



考虑支承面宽度的碟形弹簧承载力计算方法

徐龙河 杨富雄 岳清瑞 陈鹏 谢行思 赵晓青

CALCULATION METHOD FOR BEARING CAPACITY OF DISC SPRINGS CONSIDERING BEARING SURFACE WIDTH

XU Long-he, YANG Fu-xiong, YUE Qing-rui, CHEN Peng, XIE Xing-si, ZHAO Xiao-qing

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2023.12.0952>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

覆盖岩溶临空面对水平承载桩嵌固端承载力的影响试验研究

EXPERIMENTAL STUDY ON INFLUENCE OF COVERED KARSTIC FREE SURFACE ON FIXED END BEARING CAPACITY OF
LATERALLY LOADED PILE

工程力学. 2020, 37(10): 192-199 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2019.11.0704>

基于圆孔扩张理论的桩基水平承载力计算方法

AN ANALYSIS METHOD FOR THE HORIZONTAL BEARING CAPACITY OF PILE FOUNDATION BASED ON THE CAVITY EXPANSION
THEORY

工程力学. 2021, 38(2): 232-241, 256 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2020.04.0278>

内设加劲肋空间DKT形相贯节点轴压承载力公式

BEARING CAPACITY FORMULAS OF MULTI-PLANAR DKT-JOINT CONTAINING INTERNAL STIFFENERS UNDER AXIAL
COMPRESSION

工程力学. 2020, 37(9): 50-62 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2019.10.0591>

基于钢板屈曲分析的双钢板-混凝土组合剪力墙轴压承载力计算方法

COMPUTATIONAL METHOD FOR AXIAL COMPRESSION CAPACITY OF DOUBLE STEEL-CONCRETE COMPOSITE SHEAR WALLS
WITH CONSIDERATION OF BUCKLING

工程力学. 2019, 36(2): 154-164 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2017.12.0938>

基于承载力拟合的钢拱不利几何缺陷分析

ANALYSIS OF UNFAVORABLE GEOMETRIC DEFECTS OF STEEL ARCH BASED ON BEARING CAPACITY FITTING

工程力学. 2019, 36(S1): 203-209 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2018.06.S041>

砂土中水平条形锚板竖向拉拔承载力统一计算方法研究

UNIFIED METHOD FOR CALCULATION OF VERTICAL PULLING CAPACITY OF HORIZONTAL STRIP ANCHOR PLATE IN SAND

工程力学. 2021, 38(5): 209-218 <https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2020.06.0431>



订阅号：面向读者



订阅号：面向作者

扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1000-4750(2025)12-0001-10

考虑支承面宽度的碟形弹簧承载力计算方法

徐龙河¹, 杨富雄¹, 岳清瑞², 陈 鹏¹, 谢行思¹, 赵晓青²

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044; 2. 北京科技大学城镇化与城市安全研究院, 北京 100083)

摘 要: 为研究碟形弹簧不同边缘支承面宽度对其力学性能的影响, 该文从 A 和 B 两种系列碟簧中各选取一个典型代表, 对比分析了现有碟簧承载力预测公式与试验和数值模拟结果的误差。通过数值模拟分析, 研究了不同碟簧支承面宽度对其承载能力提升的影响规律。基于 A、B 和 C 三种系列碟簧, 共选取 11 种不同尺寸碟簧, 对各碟簧的不同支承面宽度进行大量参数分析, 以同系列的碟簧数值模拟结果为依据, 对规范中考虑碟簧支承面宽度的承载力计算公式进行了修正。随后选取 8 种不同尺寸碟簧, 通过数值模拟和试验结果对修正公式的预测准确性进行了验证。研究结果表明: 支承面宽度对碟簧承载力有较大增幅效果。修正后的计算公式能够准确预测碟簧不同支承面宽度的承载力, 具有较好的工程实用性。

关键词: 碟形弹簧; 公式修正; 数值模拟; 支承面宽度; 承载力

中图分类号: TU352.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2023.12.0952

CALCULATION METHOD FOR BEARING CAPACITY OF DISC SPRINGS CONSIDERING BEARING SURFACE WIDTH

XU Long-he¹, YANG Fu-xiong¹, YUE Qing-rui², CHEN Peng¹, XIE Xing-si¹, ZHAO Xiao-qing²

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Research Institute of Urbanization and City Safety, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To study the effects of different widths of edge bearing surface on the mechanical properties of combined disc springs, a typical representative was respectively selected from each of the A and B series disc springs to compare and to analyze the errors of existing disc spring bearing capacity prediction formulas with experimental and numerical simulation results. Numerical simulation analysis was conducted to investigate the influence of the bearing surface width of different disc springs on the improvement of the bearing capacity. A total of 11 different types of disc springs were selected upon the three series A, B and C disc springs, and a large number of parametric analyses were performed upon the different bearing surface widths of each disc spring. Based on the results of numerical simulation for the same spring series, the existing formula in specification for predicting the bearing capacity of springs was modified by taking account into the bearing surface width. Eight different sizes of disc springs were subsequently selected, and the prediction accuracy of the modified formula was verified by numerical simulation and experimental results. The results indicate that bearing surface width has a greater effect on the bearing capacity of the disc spring. The modified formula can accurately predict the bearing capacity with different bearing surface widths, and have a good engineering practicability.

Key words: disc spring; modified prediction formula; numerical simulations; bearing surface width; bearing capacity

收稿日期: 2023-12-20; 修改日期: 2024-03-10

基金项目: 国家自然科学基金项目(52125804, 52078036)

通信作者: 徐龙河(1976—), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构抗震与健康监测研究 (E-mail: lhxu@bjtu.edu.cn).

作者简介: 杨富雄(1999—), 男, 宁夏人, 硕士生, 主要从事结构抗震研究 (E-mail: 21121135@bjtu.edu.cn);

岳清瑞(1962—), 男, 黑龙江人, 教授, 硕士, 主要从事结构工程与城市安全研究 (E-mail: yueqr@vip.163.com);

陈 鹏(1992—), 男, 江苏人, 博士生, 主要从事结构抗震研究 (E-mail: 19115009@bjtu.edu.cn);

谢行思(1992—), 男, 河北人, 讲师, 博士, 硕导, 主要从事结构抗震研究 (E-mail: xiexingsi@bjtu.edu.cn);

赵晓青(1987—), 男, 河北人, 讲师, 博士, 主要从事工业建筑诊治研究 (E-mail: xiaoqingchong@ustb.edu.cn).

