

文章编号: 1000-4750(2010)05-0159-07

非饱和土中端承桩纵向振动问题简化解

*张智卿¹, 王奎华², 李 强³, 卢萌盟²

(1. 浙江树人大学城建学院, 杭州 310015; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058; 3. 浙江海洋学院土木系, 舟山 316004)

摘 要: 基于单相流固结理论与 Bishop 有效应力原理, 研究了单相流条件下非饱和土中端承桩的耦合纵向振动问题。建立了简化条件下非饱和土体的动力平衡方程, 通过引入拉普拉斯变换和势函数对此方程进行解耦, 并采用算子分解理论及分离变量法求得土体纵向振动位移形式解。依据桩土系统的边界和衔接条件, 进而得到了桩顶动力响应的闭合形式解, 并研究了主要参数对桩顶速度导纳和速度时域响应的影响。结果表明, 桩长径比和桩土模量比对桩顶动力响应有着显著的影响, 而吸力折减系数对其基本上没有影响。

关键词: 非饱和土; 单相流; 桩土相互作用; 纵向振动; 导纳

中图分类号: TU473.1 **文献标识码:** A

SIMPLIFIED SOLUTION FOR VERTICAL VIBRATION OF AN END BEARING PILE EMBEDDED IN UNSATURATED SOIL

*ZHANG Zhi-qing¹, WANG Kui-hua², LI Qiang³, LU Meng-meng²

(1. Urban Planning College, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 310015, China;

2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

3. Department of Civil Engineering, Zhejiang Ocean University, Zhoushan 316004, China)

Abstract: Based on one-phase flow consolidation theory and Bishop's effective stress principle, the dynamic response of an end bearing pile embedded in unsaturated soil and subjected to a vertical load is theoretically investigated. The simplified dynamic equilibrium equation of the unsaturated soil is established at first. Then, Laplace transform and potential functions are introduced to decouple the governing equation of the unsaturated soil. By virtue of the differential operator splitting and variable separation methods, the soil vibration displacement solution with an undetermined constant is obtained. Combined with the boundary and continuity conditions of the pile-soil system, the dynamic response at the pile top is derived in a closed form. Finally, the influences of major parameters on velocity admittance at the pile top and the velocity response in time domain are analyzed. It is shown that the influences of slenderness ratio of the pile and the pile-soil modulus ratio are remarkable but that the influence of reduction coefficient of the suction is negligible.

Key words: unsaturated soil; one-phase flow; pile-soil interaction; vertical vibration; admittance

桩基振动理论在机器基础、抗震结构设计中有着广泛的应用, 也是桩动态测试的理论基础。在过去几十年来, 国内外学者在研究桩的纵向振动取得

了众多成果。这些研究或是把桩周土视为单相介质土, 或是把桩周土体视为饱水多孔介质。在单相介质土中, 或者采用平面应变模型^[1-4], 或者将桩周

收稿日期: 2009-01-07; 修改日期: 2009-03-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(50879077); 浙江省科技厅优先主题重点项目(2007C13065); 浙江省教育厅 2009 年度科研计划项目(Y200909351)

作者简介: *张智卿(1982—), 男, 河北邢台人, 讲师, 博士, 从事桩的振动理论研究(E-mail: zhangzhiqing2000@163.com);

王奎华(1965—), 男, 江苏滨海人, 教授, 博士, 博导, 从事桩基动力学理论及土工测试技术方法研究(E-mail: zdwkh0618@zju.edu.cn);

李 强(1972—), 男, 安徽淮南人, 副教授, 博士, 从事土动力学研究(E-mail: qiangli001@tom.com);

卢萌盟(1979—), 男, 陕西咸阳人, 博士生, 从事软土地基固结理论及岩土锚固方面的研究(E-mail: lummm79@126.com)。

土对桩的作用简化为分布的Voigt体(1个线性弹簧和1个牛顿粘壶并联)^[5-7], 来分析桩的纵向振动特性。在两相介质中, 或者利用第二类Fredholm积分方程来表示半空间中桩的纵向振动解^[8], 或者通过引用势函数利用算子分解理论和分离变量法分析桩的纵向振动特性^[9]。

然而, 多数情况下, 土体通常为三相介质, 将土视为单相或两相介质, 势必不能精确地描述土的真实特性。沈珠江^[10]把非饱和土简化的情况分为3种: 一是饱和度在90%以上的气封闭状态; 二是饱和度较低, 可只考虑孔隙气流的情况; 三是饱和度适中可以忽略排气过程的情况。鉴于上述情况, 本文把非饱和土体按上述第3种情况简化, 从Bishop提出的非饱和土中的有效应力原理^[11]出发, 并且按照单相流固结理论^[10], 用解析的方法研究了桩在非饱和土层中的纵向振动问题。这不仅在理论上具有较高的价值, 而且也具有更普遍的适应性。

1 计算简图及基本假定

本文研究了简化条件下非饱和土中端承桩受到桩顶竖向激振力作用时桩土耦合纵向振动问题, 计算简图如图1所示。桩长 H , 桩顶激振力 $p(t)$, 桩周土对桩身单位面积的侧摩阻力为 $f(z)$, 并假设下列条件成立:

