

文章编号: 1000-4750(2010)Sup.I-0085-05

碳纤维增强 H 型压弯钢柱弹塑性失稳分析

*钮 鹏¹, 杨 刚¹, 金春福², 范颖芳¹, 宫本奇¹

(1. 大连海事大学道路与桥梁工程研究所, 辽宁, 大连 116026; 2. 大连理工大学土木水利学院, 辽宁, 大连 116024)

摘 要: 基于计算压弯构件弹塑性失稳的 Ježek 法, 推导了在轴压和弯矩共同作用下翼缘外表面粘贴碳纤维片后 H 形截面柱绕强轴失稳时极限荷载的计算公式。通过与有限元结果比较, 表明了该解析解的正确性, 这对构件弹塑性屈曲的基础理论研究十分有益。计算结果表明: 构件所受弯矩越大, 横截面进入塑性的区域就越大, 这时碳纤维的增强效果就越明显, 可见, 表面粘贴碳纤维能够有效提高构件弹塑性极限承载能力。

关键词: 结构工程; 钢结构; 弹塑性稳定; Ježek 法; 碳纤维; 有限单元法

中图分类号: O344.7; TU391 文献标识码: A

ELASTIC-PLASTIC BUCKLING ANALYSIS OF AN H-SHAPED STEEL COLUMN WRAPPED BY CARBON FIBRE UNDER AXIAL COMPRESSIVE LOAD AND BENDING MOMENT

*NIU Peng¹, YANG Gang¹, JIN Chun-fu², FAN Ying-fang¹, GONG Ben-qi¹

(1. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning, 116026, China;

2. School of Hydraulic and Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: The Ježek method can be used for the elastic-plastic buckling analysis under axial compressive load and bending moment. This paper analyzes the ultimate buckling load of an H-shaped column with flange externally wrapped by carbon fibre using the Ježek method, and the analytical expressions about the neutral axis are derived. Through a comparison with the FEM results, the analytical method is proved to be valid. It is also observed that larger bending moment results in larger plastic zone and larger reinforcing effect of carbon fibre. It is demonstrated that the carbon fibre on the surface of steel member may significantly increase the ultimate carrying capacity.

Key words: structure engineering; steel structure; elastic-plastic buckling; Ježek method; carbon fibre; FEM

钢结构构件截面尺寸小, 整体细长, 板件薄柔, 受力不当时易发生整体或者局部失稳, 从而导致整体结构的破坏。因此, 对于钢结构来说, 稳定性已成为决定结构承载能力的重要因素, 也成为了设计者首要考虑的问题, 另一方面, 有效提高构件稳定

性也是人们极其关注的课题。

提高构件极限承载力有很多种方法, 利用碳纤维增强复合材料(CFRP)粘贴于钢结构损伤区是一种新的加固技术^[1-4], 这种方法既可以提高构件的极限承载能力又不会对原结构产生新的损伤和附

收稿日期: 2009-03-28; 修改日期: 2010-01-04

基金项目: 大连海事大学青年骨干教师科技创新项目

作者简介: *钮 鹏(1979—), 女(满族), 辽宁抚顺人, 博士生, 主要从事结构工程研究(E-mail: np777@126.com);

杨 刚(1959—), 男, 辽宁沈阳人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构工程研究(E-mail: yanggang@dlnu.edu.cn);

金春福(1977—), 男(朝鲜族), 辽宁沈阳人, 博士生, 主要从事地下结构工程研究(E-mail: kim777@126.com);

范颖芳(1972—), 女, 河南开封人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构工程研究(E-mail: fanyf72@yahoo.com.cn);

宫本奇(1983—), 男, 辽宁大连人, 硕士生, 主要从事结构工程研究(E-mail: gongbenqi_f@sina.com).

加应力,且施工方便快捷。与传统钢结构加固技术(如焊接或铆接钢板)相比,粘贴碳纤维的方法有着诸多优点。利用 CFRP 既可以对有损伤钢结构进行加固,同样也可预先以提高其承载能力为目的对未受损伤钢结构进行增强^[5-6]。

压弯构件极限荷载的计算属于非线性问题。其求解方法有数值积分法^[7]和有限单元法^[8-9]等。Ježek 法^[1,10]是一种较为常用的解析方法,它对矩形截面柱承受压弯荷载情况给出了一个清晰明了的解析解答。正确的解析分析方法对结构物理性能的表述作用是其它诸如试验和仿真模拟方法所无法替代的,解析表达式从来都是结构设计计算方法的最好依据。因此本文给出的方法具有重要的理论和实际意义。