碟形弹簧(简称“碟簧”)是一种理想的复位元件,也是非线性缓冲和减震的重要元件,具有构造简单,尺寸紧凑,布置灵活等特点^[1],广泛应用于RC剪力墙^[2-3]及消能减隔震^[4-5]构件中。碟簧按可压缩变形量与厚度之比,分为A、B、C三种系列。A系列碟簧荷载与变形关系基本呈线性;B、C系列碟簧则表现出较为明显的非线性特征。碟簧可通过叠合、对合或复合组合的方式来满足不同的变形、刚度以及承载力需求^[6-7]。采用复合组合时,碟簧锥面间存在一定摩擦作用,往复荷载作用下可表现出阻尼特性,耗散能量^[8]。

在当前强调建筑结构韧性的背景下,碟簧作为一种高效的复位元件,在自复位耗能支撑^[9-15]中具有广泛应用,可减小结构的震后残余变形。我国碟形弹簧规范(GB/T 1972—2005)^[16]中提供了碟簧承载力的计算公式和方法,给出了计算碟簧片之间的相互摩擦作用的方式。陈曦等^[17]通过对碟簧装置力学特性的分析,开发了碟簧装置恢复力模型,并结合试验对其准确性进行了验证。邢估慧等^[18]通过数值模拟,给出了碟簧锥面与端板间的等效摩擦系数,并结合碟簧动态试验对结果进行了验证。OZAKI等^[19]通过对两片叠合碟簧的受力分析,提出了一种计算碟簧摩擦作用的方法。陈鹏等^[20]基于单片碟簧承载力计算公式,提出了一种估计组合碟簧摩擦的计算方法。

上述摩擦计算方法均以单片碟簧承载力预测准确为前提,而单片碟簧承载力受边缘支承面宽度影响较为明显,规范计算公式中未明确考虑该因素的影响。国外学者从该角度开展了一定程度的研究。ZHENG等^[21]通过数值模拟揭示了碟簧刚度随支承面宽度的增加而增大,且当支承面宽度为2 mm时趋于稳定的影响规律。FERRARI等^[22]为解决碟簧规范中承载力计算不够准确的问题,提出了一种考虑碟簧支承面宽度的计算方法,为有支承面碟簧承载力的计算提供了理论依据。现行碟簧规范中只通过碟簧厚度减薄的定性描述给出了有支承碟簧承载力的方法,没有细化考虑支承面宽度的影响。因此,本文通过数值模拟的方法分析了碟簧支承面宽度对其承载力的影响规律,定量地给出了不同系列碟簧,考虑支承面宽度后的承载力修正公式,结合试验对修正公式的准确性和适用性进行了验证。

1 碟簧承载力计算公式

现行碟簧规范从理论角度给出了有支承面和无支承面单片碟簧的承载力计算公式,为使有支承面碟簧计算承载力(变形量为 $0.75h_0$ 时)与同尺寸无支承面碟簧计算承载力相等,对有支承面碟簧的厚度进行了减薄。A、B、C三种系列的碟簧减薄比例如表1所示。其中: t 为标准碟簧厚度; t' 为减薄后厚度。

表1 碟簧厚度减薄比例
Table 1 Reduced thickness ratio of disc springs

系列	A	B	C
t'/t	0.94	0.94	0.96

碟簧可压缩高度范围内,碟簧任意变形量下对应的承载力计算公式如下:

$$F = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{t^4}{K_1 D^2} \cdot K_4^2 \cdot \frac{f}{t} \cdot \left[K_4^2 \left(\frac{h}{t} - \frac{f}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{f}{2t} \right) + 1 \right] \quad (1)$$

$$F_c = \frac{4E}{1-\nu^2} \cdot \frac{h_0 t^3}{K_1 D^2} \cdot K_4^2 \quad (2)$$

其中,计算系数:

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{[(C-1)/C]^2}{(C+1)(C-1)-2/\ln C} \quad (3)$$

$$K_4 = \sqrt{-\frac{C_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{C_1}{2}\right)^2 + C_2}} \quad (4)$$

$$C_1 = \frac{(t'/t)^2}{[1/4 \cdot (H_0/t) - t'/t + 3/4]} \cdot \frac{1}{[5/8 \cdot (H_0/t) - t'/t + 3/8]} \quad (5)$$

$$C_2 = \frac{C_1}{(t'/t)^3} \cdot \left[\frac{5}{32} \left(\frac{H_0}{t} - 1 \right)^2 + 1 \right] \quad (6)$$

式中: F 为单片碟簧的承载力; F_c 为压平时的碟簧承载力; E 、 ν 分别为碟簧材料的弹性模量和泊松比; t 为碟簧厚度; D 为碟簧外径; f 为单片碟簧当前变形量; h_0 为无支承面碟簧压平时的变形

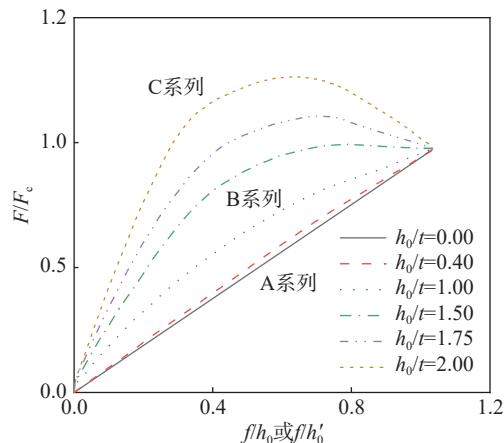


图1 碟簧特性曲线

Fig. 1 Characteristic curve of disc spring

量。对于无支承面碟簧, $K_4=1$, 有支承面碟簧, K_4 按式 (4) 计算, 并在式 (1)、式 (2) 中以 t' 代替 t , 以 $h'_0=H_0-t'$ 代替 h_0 。

三种系列碟簧采用式 (1) 计算时, 其特性曲线如图 1 所示。不同系列碟簧, 随着 f/h_0 增大, 其 F/F_c 变化趋势不同。A 系列基本表现线性特征, B、C 则呈现出明显的非线性特征。

当碟簧压缩量小于 $0.75h_0$ 时, 规范以厚度减薄的方式考虑碟簧支承面宽度的影响, 使减薄后有支承面碟簧的承载力在该压缩量处的计算值与无支承面一致。但固定厚度减薄比例未必适用不同支承面宽度, 且计算系数 C_1 和 C_2 也未能明确支承面宽度的范围或给出支承面宽度与碟簧承载力计算公式的关系。

2 支承面宽度影响分析

2.1 A 系列碟簧参数分析

图 2 展示了有支承面碟簧的截面几何关系, t' 是减薄后碟簧厚度, 支承面宽度 b 为碟簧几何尺寸的变量, b 变化时, 始终保证减薄厚度不变, 以此作为碟簧建模的基础。