- 1) 桩周土为均质、各向同性的三相非饱和土介质, 底部为刚性支承。
- 2) 非饱和土体满足单相流条件, 即土体饱和度适中, 排气通畅, 相对于排水过程而言, 排气过程可忽略, 土体中各处的气体压力均等于大气压力; 因此可以仅考虑在水力梯度和吸力梯度作用下孔隙水的流动。
- 3) 非饱和土体中的固体颗粒不可压缩。
- 4) 忽略土体中空气的质量, 即 $\rho_a = 0$ 。

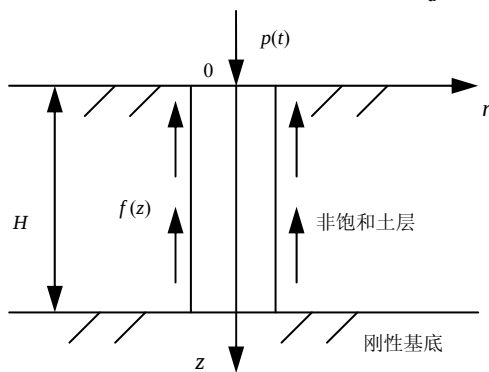


图1 桩土共同作用动力学模型

Fig.1 Dynamic model of pile-soil interaction

5) 桩为弹性、圆形均质杆, 按一维杆件处理; 桩土体系振动为小变形, 桩土之间完全接触。

2 基本控制方程

在柱坐标下, 土体的平衡方程可以表示为:

$$\text{径向: } \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \frac{\partial^2 (\rho u_r + \rho_w w_r)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\text{纵向: } \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \frac{\partial^2 (\rho u_z + \rho_w w_z)}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中: u_r 与 w_r 分别是土骨架的径向位移和孔隙水相对于土骨架的径向位移; u_z 与 w_z 分别是土骨架的纵向位移和孔隙水相对于土骨架的纵向位移; ρ_w 与 ρ_s 分别是流体和土颗粒的质量密度; $\rho = (1-n)\rho_s + nS_r\rho_w$, 其中 ρ 是土体的质量密度, n 是土体的孔隙率。

土体应力关系可以用 Bishop 公式来表示:

$$\sigma' = \sigma^* + \chi s_a \quad (3)$$

$$\{\sigma^*\} = \{\sigma\} - u_a \{\delta\} \quad (4)$$

当孔隙中气体压力始终为大气压时, 孔隙气压 u_a 可取为 0, 把式(3)代入式(4)中可得:

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \chi(-u_w)\{\delta\} = \{\sigma'\} + \chi(u_w)\{\delta\} \quad (5)$$

式中: σ' 与 σ^* 分别表示土体的有效应力和净应力; $\{\sigma\}$ 表示土体的总应力; u_a 与 u_w 分别表示土体的孔隙气压力和土体的孔隙水压力; s_a 为吸力; $\{\delta\} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T$; χ 为吸力折减系数。

于是, 土体的应力-应变关系可以表示为:

$$\sigma_r = \lambda e + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} + \chi u_w \quad (6a)$$

$$\sigma_\theta = \lambda e + 2G \frac{u_r}{r} + \chi u_w \quad (6b)$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2G \frac{\partial u_z}{\partial z} + \chi u_w \quad (6c)$$

$$\tau_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (6d)$$

式中: λ 、 G 为土骨架的 Lamé 常数; $e = \frac{\partial u_r}{\partial r} +$

$\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ 为固相的体应变。

将式(6)分别代入式(1)和式(2)中, 可得:

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial r} + G \nabla^2 u_r - G \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial (\chi u_w)}{\partial r} = \frac{\partial^2 (\rho u_r + \rho_w w_r)}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 u_z + \frac{\partial(\chi u_w)}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho u_z + \rho_w w_z) \quad (8)$$

非饱和土体中孔隙水连续方程可以写为:

$$\frac{\partial}{\partial t} (S_r n) + n S_r \left(\frac{\partial \dot{W}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{W}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{W}_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (9)$$

式中: $\dot{W}_i = \frac{\partial W_i}{\partial t}$, $i = x, y, z$ 表示液体在 i 方向上的绝对速度。

液相相对于固相的渗流速度可以表示为:

$$\dot{w} = n S_r (\dot{W} - \dot{u}) \quad (10)$$

利用参考文献[10]关于非饱和土的成果,

$$n = n_0 + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = n_0 + e \text{ 与 } \frac{\partial S_r}{\partial t} = \frac{\partial S_r}{\partial s_a} \frac{\partial s_a}{\partial t} = -\frac{1}{H_w} \frac{\partial u_w}{\partial t}, \text{ 将式(10)代入式(9)中, 可得:}$$

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} = \frac{H_w}{n} \left[(n+1) S_r \frac{\partial e}{\partial t} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right] \quad (11)$$

式中: $\zeta = -\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right)$ 为液相的体应变;

$1/H_w$ 为吸力状态曲线的斜率, 在一定范围内 H_w 可看成常量; S_r 为土体的饱和度。

流体的平衡方程可以进一步表示为:

$$\text{径向: } \frac{\partial u_w}{\partial r} = \frac{\rho_w}{n S_r} \frac{\partial^2 w_r}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} + \frac{\rho_w g}{k} \frac{\partial w_r}{\partial t} \quad (12)$$

$$\text{纵向: } \frac{\partial u_w}{\partial z} = \frac{\rho_w}{n S_r} \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \frac{\rho_w g}{k} \frac{\partial w_z}{\partial t} \quad (13)$$