本文将基于计算压弯构件弹塑性失稳的 Ježek 法,推导在轴压和弯矩共同作用下翼缘外表面粘贴碳纤维片后 H 形截面柱绕强轴失稳时极限荷载的计算公式,并将解析解与有限元结果进行比较。按两端简支情形分别对受压侧和受拉侧截面均产生塑性区两种情况进行讨论。在分析中,进一步又对这两种情况各自考虑了屈服区出现在翼缘和腹板内的情形。

1 基本假定

本文公式推导将限于如下基本假设:1) 构件仅受轴向力 P 和弯矩 M 作用,两端铰支(见图 1);2) 构件为理想弹塑性体;3) 碳纤维采用脆弹性本构关系,认为它在拉断之前始终保持良好的线弹性;4) 碳纤维仅粘贴于构件翼缘外表面上,两者之间粘接完好,无相对滑移;5) 构件弯曲变形呈半波正弦曲线;6) 构件变形为小变形;7) 弯曲仅对强轴发生。

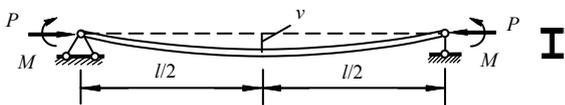


图 1 简支柱受压弯荷载作用

Fig.1 The pin-ended column under the axial compressive load and bending moment

2 基本方程

2.1 仅翼缘进入屈服状态的情况(见图 2)

现以 $P_y = A\sigma_y$ 表示构件轴心受压时全截面屈服压力, A 为构件横截面面积。根据构件截面轴线

方向力和弯矩的平衡条件可知:

$$P = P_y - \frac{b(t+h_e-h)^2 + t_w(2h_e-h)(h-2t)}{2h_e} (\sigma_y + \sigma_t) - \frac{bt(2h_e-t)}{2h_e} (\sigma_y + \sigma_t) + \frac{h(\sigma_y + \sigma_t) - 2h_e\sigma_t}{h_e} \lambda bs \quad (1)$$

$$M_x = M + Pv = \frac{\lambda bsh^2}{2h_e} (\sigma_y + \sigma_t) + \frac{bh_e^2(3h-2h_e) - (b-t_w)(h-2t)^3}{12h_e} (\sigma_y + \sigma_t) \quad (2)$$

式中: h 和 b 分别为 H 形截面的总高度和总宽度; t 和 t_w 分别是上下翼缘高度和腹板厚度; h_e 为构件截面弹性核高度(如图 2 所示,阴影部分为塑性区); v 是构件中点的挠度(见图 1); $\lambda = E_f/E$, E_f 为碳纤维弹性模量, E 为钢构件弹性模量; ε_c 为构件上表面碳纤维应变; ε_t 为构件下表面及粘贴于此的碳纤维应变; s 是碳纤维厚度。 σ_t 为钢构件下表面应力,小于构件的屈服强度 σ_y 。

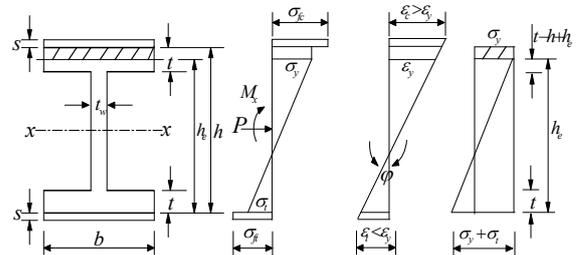


图 2 中央截面仅受压区上翼缘内屈服的应力和应变

Fig.2 The strain and stress of the central section with yielding occurring only in top flange

根据曲线假定 $y = v \sin(\pi x/l)$ 以及中点挠曲率公式 $\varphi = -y''(l/2) = v\pi^2/l^2 = (\sigma_y + \sigma_t)/Eh_e$ 可得到 $\sigma_t = \kappa v h_e - \sigma_y$, 将其代入式(1)、式(2)中,其中 $\kappa = \pi^2 E/l^2$ 。整理式(2)并得到其对挠度求导的关系式:

$$M_x = M + Pv = \frac{1}{12} (3h - 2h_e) \kappa v b h_e^2 - \frac{\kappa v}{12} (h - 2t)^3 (b - t_w) + \frac{1}{2} \lambda b s \kappa v h^2 \quad (3)$$

$$P = \frac{1}{2} \kappa b h_e^2 \left(\frac{h}{2} - \frac{h_e}{3} \right) + \frac{1}{2} \kappa v b (h h_e - h_e^2) \frac{dh_e}{dv} - \frac{\kappa}{12} (h - 2t)^3 (b - t_w) + \frac{\lambda b s \kappa h^2}{2} \quad (4)$$