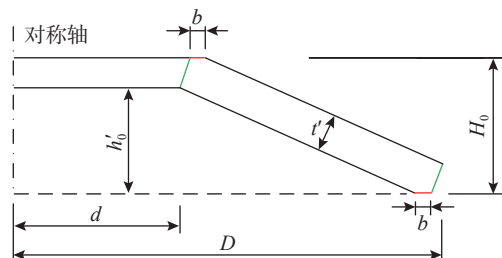


图 2 碟簧几何关系

Fig. 2 Geometry relationships of the disc spring

碟簧数值模型采用通用有限元 ABAQUS 建立, 如图 3 所示。图中给出了三种系列碟簧的示意图, 三种系列碟簧根据压平时变形量 h'_0 与厚度 t 比值不同进行系列划分, A、B、C 三系列对应的 h'_0/t 比值分别为 0.4、0.75、1.3。碟簧主体采用 C3D8I 单元, 材料为高强弹簧钢, 强度 1500 MPa, 弹性模量 206 GPa, 泊松比 0.3, 上下端板设为刚体, 一端为固定边界, 一端以位移控制进行碟簧压缩加载。碟簧与碟簧间以及碟簧与端板间采用硬接触相互作用关系, 切向设置相应的摩擦系数。

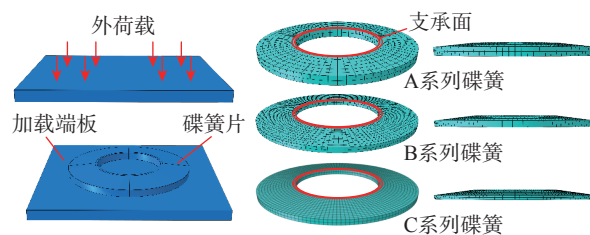


图 3 碟簧数值模型

Fig. 3 Numerical model of the disc spring

选取典型 A 系列碟簧作为具体分析对象, 其外径为 80 mm, 内径 41 mm, 减薄厚度 4.7 mm, 压平变形量 2.0 mm, 自由高度 6.7 mm。从支承面宽度 b 和摩擦系数 μ 两个角度进行参数分析, 支承面宽度 b 以 1 mm 步长从 1 mm~4 mm 变化, 拟定摩擦系数 μ 的变化范围为 0.0~0.4。

图 4 展示了不同支承面宽度和摩擦系数下碟簧压缩至 $0.75h_0$ 的承载力值。从图中可以看出, 当摩擦系数不变时, 碟簧承载力随支承面宽度的增大而增大, 其原因是支承面宽度增大导致碟簧实际受压时的力臂缩短, 达到相同压缩程度, 外荷载需求更高。

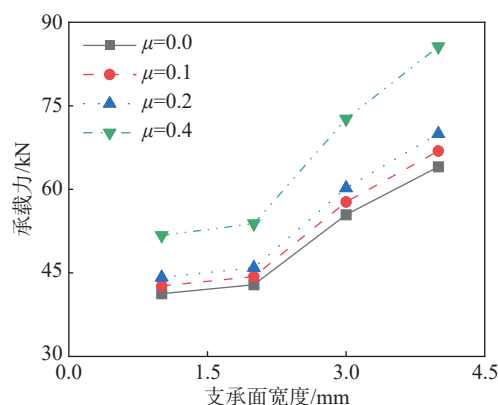


图 4 A 系列碟簧压缩至 $0.75h_0$ 的承载力

Fig. 4 Bearing capacity of spring in A series compressed to $0.75h_0$

不同支承面宽度碟簧所提供承载力不同, 规范承载力计算公式不能准确计算不同支承面宽度碟簧的承载力。支承面宽度每增加 1 mm, 承载力增幅由 3.93%~15.53% 不等, 其中宽度从 2 mm 变化至 3 mm 的增幅最明显。如图 5 所示, 横坐标表示支承面宽度以 1 mm 步长变化, 将承载力增幅与支承面宽度的比值定义为荷载增幅率, 则增幅率表现出先上升后下降的趋势, 即存在某一个宽度使得承载力的增幅效率最大。

图 6 给出了碟簧在不同压缩阶段下的应力状态图。第 5 组应力状态图的支承面边缘设置摩擦

系数为 0.0, 其余均为 0.1。总体来看, 碟簧上支承面边缘的应力较高, 是承受外荷载的直接接触

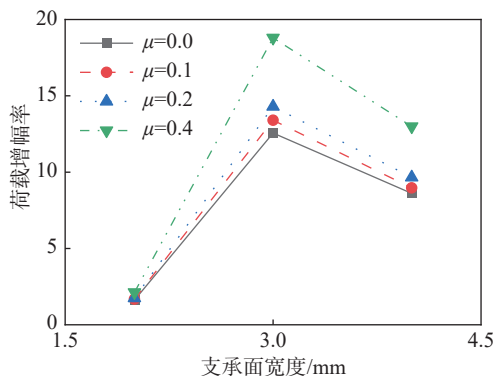
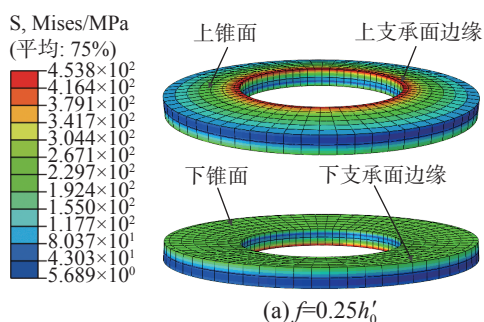
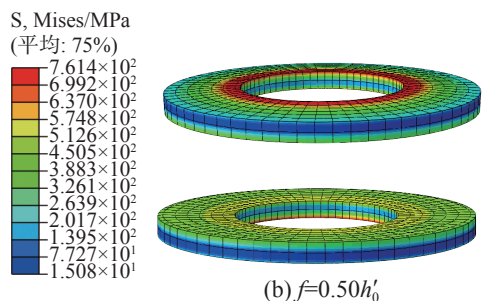


图 5 荷载增幅率变化

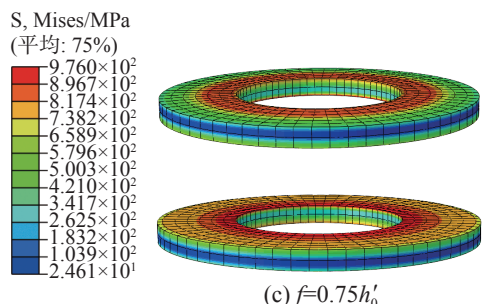
Fig. 5 Variations of bearing capacity amplification rate