式中 k 为液体的渗透系数。

将式(11)分别代入式(7)、式(8)、式(12)、式(13)可得非饱和土体的动力固结方程:

$$(\lambda_c + G) \frac{\partial e}{\partial r} + G \nabla^2 u_r - G \frac{u_r}{r^2} - \chi M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \rho_w \frac{\partial^2 w_r}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$(\lambda_c + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 u_z - \chi M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \rho_w \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (15)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial r} - M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = m \frac{\partial^2 w_r}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} + b \frac{\partial w_r}{\partial t} \quad (16)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial z} - M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = m \frac{\partial^2 w_z}{\partial t^2} + \rho_w \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + b \frac{\partial w_z}{\partial t} \quad (17)$$

式中: $M = H_w / n$; $\alpha = S_r(1+n)$; $b = \rho_w g / k$; $m = \rho_w / (n S_r)$; $\lambda_c = \lambda + \chi \alpha M$ 。

非饱和土层的边界条件为:

1) 水平无限远处土体应力、位移趋近于零:

$$u_r(\infty, z) = \tau_{rz}(\infty, z) = 0 \quad (18a)$$

2) 土层上边界及底部边界条件:

$$u_z(r, H) = 0, \quad \sigma_z(r, 0) = 0 \quad (18b)$$

3) 桩土接触面不透水:

$$w_r(a, z) = 0 \quad (18c)$$

4) 桩土接触面径向位移为零:

$$u_r(a, z) = 0 \quad (18d)$$

桩的边界条件为:

1) 桩顶及底部边界条件:

$$\frac{\partial w_b}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{p(t)}{E_p \pi a^2}, \quad w_b \Big|_{z=H} = 0 \quad (18e)$$

桩土接触面处的衔接条件:

2) 桩土之间完全接触:

$$w_b(z) = u_z(a, z) \quad (18f)$$

3) 桩土接触界面处力相等:

$$\tau_{zr}(a, z) = -f(z) \quad (18g)$$

式中: w_b 表示桩身的竖向位移; $f(z)$ 表示桩周土对桩身单位面积的侧摩阻力; E_p 和 a 分别表示桩的弹性模量和横截面半径。

3 桩土耦合问题求解

3.1 非饱和土层振动问题的解

对固相位移和液相位移分别引入势函数:

$$u_r = \frac{\partial \phi_s}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial z \partial r}, \quad u_z = \frac{\partial \phi_s}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_s}{\partial r} \right) \\ w_r = \frac{\partial \phi_F}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_F}{\partial z \partial r}, \quad u_z = \frac{\partial \phi_F}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_F}{\partial r} \right) \quad (19)$$

式中: $\phi_s(r, z, t)$ 、 $\phi_F(r, z, t)$ 、 $\psi_s(r, z, t)$ 和 $\psi_F(r, z, t)$ 分别为固相及液相的位移标量势;

$e = \nabla^2 \phi_s$, $\zeta = -\nabla^2 \phi_F$, 将势函数代入式(14)一式(17), 并对时间域作 Laplace 变换, 记为:

$\bar{f}(r, z, s) = \int_0^\infty f(r, z, t) e^{-st} dt$, 并假定土层初始状态

为静止, 可以得到:

$$(\lambda_c + 2G) \nabla^2 \bar{\phi}_s + \chi M \nabla^2 \bar{\phi}_F = \rho s^2 \bar{\phi}_s + \rho_w s^2 \bar{\phi}_F \quad (20)$$

$$G \nabla^2 \bar{\psi}_s = \rho s^2 \bar{\psi}_s + \rho_w s^2 \bar{\psi}_F \quad (21)$$

$$\alpha M \nabla^2 \bar{\phi}_s + M \nabla^2 \bar{\phi}_F = m s^2 \bar{\phi}_F + b s \bar{\phi}_F + \rho_w s^2 \bar{\phi}_s \quad (22)$$

$$m s^2 \bar{\psi}_F + \rho_w s^2 \bar{\psi}_s + b s \bar{\psi}_F = 0 \quad (23)$$

式中: $\bar{\phi}_s$ 、 $\bar{\phi}_F$ 、 $\bar{\psi}_s$ 和 $\bar{\psi}_F$ 分别是 ϕ_s 、 ϕ_F 、 ψ_s 和 ψ_F 的拉氏变换; s 为时间的拉氏变换量。

对式(20)~式(23)进行无量纲处理可以得到:

$$\begin{cases} [(\lambda_c^* + 2)\nabla^2 - \delta^2]\bar{\phi}_s + (\chi M^*\nabla^2 - \rho^*\delta^2)\bar{\phi}_F = 0 \\ (\alpha M^*\nabla^2 - \rho^*\delta^2)\bar{\phi}_s + (M^*\nabla^2 - m^*\delta^2 - b^*\delta)\bar{\phi}_F = 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} (\nabla^2 - \delta^2)\bar{\psi}_s - \rho^*\delta^2\bar{\psi}_F = 0 \\ \rho^*\delta^2\bar{\psi}_s + (m^*\delta^2 + b^*\delta)\bar{\psi}_F = 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中:

$$\lambda_c^* = \frac{\lambda_c}{G} = \lambda^* + \chi\alpha M^*, \quad \rho^* = \frac{\rho_w}{\rho},$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{G}}sa, \quad m^* = \frac{m}{\rho}, \quad b^* = \frac{ba}{\sqrt{\rho G}}.$$