从式(1)中解出:

$$h_e = h - 2t + \frac{t_w(2t-h)}{b} - 2\lambda s + 2\lambda s \cdot$$

$$\sqrt{1 + \frac{(4t-h)}{2\lambda s} + \frac{t_w(h-2t)}{\lambda s b} + \frac{\sigma_y}{\lambda s \kappa v} + \frac{2t^2 - th}{2\lambda^2 s^2} + \frac{t_w^2(2t-h)^2}{4\lambda^2 s^2 b^2} + \frac{t_w(-h+2t)(h-4t)}{4\lambda^2 s^2 b} - \frac{P - P_y}{2\lambda^2 s^2 \kappa v b}}$$

通过图解法,即在同一坐标系下画出式(3)和式(4)两方程的 $P-v$ 关系曲线,其交点即为压弯构件的极限荷载。

2.2 屈服逐步进入腹板内的情况(见图 3)

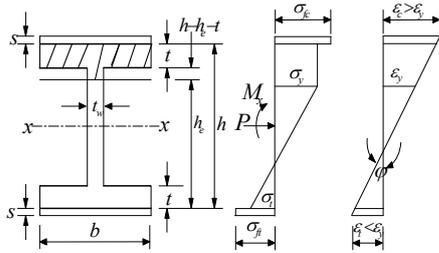


图 3 中央截面受压区翼缘和腹板屈服的应力和应变

Fig. 3 The strain and stress of the central section with yielding occurring in both flange and web

同理可获此情况的两条 $P-v$ 关系曲线:

$$M_x = M + Pv = \frac{b\kappa v h_e^2}{12} (3h - 2h_e) + \frac{\lambda b s \kappa v h^2}{2} - \frac{\kappa v}{12} (h_e - t)^2 (b - t_w) (3h - 2h_e - 4t) \quad (5)$$

$$P = \frac{1}{2} \lambda b s \kappa h^2 - \frac{\kappa (h_e - t)^2 (b - t_w) (3h - 2h_e - 4t)}{12} + \frac{b\kappa h_e^2}{12} (3h - 2h_e) + \left[\frac{b\kappa v}{2} (h h_e - h_e^2) + \frac{\kappa v}{2} (h_e - t)(b - t_w)(t - h + h_e) \right] \frac{dh_e}{dv} \quad (6)$$

其中:

$$h_e = t - \frac{bt}{t_w} - \frac{2\lambda bs}{t_w} + 2\lambda s \left[\frac{-b}{t_w} \left(\frac{2t-h}{2\lambda s} + \frac{t^2}{4\lambda^2 s^2} \right) + \frac{b^2}{t_w^2} \left(1 + \frac{t}{\lambda s} + \frac{t^2}{4\lambda^2 s^2} \right) + \frac{b\sigma_y}{\lambda s \kappa v t_w} - \frac{P - P_y}{2\lambda^2 s^2 \kappa v t_w} \right]^{1/2}$$

2.3 受拉区翼缘开始屈服的情况(见图 4)

由变形曲线的假定和中央截面处的曲率 $\varphi = -y''(l/2) = v\pi^2/l^2 = 2\sigma_y/Eh_e$, 从中解出 $h_e = 2\sigma_y/\kappa v$ (见图 4、图 5 的应变图)。按仅受压侧出现塑性区类似的分析过程,我们可以得到受压、受拉侧均出现塑性区的弹塑性失稳分析结果。

此情况的两条 $P-v$ 关系曲线为:

$$M_x = M + Pv = bc\sigma_y(h-c) -$$

$$\frac{\kappa v (b - t_w)}{12} \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v} - t + c \right)^2 \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v} - 4t - 2c \right) + \frac{b\sigma_y^2}{3\kappa v} \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v} - 6c \right) + \frac{\lambda b s h^2 \kappa v}{2} \quad (7)$$

$$P = -\frac{b\sigma_y^2}{3\kappa v^2} \left[\left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v} - 6c \right) - v \left(\frac{4\sigma_y}{\kappa v^2} - 6 \frac{dc}{dv} \right) \right] + (\sigma_y b (h - c) - bc\sigma_y) \frac{dc}{dv} + \frac{\lambda b s h^2 \kappa}{2} - \frac{\kappa v (b - t_w)}{6} \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v} - t + c \right)^2 \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v^2} - \frac{dc}{dv} \right) - \frac{\kappa (b - t_w)}{12} \left(c - t - \frac{2\sigma_y}{\kappa v} + 2v \frac{dc}{dv} \right) \times \left(3h - \frac{4\sigma_y}{\kappa v} - 4t - 2c \right) \left(\frac{2\sigma_y}{\kappa v} - t + c \right) \quad (8)$$