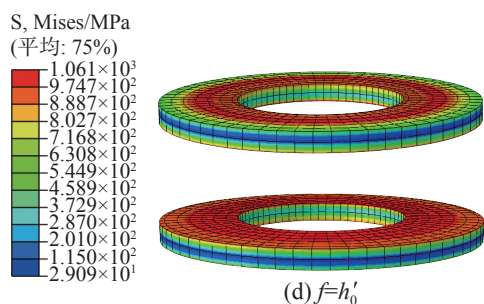
(a) $f=0.25h'_0$



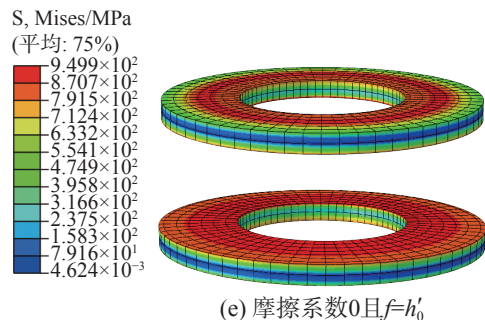
(b) $f=0.50h'_0$



(c) $f=0.75h'_0$



(d) $f=h'_0$



(e) 摩擦系数 0 且 $f=h'_0$

图 6 碟簧不同压缩阶段应力图

Fig. 6 Stress state of springs under different compression levels

面。随着碟簧不断压缩, 上、下支承面边缘的应力逐渐增大, 高应力区沿支承面边缘逐渐向外、内扩散。上锥面近中部区域应力水平逐渐增高, 并达到碟簧应力的最大值, 下锥面呈现从内边缘到外边缘应力逐渐减小的现象。碟簧完全压平时, 上支承面边缘最大应力达到了 1061 MPa, 下支承面边缘最大为 974.7 MPa。当模型中的摩擦系数严格等于 0.0 时, 上锥面应力由内、外边缘向中部区域逐渐增大, 下锥面应力由外边缘向内边缘逐渐增大。碟簧压平时, 最大应力为 949.9 MPa, 相对于摩擦系数 0.1 时的 1061 MPa 应力略有降低。结合图 4 可以看出, 摩擦系数对碟簧承载力有一定影响, 为消除该影响, 后续数值模型中均不考虑支承面的摩擦作用。

2.2 B 系列碟簧参数分析

由于 B、C 系列碟簧具有相似的非线性特征, 故选择一种 B 系列碟簧分析其支承面宽度对承载力的影响。试验碟簧^[14]外径为 112 mm, 内径 57 mm, 减薄厚度为 4 mm, 压平变形量为 3.2 mm, 自由高度为 7.2 mm。试验过程中采用位移控制施加静力荷载, 缓慢压平该碟簧, 提取其荷载-位移曲线。建模时, 取 0 mm、1 mm、2 mm、3 mm, 4 个支承面宽度, 按位移控制进行压缩加载, 得到碟簧的荷载-位移曲线。同时按表 1 对其进行厚度减薄, 采用式 (1) 计算^[16]得到碟簧理论承载力值, 将试验、模拟和理论三种荷载位移曲线对比结果如图 7 所示。

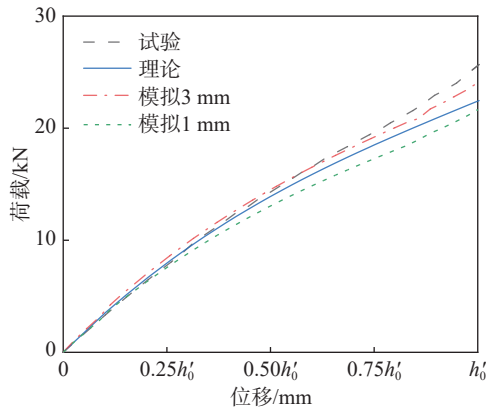


图7 B系列碟簧荷载-位移曲线

Fig. 7 Load-displacement curves of spring in B series

以支承面宽度 3 mm 的模拟结果作为分析对象。当变形量小于 $0.4h'_0$ 时, 试验、模拟和理论三条曲线结果较为接近, 变化趋势基本相同。当变形量大于 $0.4h'_0$ 时, 模拟值与试验值能保持一致, 验证了数值模型的准确性。理论解开始低于二者, 表明考虑厚度减薄的理论计算公式在碟簧承载力预测方面精度不足。

当变形量达到 $0.75h'_0$ (2.4 mm) 后, 试验值和模拟值曲线虽有较小程度偏离, 但整体趋势仍基本一致。理论解与另两条曲线的偏离程度逐渐增大, 表现出承载力值最低, 试验和模拟碟簧在压缩过程中存在支承面, 而理论解无法考虑该宽度, 仅通过厚度减薄考虑该影响。

当碟簧变形量超过 $0.85h'_0$ 后, 碟簧逐渐接近压平状态, 试验结果发生明显突增, 模拟结果同样表现出类似现象, 但程度相对较小。该现象导致理论值与实际试验结果相差较大, 最大误差达到 15.4%。

图 8 给出了该碟簧压缩高度为 $0.75h'_0$ 时, 厚度减薄后的理论承载力、试验结果和不同支承面宽度的数值模拟结果对比。试验碟簧只有支承面宽度为 3 mm 的承载力值, 为便于分析, 图中其余支承面宽度的承载力均采用该值。

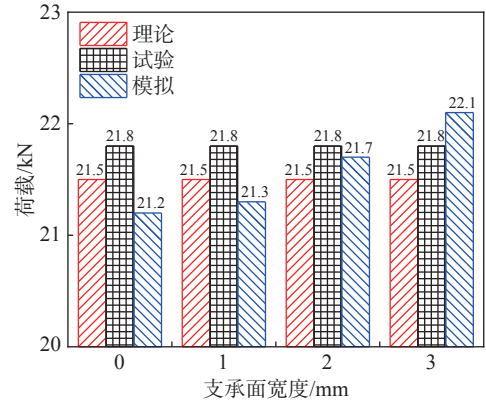


图8 碟簧不同支承面宽度的荷载对比

Fig. 8 Comparison of bearing capacity on disc springs with different bearing surface widths

从图中可以看到, 理论解和试验值分别为 21.5 kN 和 21.8 kN, 宽度为 0 mm 对应数值模拟承载力值为 21.2 kN, 当宽度增至 3 mm 时, 模拟值为 22.1 kN, 提高了 4.3%, 相应的试验值为 21.8 kN, 表明考虑支承面宽度的数值模拟结果与试验结果更为吻合。

2.3 计算公式修正

本节以大量考虑不同支承面宽度的碟簧数值模拟结果为基础, 对理论公式进行修正。

从 A 和 B 两种系列中分别选取 4 种尺寸碟簧, C 系列选取 3 种尺寸碟簧, 各碟簧几何尺寸如表 2 所示。其中: d 为碟簧内径; h'_0 为有支承面碟簧减薄后的可压缩高度。