参考文献[9]中对单层饱和土的方程进行了求解。本文按照同样的解法,采用算子分解理论以及分离变量法,并结合土层的边界条件式(18a),可得非饱和土层的基本解如下:

$$\bar{\phi}_s = \bar{\phi}_{s1} + \bar{\phi}_{s2} = K_0(g_{11}r)(C_1e^{g_{12}z} + D_1e^{-g_{12}z}) + K_0(g_{21}r)(C_2e^{g_{22}z} + D_2e^{-g_{22}z}) \quad (26)$$

$$\bar{\phi}_F = \bar{\phi}_{F1} + \bar{\phi}_{F2} = K_0(g_{11}r)(C_3e^{g_{12}z} + D_3e^{-g_{12}z}) + K_0(g_{21}r)(C_4e^{g_{22}z} + D_4e^{-g_{22}z}) \quad (27)$$

$$\bar{\psi}_s = K_0(h_{11}r)(C_5e^{h_{12}z} + D_5e^{-h_{12}z}) \quad (28)$$

$$\bar{\psi}_F = K_0(h_{11}r)(C_6e^{h_{12}z} + D_6e^{-h_{12}z}) \quad (29)$$

式中: $K_0(gr)$ 和 $K_0(hr)$ 为第二类虚宗量 Bessel 函数; C_1 、 D_1 、 C_2 、 D_2 、 C_3 、 D_3 、 C_4 、 D_4 、 C_5 、 D_5 、 C_6 、 D_6 为由边界条件确定的待定系数;

$$d_1 = \frac{(\lambda^* + 2)(m^*\delta^2 + b^*\delta) - M^*\rho^*\delta^2(\alpha + \chi) + M^*\delta^2}{M^*(\lambda^* + 2)},$$

$$d_2 = \frac{(m^* - \rho^*)\delta^4 + b^*\delta^3}{M^*(\lambda^* + 2)}, \quad \beta_{1,2}^2 = \frac{d_1 \pm \sqrt{d_1^2 - 4d_2}}{2},$$

$$\gamma^2 = \frac{-\rho^*\delta^4 + m^*\delta^4 + b^*\delta^3}{m^*\delta^2 + b^*\delta}, \quad g_{11}^2 + g_{12}^2 = \beta_1^2,$$

$$g_{21}^2 + g_{22}^2 = \beta_2^2, \quad h_{11}^2 + h_{12}^2 = \gamma^2.$$

式(24)和式(25)为耦合方程,具有相关性,存在如下相关关系:

$$\begin{cases} C_3 = \lambda_1 C_1 \\ C_4 = \lambda_2 C_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} D_3 = \lambda_1 D_1 \\ D_4 = \lambda_2 D_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} C_6 = \lambda_5 C_5 \\ D_6 = \lambda_5 D_5 \end{cases} \quad (30)$$

式中:

$$\lambda_i = \frac{-\alpha M^*\beta_i^2 + \rho^*\delta^2}{M^*\beta_i^2 - (m^*\delta^2 + b^*\delta)}, \quad i=1,2;$$

$$\lambda_5 = -\frac{\rho^*\delta^2}{m^*\delta^2 + b^*\delta}.$$

由土层边界条件式(18b),考虑到 $K_0(g_{11}r)$ 、 $K_0(g_{21}r)$ 、 $K_0(h_{11}r)$ 线性不相关,可得:

$$C_1 + D_1 = 0, \quad C_2 + D_2 = 0, \quad -C_5 + D_5 = 0 \quad (31)$$

又将竖向位移表达式代入土层边界条件式(18b)可得:

$$g_{12} = g_{22} = h_{12} = \frac{(2n-1)\pi i}{2\theta}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (32)$$

式中: $\theta = H/a$ 表示桩长径比; $i = \sqrt{-1}$ 。为方便起见,引入统一的符号:

$$h_n = (2n-1)\pi i / (2\theta), \quad g_{1n} = g_{11},$$

$$g_{2n} = g_{21}, \quad h_{1n} = h_{11}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (33)$$

由边界条件式(18c)、式(18d)可得:

$$\begin{cases} g_{11}C_1K_1(g_{11}) + g_{21}C_2K_1(g_{21}) + h_{11}h_nC_5K_1(h_{11}) = 0 \\ \lambda_1g_{11}C_1K_1(g_{11}) + \lambda_2g_{21}C_2K_1(g_{21}) + \lambda_5h_{11}h_nC_5K_1(h_{11}) = 0 \end{cases} \quad (34)$$

消去式(34)中两个系数 C_2 和 C_5 ,并将桩土接触面处的剪应力写成无穷级数形式可得:

$$\bar{\tau}_{zr} \Big|_{r=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{1n} C_{1n} \text{ch}(h_n z) \quad (35)$$

$$\text{式中, } \eta_{1n} = 2 \left(1 + \frac{h_{1n}^2}{h_n^2} \right) \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_5} g_{1n} h_n K_1(g_{1n}).$$

桩土接触面处土层振动位移形式为:

$$\bar{u}_z \Big|_{r=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{2n} C_{1n} \text{ch}(h_n z) \quad (36)$$

