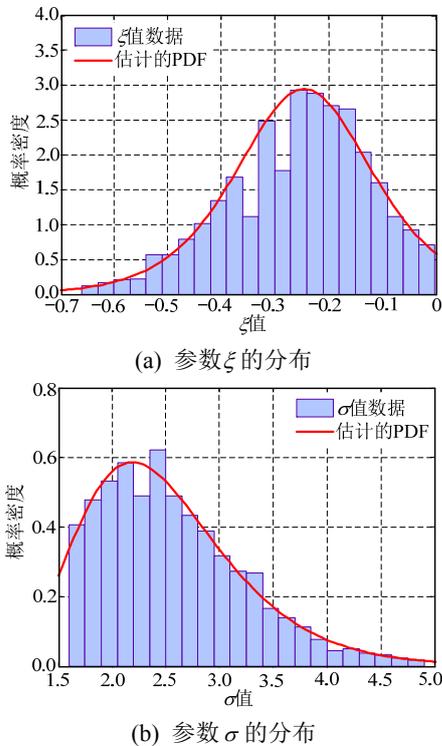


图9 广义帕累托分布参数的先验分布  
Fig.9 Prior distribution of the GPD parameters

采用 2.2 节中考虑参数更新的贝叶斯估计对后期数据的极值分布进行估计,并与极大似然估计的结果进行对比,其结果如图 10 所示。图中“BE”和“MLE”分别表示贝叶斯估计和极大似然估计。从图中可以看出,由于考虑参数更新的贝叶斯估计融合了先验信息,估计的结果比极大似然估计结果有更高的准确性,证明了本文方法的可靠性。最终得到竖向温差 $T_{12}$ 的广义帕累托分布模型为  $\text{GPD}(-0.2, -0.0538, 1.4632)$ 。利用式(3)进行竖向温差极值预测,50年一遇和100年一遇的竖向温差极值分别为  $14.6^\circ\text{C}$  和  $15.1^\circ\text{C}$ 。

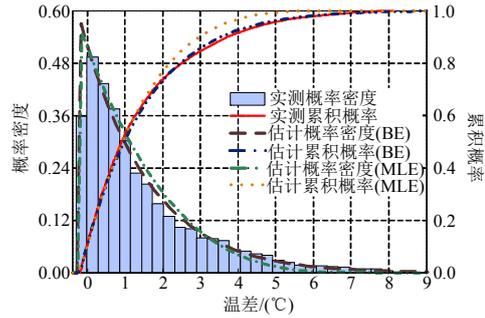


图10 贝叶斯估计和极大似然估计结果对比  
Fig.10 Comparison of Bayesian estimation and maximum likelihood estimation

## 4 结论

本文针对大跨桥梁温差极值统计模型的估计问题,提出利用广义帕累托分布对温差极值分布进行描述,并利用贝叶斯估计和 Gibbs 抽样对广义帕累托分布的参数进行更新估计,进而采用九堡大桥的长期监测数据对本文方法进行了验证,得出以下结论:

(1) 相比于基于极值理论的极值分析方法,广义帕累托分布对超阈值的所有样本进行统计,不仅可以充分利用宝贵的监测数据,还能对温差概率分布的尾部特征做出准确描述,因此能对不同重现期的温差极值作出可靠预测。

(2) 考虑参数更新的广义帕累托分布参数估计方法以贝叶斯理论为基础,在参数估计的过程中融入统计对象的先验信息,估计的概率模型能够更准确的反映随机变量的统计特征。Gibbs 抽样为计算贝叶斯后验分布提供了有效途径。

(3) 算例分析表明,平均超出量函数结合标准残差能准确定位最优阈值,广义帕累托分布对竖向温差概率分布的尾部特征描述比常规的概率模型更为准确。考虑参数更新的温差极值分布估计方法既能融合既有工程先验信息,又能根据不断加入的新监测数据进行更新,计算的广义帕累托分布比极大似然估计结果更接近实际情况。

### 参考文献:

[1] Zhou G D, Yi T H. Thermal load in large-scale bridges: a state-of-the-art review [J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2013, Article ID 217983: 1-17.

[2] 王高新, 丁幼亮, 李爱群, 等. 基于长期监测数据的润扬大桥斜拉桥钢箱梁横向温差特性研究[J]. 工程力学, 2013, 30(1): 163-167.

Wang Gaoxin, Ding Youliang, Li Aiqun, et al. Characteristics of transverse temperature differences of