表 2 碟簧几何尺寸
Table 2 Geometry of disc springs

碟簧编号	外径 D/mm	内径 d/mm	厚度 t'/mm	压缩高度 h'_0/mm	总高度 H_0/mm
A1	80	41	4.70	2.00	6.70
A2	125	64	7.50	3.10	10.60
A3	200	102	11.25	4.95	16.20
A4	250	127	13.10	6.50	19.60
B1	80	41	3.75	2.45	6.20
B2	125	64	4.70	3.80	8.50
B3	200	102	7.50	6.10	13.60
B4	250	127	9.40	7.60	17.00
C1	160	82	4.15	5.75	9.90
C2	200	102	5.30	7.20	12.50
C3	250	127	6.70	8.10	14.80

为得到表 2 中各尺寸碟簧不同支承面宽度的极限承载力, 所有碟簧加载至压平状态, 得到 3 种系列 11 种碟簧不同支承面宽度的荷载位移曲

表 3 A2 碟簧承载力结果
Table 3 Bearing capacity results of A2 disc spring

变形量/ mm	承载力/kN				
	公式解	b=1 mm	b=2 mm	b=3 mm	b=4 mm
1/8h ₀	20.34	18.22 (10.4%)	20.49 (0.7%)	23.05 (13.3%)	26.00 (27.8%)
1/4h ₀	39.51	35.43 (10.3%)	39.77 (0.6%)	44.63 (12.9%)	50.20 (27.1%)
3/8h ₀	56.06	50.32 (10.2%)	56.39 (0.6%)	63.14 (12.6%)	70.89 (26.5%)
1/2h ₀	73.98	66.46 (10.1%)	74.10 (0.2%)	83.02 (12.2%)	92.85 (25.5%)
5/8h ₀	89.67	79.96 (10.8%)	87.78 (2.1%)	98.63 (10.0%)	109.66 (22.3%)
3/4h ₀	106.14	92.74 (12.6%)	100.52 (5.3%)	113.31 (6.8%)	125.40 (18.1%)

注：括号内为理论与模拟结果的误差。

线。以 A2 为代表，碟簧理论解与数值模拟结果如图 9 所示。

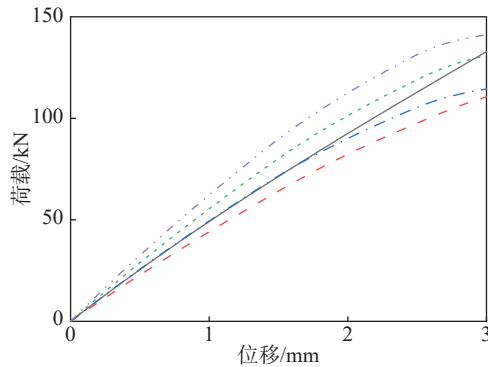


图 9 A2 碟簧数值模拟与理论解对比

Fig. 9 Comparison of bearing capacity of numerical simulation and theoretical solution for A2 disc spring

以 A 系列 4 种碟簧的模拟结果为基础，将支承面宽度 b 和碟簧变形量 f 分别与碟簧半径 $d/2$ 和可压缩高度 h_0 进行无量纲化：

$$b_0 = \frac{b}{d/2} \quad (7)$$

$$f_0 = \frac{f}{h_0} \quad (8)$$

A2 碟簧不同支承面宽度下承载力变化如表 3 所示。

根据荷载-位移曲线的变化趋势，分别采用指数、对数、线性、乘幂、多项式拟合不同宽度对应承载力的变化。其中，线性拟合形式简单、精度较低；多项式拟合相对于线性拟合形式过于复杂，但精度未有明显提高；对数和乘幂拟合如式 (9)、式 (10) 所示，其拟合优度 R^2 分别为 0.937、0.958。

$$F_{\text{对数}} = [(-0.04f_0 + 0.27)\ln b_0 - 0.13f_0 + 1.8] \cdot F \quad (9)$$

$$F_{\text{乘幂}} = (-0.2f_0 + 2)b_0^{(-0.03f_0 + 0.25)} \cdot F \quad (10)$$

以指数形式拟合的优度可达 0.989，基本接近 1.0，更为精准。因此选用指数形式，在式 (1) 的

基础上增设指数型乘积项 (底数为 e ，指数为 $xb_0 - f_0b_0$)，作为 A 系列碟簧修正后的承载力 F_A 计算公式：

$$F_A = \frac{5}{6} e^{(xb_0 - f_0b_0)} \cdot F \quad (11)$$

为保证修正公式对所有 A 系列有支承面碟簧均适用，根据碟簧 h_0/t' 的比值，划分三个范围，给定可变参数 x 。当碟簧外径 D 处于 80 mm~112 mm 时，式 (11) 中参数 x 取值 -4；当 125 mm $\leq D \leq$ 200 mm 时， x 取值 +4；当 225 mm $\leq D \leq$ 250 mm 时， x 取值 +1。需要指出的是，A 系列碟簧修正公式在 $f \leq 0.75h_0$ 具有可靠精度； $f > 0.75h_0$ 后，仅对部分尺寸碟簧有效。

依照相同的方法，对表 2 中 4 种 B 系列碟簧进行模拟分析，得到每种碟簧不同支承面宽度的结果。表 4 给出了 B3 碟簧的理论与模拟结果及误差，B 系列碟簧修正后承载力 F_B 计算公式为：

$$F_B = \frac{5}{6} e^{2.5b_0} \cdot f_0^{yb_0} \cdot F \quad (12)$$

同样按 h_0/t' 的比值划分三个范围，当 80 mm $\leq D \leq$ 112 mm 时，式 (12) 中参数 y 取值 -2；当 125 mm $\leq D \leq$ 200 mm 时， y 取值 -0.5；当 225 mm $\leq D \leq$ 250 mm 时， y 取值 -1.5 (只对可进行厚度减薄的碟簧给出取值)。

同理，根据表 2 中 3 种 C 系列碟簧的数值模拟结果，得到 C 系列碟簧修正后的承载力 F_C 计算公式为：

$$F_C = \frac{3}{4} e^{3.6b_0} \cdot f_0^{-1.2b_0} \cdot F \quad (13)$$

表 4 B3 碟簧承载力结果
Table 4 Bearing capacity results of B3 disc spring

变形量/mm	承载力/kN				
	公式解	b=1 mm	b=2 mm	b=3 mm	b=4 mm
1/8h ₀	20.87	18.65 (10.6%)	20.24 (3.0%)	21.13 (1.2%)	23.05 (10.4%)
1/4h ₀	37.25	33.50 (10.1%)	36.28 (2.6%)	37.66 (1.1%)	41.02 (10.1%)
3/8h ₀	52.30	47.41 (9.4%)	51.23 (2.0%)	52.87 (1.1%)	57.47 (9.9%)
1/2h ₀	65.06	59.48 (8.6%)	64.14 (1.4%)	65.80 (1.1%)	71.41 (9.8%)
5/8h ₀	75.61	69.50 (8.1%)	74.72 (1.2%)	76.24 (0.8%)	82.98 (9.7%)
3/4h ₀	84.84	78.16 (7.9%)	82.82 (2.4%)	84.73 (0.1%)	92.80 (9.4%)
7/8h ₀	93.60	85.36 (8.8%)	90.24 (3.6%)	91.63 (2.1%)	102.47 (9.5%)
h ₀	101.27	91.92 (9.2%)	96.42 (4.8%)	98.25 (3.0%)	110.43 (9.0%)