式中:

$$\eta_{2n} = 2h_n K_0(g_{1n}) - \frac{2(\lambda_1 - \lambda_5)g_{1n}h_n K_1(g_{1n})K_0(g_{2n})}{(\lambda_2 - \lambda_5)g_{2n}K_1(g_{2n})} - \frac{2(\lambda_1 - \lambda_2)g_{1n}h_n K_1(g_{1n})K_0(h_{1n})}{(\lambda_2 - \lambda_5)h_n K_1(h_{1n})}$$

3.2 桩纵向振动问题求解

根据文献[9],桩的纵向振动控制方程可以表示为:

$$E_p \pi a^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} - 2\pi a f(z) = \rho_p \pi a^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} \quad (37)$$

式中 ρ_p 表示桩的密度。

对式(37)进行 Laplace 变换及无量纲化后得:

$$E_p^* \frac{d^2 \bar{w}_b}{dz^2} - \rho_p^* \delta^2 \bar{w}_b = -2\bar{\tau}_{rz} \Big|_{r=1} \quad (38)$$

式中: $E_p^* = E_p / G$; $\rho_p^* = \rho_p / \rho$ 。

式(38)的通解为:

$$\bar{w}_b = A_1 e^{\kappa z} + B_1 e^{-\kappa z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\eta_{1n} C_{1n}}{E_p^* (h_n^2 - \kappa^2)} \text{ch}(h_n z) \quad (39)$$

式中, $\kappa = \sqrt{\rho_p^* / E_p^*} \delta$ 。

将式(39)代入边界条件式(18e), 可得:

$$A_1 = \frac{\bar{p}^*}{E_p^* \kappa (1 + e^{2\kappa\theta})}, \quad B_1 = -\frac{\bar{p}^*}{E_p^* \kappa (1 + e^{-2\kappa\theta})} \quad (40)$$

式中: $\bar{p}^* = \bar{p} / G\pi a^2$ 表示桩顶作用力的拉氏变换域无量纲形式; C_{1n} 为待定系数。

将式(36)和式(39)代入桩土完全接触条件式(18f), 可得:

$$\varphi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \text{ch}(h_n z) \quad (41)$$

式中:

$$\varphi(z) = \frac{\bar{p}^* e^{\kappa z}}{E_p^* \kappa (1 + e^{2\kappa\theta})} - \frac{\bar{p}^* e^{-\kappa z}}{E_p^* \kappa (1 + e^{-2\kappa\theta})},$$

$$D_n = \left(\eta_{2n} + \frac{2\eta_{1n}}{E_p^* (h_n^2 - \kappa^2)} \right) C_{1n}。$$

根据双曲余弦函数在区间 $[0, \theta]$ 上的正交性, 可得:

$$C_{1n} = \frac{2E_p^* (h_n^2 - \kappa^2) \int_0^\theta \varphi(z) \text{ch}(h_n z) dz}{\theta [E_p^* \eta_{2n} (h_n^2 - \kappa^2) + 2\eta_{1n}]} \quad (42)$$

则桩纵向耦合振动方程(39)的解为:

$$\bar{w}_b = \frac{\bar{p}^* e^{\kappa z}}{E_p^* \kappa (1 + e^{2\kappa\theta})} - \frac{\bar{p}^* e^{-\kappa z}}{E_p^* \kappa (1 + e^{-2\kappa\theta})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4\bar{p}^* \eta_{1n} \text{ch}(h_n z)}{E_p^* (h_n^2 - \kappa^2) \theta [E_p^* \eta_{2n} (h_n^2 - \kappa^2) + 2\eta_{1n}]} \quad (43)$$

令 $s = i\omega$, 可得桩的频率响应, 利用 $\text{th}(\kappa\theta)$ 的无穷级数展开式, 桩顶复刚度为:

$$K_d(i\omega) = \frac{\bar{p}(0)}{\bar{w}_b(0)} = \frac{1}{\frac{2}{\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta_{2n}}{E_p^* \eta_{2n} (h_n^2 - \kappa^2) + 2\eta_{1n}}} \quad (44)$$

桩顶导纳可以表示为:

$$|H_v(i\omega)| = \left| \frac{2i\omega}{\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta_{2n}}{E_p^* \eta_{2n} (h_n^2 - \kappa^2) + 2\eta_{1n}} \right| \quad (45)$$

当桩顶作用半正弦脉冲激励时, 采用 Fourier 逆变换可得到桩顶速度时域响应表达式:

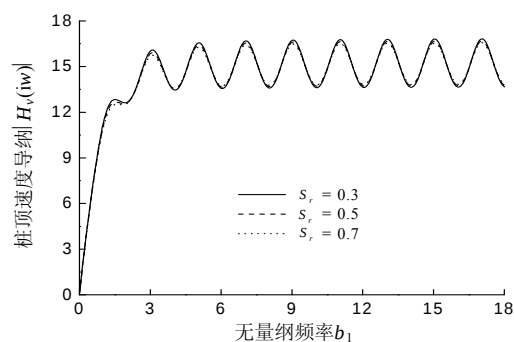
$$V(t) = IFT \left[H_v(i\omega) \cdot T_0 \omega \frac{1 + e^{-\pi s/\omega}}{\omega^2 + s^2} \right] \quad (46)$$