- steel box girder in Runyang cable-stayed bridge using long-term monitoring [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(1): 163–167. (in Chinese)
- [3] Mirambell E, Aguado A. Temperature and stress distributions in concrete box girder bridges [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1990, 116(9): 23882–409.
- [4] 孙国晨, 关荣财, 姜英民, 等. 钢-混凝土叠合梁横截面日照温度分布研究[J]. *工程力学*, 2006, 23(11): 122–128.  
Sun Guochen, Guan Rongcai, Jiang Yingmin, et al. Sunshine-induced temperature distribution on cross section of steel-concrete composite beams [J]. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(11): 122–128. (in Chinese)
- [5] 张玉平, 杨宁, 李传习. 无铺装层钢箱梁日照温度场分析[J]. *工程力学*, 2011, 28(6): 156–162.  
Zhang Yuping, Yang Ning, Li Chuanxi. Research on temperature field of steel box girder without pavement caused by the solar radiations [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(6): 156–162. (in Chinese)
- [6] 任志刚, 胡曙光, 丁庆军. 太阳辐射模型对钢管混凝土墩柱温度场的影响研究. *工程力学*, 2010, 27(4): 246–251.  
Ren Zhigang, Hu Shuguang, Ding Qingjun. Research on the effect of solar radiation model on temperature field of concrete-filled steel tube pier [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(4): 246–251. (in Chinese)
- [7] Tong M, Tham L G, Au F T K. Extreme thermal loading on steel bridges in tropical region [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2002, 7(6): 357–366.
- [8] Chang-Kyun Im, Sung-Pil Chang. Estimating extreme thermal loads in composite bridge using long-term measurement data [J]. *Steel Structures*, 2004, 4: 25–31.
- [9] Li D, Maes M A, Dilger W H. Thermal design criteria for deep prestressed concrete girders based on data from confederation bridge [J]. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2004, 31(5): 813–825.
- [10] 雷笑, 叶见曙, 王毅. 日照作用下混凝土箱梁的温差代表值[J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2008, 38(6): 1105–1109.  
Lei Xiao, Ye Jianshu, Wang Yi. Representative value of solar thermal difference effect on PC box-girder [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2008, 38(6): 1105–1109. (in Chinese)
- [11] 叶见曙, 雷笑, 王毅. 基于统计分析的混凝土箱梁温差标准值研究[J]. *公路交通科技*, 2009, 26(11): 50–54.  
Ye Jianshu, Lei Xiao, Wang Yi. Study of characteristic value of thermal difference of concrete box girder based on statistical analysis [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2009, 26(11): 50–54. (in Chinese)
- [12] Ding Y, Zhou G, Li A, Wang G. Thermal field characteristic analysis of steel box girder based on long-term measurement data [J]. *International Journal of Steel Structures*, 2012, 12(2): 219–232.
- [13] Brabson B B, Palutikof J P. Tests of the generalized Pareto distribution for predicting extreme wind speeds [J]. *Journal of Applied Meteorology*, 2000, 39(9): 1627–1640.
- [14] Pisarenko V F, Sornette D. Characterization of the frequency of extreme earthquake events by the generalized Pareto distribution [J]. *Pure and Applied Geophysics*, 2003, 160(12): 2343–2364.
- [15] Holmes J D, Moriarty W W. Application of the generalized Pareto distribution to extreme value analysis in wind engineering [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1999, 83(1): 1–10.
- [16] 李彬彬. 基于极值理论与 Copula 函数的水文极值分析[D]. 郑州: 华北水利水电学院, 2012.  
Li Binbin. Hydrological extreme value analysis based on extreme value theory and copula functions [D]. Zhengzhou: North China University of Water Resources and Electric Power, 2012. (in Chinese)
- [17] 王灿. 基于极值统计的洪水频率分析模型及其应用研究——以洞庭湖地区为例[D]. 长沙: 湖南师范大学, 2013.  
Wang Can. Applied research of the model of flood frequency analysis based on extreme value statistics —Taking Dongting Lake area as an example [D]. Changsha: Hunan Normal University, 2013. (in Chinese)
- [18] 陈龙. 基于小容量样本的屋盖极值风荷载估计方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.  
Chen Long. Research on methods for estimating extreme wind loads on roofs with minority samples [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
- [19] 杨思博. 基于极值统计理论的屋盖围护结构设计风荷载[D]. 北京: 北京交通大学, 2013.  
Yang Sibao. Design wind load on claddings of large-span roof based on extreme value theory [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013. (in Chinese)
- [20] 李正农, 伍欢庆. 风压极值的阈值模型研究[J]. *地震工程与工程振动*, 2015, 35(1): 189–198.  
Li Zhengnong, Wu Huanqing. A study on extreme wind pressure: POT model [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2015, 35(1): 189–198. (in Chinese)
- [21] Gu Y, Li S, Li H, et al. A novel Bayesian extreme value distribution model of vehicle loads incorporating de-correlated tail fitting: Theory and application to the Nanjing 3rd Yangtze River Bridge [J]. *Engineering Structures*, 2014, 59: 386–392.
- [22] Beck J L, Yuen K V. Model selection using response measurements: Bayesian probabilistic approach [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 130(2): 192–203.
- [23] Samule Kotz, 吴喜之. 现代贝叶斯统计学[M]. 北京: 中国统计出版社, 2000: 9–25.  
Samule Kotz, Wu Xizhi. Modern Bayesian statistics [M]. Beijing: China Statistics Press, 2000: 9–25. (in Chinese)
- [24] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984(6): 721–741.
- [25] Zhou G D, Yi T H, Chen B, et al. Analysis of three-dimensional thermal gradients for arch bridge girders using long-term monitoring data [J]. *Smart Structures and Systems*, 2015, 15(2): 469–488.