注：括号内为理论与模拟结果的误差。

3 承载力修正公式验证

本节验证了承载力修正公式的准确性和适用性，另选取 4 种 A 系列、2 种 B 系列和 2 种 C 系列共 8 组不同尺寸碟簧（与公式修正所选不同），分别对 3 个修正公式进行了验证。表 5 给出了所选碟簧尺寸。

表 5 用于验证的碟簧几何尺寸
Table 5 Geometry of disc springs for validation

碟簧编号	外径 D/mm	内径 d/mm	厚度 t'/mm	变形量 h'_0/mm	自由高度 H_0/mm
A1'	112	57	5.60	2.90	8.50
A2'	140	72	7.50	3.70	11.20
A3'	200	112	11.25	4.95	16.20
A4'	225	112	11.25	5.75	17.00
B1'	112	57	3.45	3.75	7.20
B2'	180	92	5.50	5.60	11.10
C1'	180	92	6.40	4.60	11.00
C2'	225	112	7.40	6.20	13.60

3.1 数值模拟验证

验证过程中，理论预测与数值模拟的相对误差 E_i 通过下式计算：

$$E_i = |F_i - F'_i| / F_i \quad (14)$$

式中： F_i 为修正公式的预测值， F'_i 为对应数值模拟结果，角标 i 可分别表示 A、B、C 三种系列。

图 10 对比了 A3' 碟簧不同支承面宽度下规范公式、模拟值和修正公式的荷载位移曲线。可以看出，未修正前，规范公式与模拟结果的差值随碟簧变形增大而显著增大。修正后，各支承面宽度下该差值均有明显缩减，模拟值与修正公式值在碟簧整体压缩过程中均较为接近，有效提升了公式修正后的预测精度。经计算，所选 A 系列碟簧中，修正公式 (x 取值为 4 时) 预测的最大误差为 6.53%。

表 6 给出了在 $0.25h'_0$ 、 $0.5h'_0$ 、 $0.75h'_0$ 三个加载

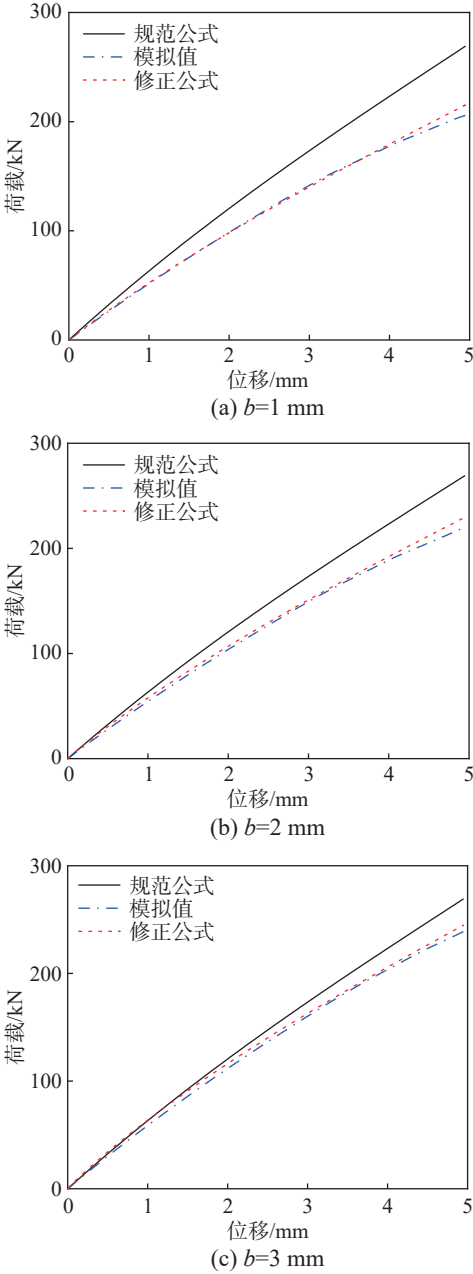


图 10 三种荷载位移曲线对比
Fig. 10 Comparison of three load-displacement curves

阶段下，剩余 3 种 A 系列和 B、C 系列各 2 种碟簧模拟与修正公式之间的误差结果。从支承面宽

表 6 碟簧修正公式误差
Table 6 Errors of the modified formula for disc springs

编号	宽度/mm	承载力/kN												最大误差/(%)	最大误差对应变形
		0.25h'_0				0.5h'_0				0.75h'_0					
		规范	模拟	修正	误差	规范	模拟	修正	误差	规范	模拟	修正	误差		
A1'	1		14.28	14.15	0.89		26.77	26.45	1.21		37.41	36.74	1.79	3.28	0.84h'_0
	2	16.54	16.27	16.23	1.24	30.91	30.52	30.09	1.41	43.71	41.22	40.43	1.92	2.87	0.86h'_0
	3		18.22	17.93	1.56		34.19	33.51	1.98		46.16	45.11	2.27	2.69	0.87h'_0
A2'	1		27.43	27.14	1.06		55.74	55.08	1.19		79.01	77.75	1.59	2.16	0.82h'_0
	2	31.90	32.43	31.98	1.38	59.97	59.26	58.35	1.54	85.25	86.92	85.37	1.78	2.45	0.78h'_0
	3		37.02	36.34	1.84		68.33	66.90	2.10		95.35	93.14	2.32	2.53	0.81h'_0