4 桩土体系的振动特性

桩土体系动力特性可以由桩顶速度导纳和速度时域响应等来反映。根据上文所得的解, 即可对纵向动力荷载作用下的非饱和土层中桩土耦合振动特性进行分析。以下通过分析桩的长径比、桩土模量比、桩周土体饱和度、孔隙率、液相渗透力以及吸力折减系数对二者的影响来分析端承桩的振动特性。速度导纳计算中取: $\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$, $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$, $S_r = 0.80$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $E_p / G = 500$, $H_w = -0.5 \text{ MPa}$, $b = 10^{10} \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^2$, $n = 0.45$, $H = 20 \text{ m}$, $a = 0.5 \text{ m}$, $c = 3800 \text{ m/s}$ 。为了更清晰地反映时域曲线的特性, 时域曲线中部分参数调整为 $a = 1.0 \text{ m}$, 其余参数值不变, 讨论的各参数具体取值见每幅图中相应的标注。

4.1 饱和度的影响

首先分析饱和度对桩顶响应的影响(如图 2 所示, 每幅图上半幅为桩顶速度幅频曲线或称为速度导纳曲线, 下半幅为桩顶速度时域响应曲线或称为反射波曲线, 以下各图均如此)。图 2 中横坐标为无量纲频率 $b_1 = \omega / \omega_p$, 其中: $\omega_p = \pi \sqrt{E_p / \rho_p} / (2H)$, 表示桩的一阶自然频率; $t' = t / T_c$ 为无量纲时间因子, 其中 $T_c = H / \sqrt{E_p / \rho_p}$ 。由图 2 可以看出, 随着桩周土体饱和度的增长, 导纳曲线的幅值及信号的宽度有着微小的减小, 同时反射波曲线桩尖反射信号的强度有着微小的减小。由于波传播过程中能量的耗散, 造成第二次反射峰值低于第一次反射峰值。



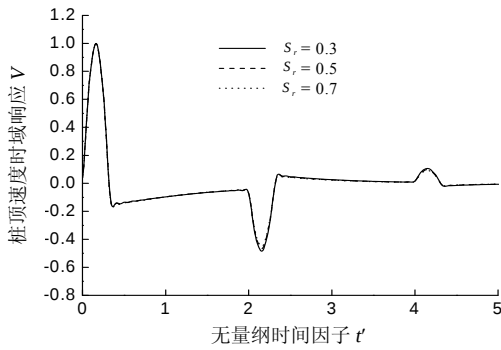


图2 饱和度对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.2 Variations of admittance and reflective wave curves with ratio of degree of saturation

4.2 渗透力的影响

图3为不同渗透力下的桩顶速度导纳及反射波曲线。由图3可见,随着土体渗透力的增长,速度导纳曲线各阶共振峰值的振幅及宽度有所减小。同时反射波曲线上,桩尖反射信号的强度和宽度也有所减小。

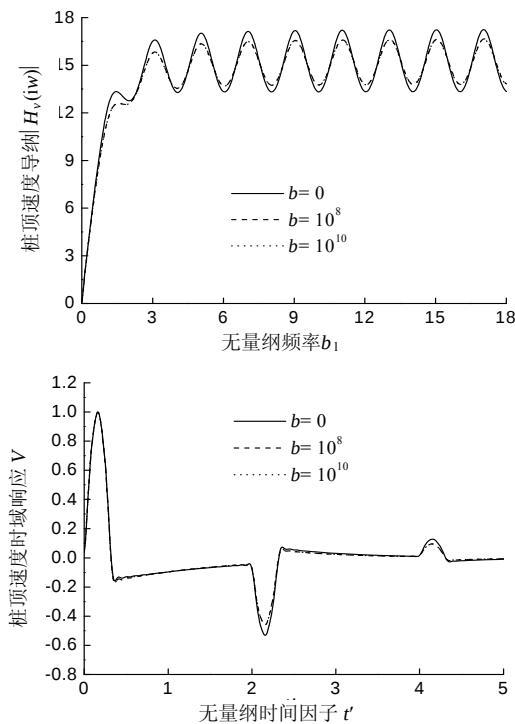


图3 渗透力对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.3 Variations of admittance and reflective wave curves with seepage forces

4.3 吸力折减系数的影响

图4反映了吸力折减系数对桩顶速度导纳曲线及反射波曲线的影响。由图4可见,吸力折减系数对速度导纳及速度时域响应基本没有影响。因此,可以忽略吸力折减系数的影响。

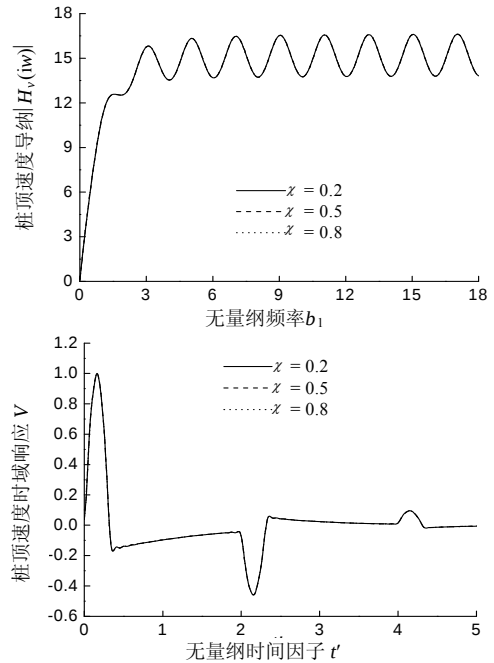


图4 吸力折减系数对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.4 Variations of admittance and reflective wave curves with reduction coefficient of suction