续表 6

编号	宽度/mm	承载力/kN												最大误差/(%)	最大误差对应变形
		0.25h ₀ '				0.5h ₀ '				0.75h ₀ '					
		规范	模拟	修正	误差	规范	模拟	修正	误差	规范	模拟	修正	误差		
A4'	1		60.68	59.65	1.69		109.21	107.15	1.89		159.72	156.08	2.28	3.05	0.82h ₀ '
	2	64.50	66.48	65.42	1.60	120.72	128.94	126.16	2.16	171.05	178.64	174.35	2.40	3.12	0.83h ₀ '
	3		74.84	73.47	1.84		165.47	161.62	2.33		193.93	186.87	3.64	3.74	0.85h ₀ '
B1'	1		8.39	8.21	2.09		13.53	13.24	2.13		16.88	16.48	2.37	2.41	0.74h ₀ '
	2	8.19	10.07	9.88	1.86	13.86	15.43	15.17	1.69	17.75	18.75	18.35	2.13	2.36	0.77h ₀ '
	3		12.17	11.89	2.28		17.85	17.39	2.61		44.32	43.20	2.53	2.65	0.78h ₀ '
B2'	1		16.38	15.96	2.56		27.23	26.39	3.06		34.22	33.10	3.28	3.67	0.79h ₀ '
	2	17.87	17.54	17.11	2.47	29.77	28.92	28.08	2.91	37.50	36.17	35.06	3.08	2.79	0.71h ₀ '
	3		18.90	18.34	2.96		30.95	29.87	3.49		38.53	37.13	3.62	3.74	0.76h ₀ '
C1'	1		13.11	12.91	1.56		19.60	19.24	1.82		22.20	21.61	2.27	2.35	0.73h ₀ '
	2	15.35	14.96	14.77	1.26	23.39	21.85	21.49	1.67	26.44	24.17	23.64	2.19	2.26	0.71h ₀ '
	3		16.45	16.23	1.36		23.76	23.34	1.79		26.23	25.65	2.15	2.31	0.69h ₀ '
C2'	1		20.00	19.43	2.84		31.37	30.38	3.16		37.31	35.88	3.67	3.85	0.77h ₀ '
	2	23.58	21.71	21.34	1.69	37.42	33.55	32.87	2.01	44.58	39.86	38.70	2.89	3.24	0.80h ₀ '
	3		24.07	23.45	2.61		36.85	35.58	3.44		43.08	41.30	4.13	4.38	0.83h ₀ '

度的大小看,各宽度的模拟结果差异明显,均有别于规范理论值。随着支承面宽度的增大,承载力增幅明显,公式修正后的承载力结果与模拟值吻合良好,二者误差不超过 5%,表明修正公式的准确性。从修正公式的误差来看,三阶段误差基本在 3% 左右,随碟簧变形量的增大而增大,但不同碟簧的最大误差均在可接受范围内。对于最大

误差所在的变形位置, A 系列碟簧集中在 $0.8h_0' \sim 0.85h_0'$, B、C 系列则为 $0.75h_0' \sim 0.8h_0'$ 。当支承面宽度增加时,误差基本呈上升趋势,原因是模拟中支承面宽度变化引起承载力增大速率稍快,修正公式无法绝对拟合相应的曲线变化速率。

根据以上结果,验证了 3 种系列碟簧的承载力修正公式准确可靠,可预测碟簧不同支承面宽度、不同变形量对应的承载力。

3.2 试验验证

选取表 2 中编号为 A2 的碟簧,实测碟簧支承面宽度约为 2 mm,采用叠合 1 片对合 48 组的方式进行拟静力加载,加载制度分为 4 级,分别在 $0.2h_0'$ 、 $0.4h_0'$ 、 $0.6h_0'$ 和 $0.85h_0'$ 处循环一圈,最大加载幅值为 106 mm。

图 11 为组合碟簧试验装置,一端固定,一端单向加载,试验中单片碟簧的变形量为 3.1 mm,采用单片对合的方式可忽略摩擦作用对承载力的影响。通过式 (9) 得到修正公式的预测值,由于对合数仅影响组合碟簧的总变形量,承载力与单片碟簧相同,可将修正公式结果的位移放大 48 倍与试验结果作比较,如图 12 所示。试验所得组合碟簧的承载力值与修正公式计算值变化趋势基本吻合,在整个变形过程中,二者差值相对较小。当组合碟簧变形量达到 60 mm 左右时(单片变形量约 1.25 mm),二者最大误差是 5.9%,表明修正公式具有理想的预测作用。

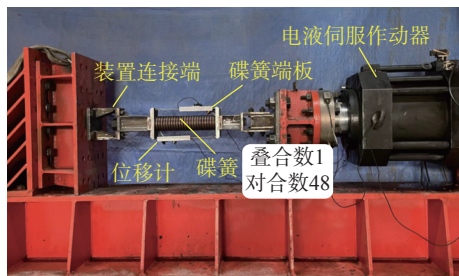


图 11 组合碟簧试验装置

Fig. 11 Test setup of combination disc springs

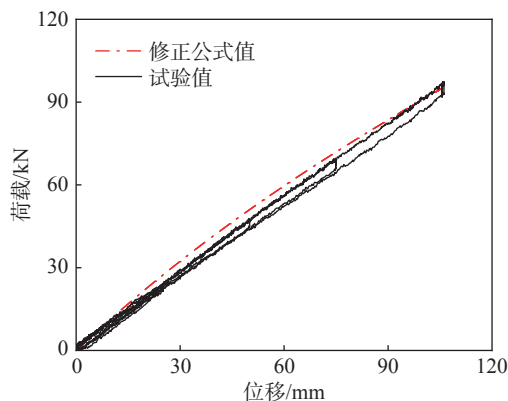


图 12 试验验证结果

Fig. 12 Experimental validation result

4 结论

本文基于现行碟簧规范承载力公式,提出了可考虑碟簧不同支承面宽度影响的承载力修正公式,采用数值模拟和试验结果对修正公式进行了验证,得出的主要结论如下:

(1) 通过数值模拟参数分析,支承面宽度对碟簧承载力的提高有显著影响,现有理论公式无法准确考虑该因素的影响,计算结果与实际承载力偏差较大。

(2) 结合碟簧尺寸 h_0/t 的比值,对 A、B、C 三系列分别提出了考虑支承面宽度的计算方法,设置相应可变参数,提高了修正公式的适用范围;不同尺寸碟簧对应不同的参数取值,保证了修正公式预测承载力的准确性。

(3) 基于数值模拟,选取 8 种不同尺寸碟簧,对所提出的三系列碟簧修正公式进行了验证,不同支承面宽度碟簧的承载力修正公式与数值模拟结果吻合较好,预测趋势一致。其中, A 系列修正公式最大误差不超过 6.53%, B 和 C 系列修正公式误差均在 5% 以内。

(4) 结合试验验证了修正公式的准确性和适用性,为实际工程中对有支承面碟簧承载力计算提供重要依据和参考。

参考文献:

- [1] 邓伟平, 杨虎振, 陈国栋. 碟形弹簧在开合屋盖建筑结构中的应用[J]. 建筑结构, 2013, 43(2): 48 — 50, 59. DENG Weiping, YANG Huzhen, CHEN Guodong. Application of disc spring in the retractable roof of architectural structure [J]. Building Structure, 2013, 43(2): 48 — 50, 59. (in Chinese)
- [2] 肖水晶, 冯鹏. 新型装配式自复位 RC 剪力墙设计与性能研究[J]. 工程力学, 2024, 41(11): 116 — 224. XIAO Shuijing, FENG Peng. Design and performance investigation on novel prefabricated self-centering RC shear wall [J]. Engineering Mechanics, 2024, 41(11): 116 — 224. (in Chinese)
- [3] 种迅, 刘华龙, 闫瑞, 等. 碟簧-螺栓组件连接全装配式混凝土剪力墙抗震性能研究[J]. 工程力学, 2024, doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2023.10.0739. CHONG Xun, LIU Hualong, YAN Rui, et al. Seismic performance of precast concrete shear wall with disc spring-bolt assembly connections [J]. Engineering Mechanics, 2024, doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2023.10.0739. (in Chinese)
- [4] 王维, 李爱群, 王星星, 等. 碟形弹簧竖向隔震装置的恢复力模型及其试验验证[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(6): 178 — 184. WANG Wei, LI Aiqun, WANG Xingxing, et al. Hysteretic model of disc spring isolation bearings and its experimental verification [J]. Journal of Harbin Institute