4.4 孔隙率的影响

图5反映了桩周土体孔隙率对桩顶速度导纳曲线及反射波曲线的影响。由图5可见,随着桩周土体孔隙率的增加,速度导纳曲线上的各阶共振峰值有着明显的增加,反射波曲线的桩尖反射信号的强度同样有着明显的增加。

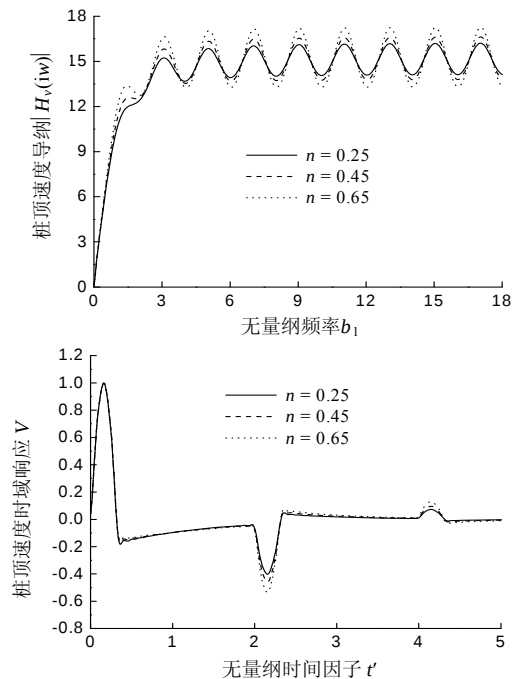


图5 孔隙率对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.5 Variations of admittance and reflective wave curves with porosity

4.5 模量比的影响

图6反映了桩土模量比对桩顶速度导纳曲线及反射波曲线的影响。由图6可见,随着桩土模量比的增加,速度导纳曲线的振荡幅度有着显著的增大,而且其初始刚度有着显著的降低。通过试算,当进一步增大桩土模量比,速度导纳曲线的振荡幅度逐渐增大。同时由图6可以看出,随着桩土模量比的增大,反射波曲线上桩尖反射信号的强度有着显著的加强。

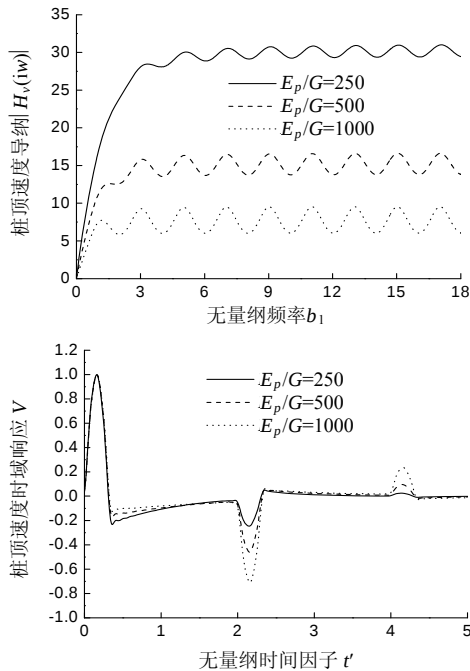


图6 桩土模量比对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.6 Variations of admittance and reflective wave curves with pile-soil modulus ratio

4.6 长径比的影响

图7反映了长径比对桩顶速度导纳及反射波曲线的影响。由图7可见,随着长径比的增加,桩顶速度导纳曲线的振幅有所减小。当长径比为80时,曲线的振幅已经很小,趋于直线。同时可以看出,随着长径比的增加,反射波曲线上桩尖反射信号的强度有着显著的减小。

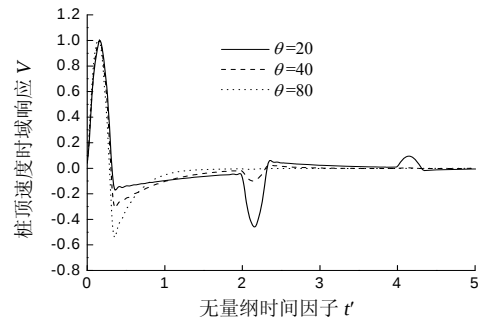
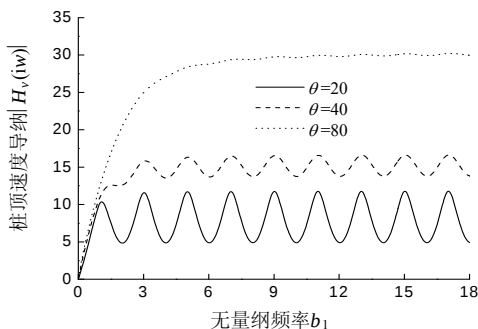


图7 长径比对速度导纳及反射波曲线的影响

Fig.7 Variations of admittance and reflective wave curves with slenderness ratio

5 结论

(1) 从三维轴对称振动模型出发,建立了简化条件下非饱和土层中端承桩在纵向激振力作用下与三维土层耦合振动的定解问题。通过求解得到了桩顶频域响应的解析解和桩顶速度时域响应的半解析解,为桩基抗震防震设计,基桩质量动态检测分析提供了理论支持。

(2) 桩的长径比和桩土模量比对桩顶动力响应有着显著的影响。随着长径比的增加(或桩土模量比的减小),桩顶速度导纳曲线的振荡幅度有着显著的减小,同时反射波曲线上桩尖反射信号的强度同样有着显著的减小。

(3) 非饱和土体的特性参数,桩周土体渗透力及孔隙率对桩的动力响应有一定的影响,一般情况下桩周土体饱和度对其影响较小,然而吸力折减系数对桩的动力响应基本上没有影响。因此在桩的动力分析中,对于单相流条件下的非饱和土体,可以近似按照研究饱和土体的方法进行分析研究。

参考文献:

- [1] Novak M. Vertical vibration of floating piles [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1977, 103(EM1): 153—168.
- [2] Novak M, Nogami T, Ella F A. Dynamic soil reactions for plane strain case [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1978, 104(3): 953—959.
- [3] Novak M, Ella F A. Impedance functions of piles in layered media [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1978, 104(EM3): 643—661.
- [4] Militano G, Rajapakse R K N D. Dynamic response of a pile in a multi-layered soil to transient torsional and axial loading [J]. Geotechnique, 1999, 49(1): 91—109.

(参考文献[5]—[11]转第204页)

值模拟结果与实测值吻合良好,表明数值方法是可行的。

(2) 参数分析表明初始裂纹对管道失效时间分布的重要性占 70%以上,准确的给出管道初始裂纹的分布对 PVC 管纵向断裂失效预测至关重要。另外 3 个比较重要的因素依次为管道内压、残余应力和壁厚。

(3) 裂纹增长是一个由慢到快的过程,初始裂纹越大,裂纹增长速度越快,导致管道在较短时间内失效。失效风险率在开始 20a 内达到最高,随后逐渐减小,所有输入参数都作为随机变量时与只有初始裂纹为随机变量时相比,失效风险率几乎提高了一倍。

(4) 管道上所受应力对管道的裂纹扩展失效影响显著。以算例为例,当管道残余应力升高时,管道的失效概率增加;内压为 0.75MPa 时失效风险率最高时期为每年每百千米 2 次,而 0.95MPa 时提高到 25 次。

参考文献:

- [1] 许盛光. PVC 管道的应用现状及发展趋势[J]. 聚氯乙烯, 2006, 2: 1—2.
Xu Shengguang. Application status quo and development trend of PVC pipelines [J]. Polyvinyl Chloride, 2006, 2: 1—2. (in Chinese)
- [2] Teixeira A P, Guedes S C, Netto T A. Reliability of pipelines with corrosion defects [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2008, 85(4): 228—237.
- [3] Maes M A, Dann M, Salama M M. Influence of grade on the reliability of corroding pipelines [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(3): 447—455.
- [4] 俞树荣, 李建华, 李淑欣. 埋地管道腐蚀剩余寿命预测概率模型[J]. 中国安全科学学报, 2008, 18(6): 11—15.
Yu Shurong, Li Jianhua, Li Shuxin. Probability model for the prediction of corrosion remaining life of underground pipelines [J]. China Safety Science Journal, 2008, 18(6): 11—15. (in Chinese)
- [5] Luo W, Liu W. Incubation time to crazing in stressed poly (methyl methacrylate) [J]. Polymer Testing, 2007, 26(3): 413—418.
- [6] Khelif R, Chateauneuf A, Chaoui K. Reliability-based assessment of polyethylene pipe creep lifetime [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2007, 84(12): 697—707.
- [7] Whittle A J, Teo A. Resistance of PVC-U and PVC-M to cyclic fatigue [J]. Plastics, Rubber and Composites, 2005, 34(1): 40—46.
- [8] Lu J P, Davis P, Burn L S. Lifetime prediction for abs pipes subjected to combined pressure and deflection loading [J]. Polymer Engineering & Science, 2003, 43(2): 444—462.
- [9] Davis P, Burn L S, Moglia M. A physical probabilistic model to predict failure rates in buried PVC pipelines [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(9): 1258—1266.
- [10] Spangler M G. Pipeline crossing under railroads and highways [J]. Journal AWWA, 1964: 1029—1046.
- [11] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
Zhao Guofan, Jin Weiliang, Gong Jinxin. Theory of structural reliability [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2000. (in Chinese)
- [5] Korten H V, Middendorp P, Brederode P V. An analysis of dissipative wave propagation in a pile [C]. International Seminar on the Application of Stress-Wave Theory on Piles, Stockholm, 1980.
- [6] Wang T, Wang K H, Xie K H. An analytical solution to longitudinal vibration of a pile of arbitrary segments with variable modulus [J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 14(1): 67—73.
- [7] 王奎华. 成层广义 Voigt 地基中粘弹性桩纵向振动分析与应用[J]. 浙江大学学报(工学版), 2002, 36(5): 565—571.
Wang Kuihua. Vibration of inhomogeneous viscoelastic pile embedded in layered soils with general Voigt model [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2002, 36(5): 565—571. (in Chinese)
- [8] Zeng X, Rajapakse R K N D. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1999, 125(9): 1048—1055.
- [9] 李强, 王奎华, 谢康和. 饱和土中端承桩纵向振动特性研究[J]. 力学学报, 2004, 36(4): 435—442.
Li Qiang, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Vertical vibration of an end bearing pile embedded in saturated soil [J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 36(4): 435—442. (in Chinese)
- [10] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
Shen Zhujiang. Theoretical soil mechanics [M]. Beijing: China Water Power Press, 2000. (in Chinese)
- [11] Bishop A W, Blight G E. Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils [J]. Geotechnique, 1963, 13(3): 177—197.

(上接第 165 页)