- of Technology, 2019, 51(6): 178 — 184. (in Chinese)
- [5] 惠安民, 金映丽, 张磊, 等. 边界摩擦条件下含有预紧的对合碟簧隔振单元的振动特性[J]. 振动与冲击, 2021, 40(2): 228 — 234. HUI Anmin, JIN Yingli, ZHANG Lei, et al. Vibration characteristics of a disc spring vibration isolator with pre-tightening under boundary friction condition [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(2): 228 — 234. (in Chinese)
- [6] 靳凡, 徐兵. 碟形弹簧的力学性能分析[C]// 第七届四川省博士专家论坛论文集, 中国四川德阳: 中国工程物理研究院总体工程研究所, 2014: 186-191. JIN Fan, XU Bing. Mechanical property analysis of disc springs [C]// Proceedings of the 7th Sichuan Provincial Doctoral Experts Forum, Deyang, Sichuan Province of China, 2014: 177 — 182. (in Chinese)
- [7] 赵秋红, 孙泽旺, 谭志伦. SMA 碟簧群的循环受压性能及简化模型[J]. 工程力学, 2023, 41(7): 163 — 175. ZHAO QiuHong, SUN Zewang, TAN Zhilun. Cyclic compressive behavior and simplified model of SMA disc spring series [J]. Engineering Mechanics, 2023, 41(7): 163 — 175. (in Chinese)
- [8] WANG W, FANG C, SHEN D Y, et al. Performance assessment of disc spring-based self-centering braces for seismic hazard mitigation [J]. Engineering Structures, 2021, 242: 112527.
- [9] 金双双, 李盈开, 周建庭, 等. 全装配式自复位防屈曲支撑滞回模型及其性能试验研究[J]. 工程力学, 2022, 39(7): 49 — 57. JIN Shuangshuang, LI Yingkai, ZHOU Jianting, et al. Hysteresis model and experimental investigation of assembled self-centering buckling-restrained braces [J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(7): 49 — 57. (in Chinese)
- [10] XU L H, FAN X W, LI Z X. Development and experimental verification of a pre-pressed spring self-centering energy dissipation brace [J]. Engineering Structures, 2016, 127: 49 — 61.
- [11] 韩强, 贾振雷, 王晓强, 等. 内嵌碟簧型自复位防屈曲支撑性能试验及其恢复力模型研究[J]. 工程力学, 2018, 35(6): 144 — 150, 190. HAN Qiang, JIA Zhenlei, WANG Xiaoqiang, et al. Behavior test and restoring force model of disc-spring self-centering buckling-restrained braces [J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(6): 144 — 150, 190. (in Chinese)
- [12] 徐龙河, 谢行思, 李忠献. 自复位变阻尼耗能支撑的力学原理与性能研究[J]. 工程力学, 2018, 35(1): 201 — 208. XU Longhe, XIE Xingsi, LI Zhongxian. Mechanics and performance study of self-centering variable damping energy dissipation brace [J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(1): 201 — 208. (in Chinese)
- [13] 王海深, 潘鹏, 聂鑫, 等. 三套管自复位屈曲约束支撑滞回性能研究[J]. 工程力学, 2017, 34(11): 59 — 65. WANG Haishen, PAN Peng, NIE Xing, et al. Hysteretic behavior of self-centering buckling restrained braces using three steel tubes [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(11): 59 — 65. (in Chinese)
- [14] 严鑫, 舒赣平, 刘汶津, 等. 预压碟簧自复位黏滞阻尼器受力性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2023, 44(8): 65 — 75. YAN Xin, SHU Ganping, LIU Wenjin, et al. Development and experimental investigation of a self-centering viscous damper with pre-pressed disc springs [J]. Journal of Building Structures, 2023, 44(8): 65 — 75.

- (in Chinese)
- [15] CHEN P, XU L H, XIE X S. Enhanced design and experimental investigation of disc spring-based self-centering buckling-restrained braces with a compounded combination mode [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2023, 52(10): 3053 — 3073.
- [16] GB/T 1972—2005, 碟形弹簧[S]. 北京: 中国标准出版社, 2005.
GB/T 1972—2005, Disc spring [S]. Beijing: Standard Press of China, 2005. (in Chinese)
- [17] 陈曦, 徐龙河, 肖水晶. 碟簧装置恢复力模型及其在自复位 RC 剪力墙中的应用[J]. *工程力学*, 2021, 38(9): 100 — 109.
CHEN Xi, XU Longhe, XIAO Shuijing. Restoring force model of disc spring devices and its application in self-centering RC shear wall [J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(9): 100 — 109. (in Chinese)
- [18] 邢估慧, 黄河, 张家云, 等. 碟形弹簧力学性能研究[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(22): 167 — 172.
XING Jihui, HUANG He, ZHANG Jiayun, et al. Mechanical properties of disc springs [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(22): 167 — 172. (in Chinese)
- [19] OZAKI S, TSUDA K, TOMINAGA J. Analyses of static and dynamic behavior of coned disk springs: Effects of friction boundaries [J]. *Thin-Walled Structures*, 2012, 59: 132 — 143.
- [20] 陈鹏, 徐龙河, 谢行思, 等. 摩擦作用对组合碟形弹簧力学性能的影响研究 [J]. *工程力学*, 2023, DOI: [10.6052/j.issn.1000-4750.2022.12.0008](https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2022.12.0008).
CHEN Peng, XU Longhe, XIE Xingsi, et al. Study on frictional effects on mechanical properties of combined disc springs [J]. *Engineering Mechanics*, 2023, doi: [10.6052/j.issn.1000-4750.2022.12.0008](https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2022.12.0008). (in Chinese)
- [21] ZHENG E L, JIA F, ZHOU X L. Energy-based method for nonlinear characteristics analysis of Belleville springs [J]. *Thin-Walled Structures*, 2014, 79: 52 — 61.
- [22] FERRARI G. A new calculation method for Belleville disc springs with contact flats and reduced thickness [J]. *International Journal of Manufacturing, Materials, and Mechanical Engineering*, 2013, 3(2): 63 — 73.