其中:

$$c = t + \frac{2\sigma_y t_w + 2\lambda b s \kappa v}{(b - t_w) \kappa v} - \frac{1}{\sigma_y (b - t_w)} \left[\frac{4\sigma_y^4 b t_w}{\kappa^2 v^2} + 2\sigma_y^3 b (2bt - 2t_w t + 2\lambda t_w s + 2\lambda b s) / \kappa v + \sigma_y^2 \lambda b s (4\lambda b s - 4t_w t + 4bt + 2ht_w - 2bh) + 2\sigma_y^2 (P - P_y) (b - t_w) / \kappa v \right]^{1/2}$$

为构件截面受拉侧屈服区高度。

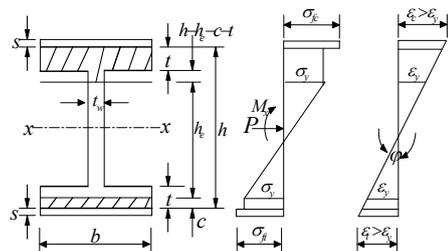


图 4 中央截面受压区及受拉区下翼缘内屈服的应力和应变

Fig. 4 The strain and stress of the central section with yielding occurring in both top and bottom flanges

2.4 上下翼缘和腹板均进入屈服状态情况(见图 5)

此时的两条 $P-v$ 关系曲线为:

$$M_x = M + Pv = \frac{\sigma_y t_w h^2}{4} - \frac{\sigma_y^3 t_w}{3\kappa^2 v^2} + \frac{\lambda b s \kappa v h^2}{2} +$$

$$\sigma_y t (h-t)(b-t_w) - \frac{t_w \sigma_y P^2}{4(t_w \sigma_y + \lambda b s \kappa v)^2} \quad (9)$$

$$P = \frac{2\sigma_y^3 t_w}{3\kappa^2 v^3} + \frac{\lambda b s \kappa t_w \sigma_y P^2}{2(t_w \sigma_y + \lambda b s \kappa v)^3} + \frac{\lambda b s \kappa h^2}{2} \quad (10)$$

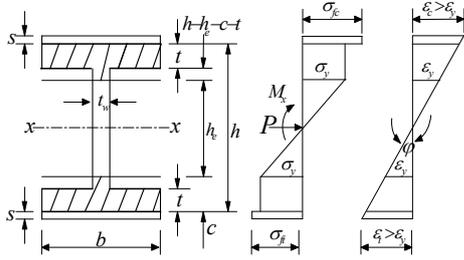


图 5 中央截面受压、受拉区翼缘、腹板均屈服的应力和应变

Fig.5 The strain and stress of the central section when the plastic region yielded in tension, compression flange and web

3 算例

某 H 型截面钢柱，横截面宽 $b=0.2\text{m}$ ，横截面高 $h=0.2\text{m}$ ，腹部宽 $t_w=0.008\text{m}$ ，翼缘厚 $t=0.012\text{m}$ ；弹性模量 $E=206\text{GPa}$ ，材料屈服极限 $\sigma_y=235\text{MPa}$ ；碳纤维弹性模量 $E_f=235\text{GPa}$ ，粘贴厚度 $s=0.835 \times 10^{-3}\text{m}$ 。

根据公式 $l_0 = \pi \sqrt{EI / \sigma_y A}$ 可以算出钢柱绕强轴(x 轴)弹性屈曲的临界长度 $l_0 = 8.015\text{m}$ ，为此，这里选取钢柱的计算长度为 $l = 10\text{m}$ 。此钢柱的弹性极限弯矩 $M_e = \sigma_y W = 108.34\text{kN}\cdot\text{m}$ ，塑性极限弯矩 $M_u = 1.11M_e = 120.6\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

表 1 描述了 H 型钢柱在弯矩平面内，当弯矩给出不同值时对极限承载力、构件中点挠度和弹性核高度以及受拉受压侧表面应力变化的影响。由截面受拉压区屈服高度可判断出，弯矩分别为 66.5、89.9、110.9 时，即为 4 种情况的分界点。随着弯矩的增加，构件中心点挠度逐渐增加，截面的弹性核高度逐渐减小(由 $\sigma_t = \kappa v h_e - \sigma_y$ 或 $h_e = 2\sigma_y / \kappa v$ 也可知两者成反比关系)，极限承载力逐渐减少，受拉侧构件表面碳纤维拉应力由负到正逐渐增加。

表 1 弯矩的影响

Table 1 The influence of bending moment

$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	10	50	66.5	89.9	92	110.9	116	120
极限荷载 P_u/kN	823	434	329.2	197.4	188.5	102.9	79.4	68.4
构件中点挠度 v/mm	55.9	91.0	100.5	167.5	170.9	172.3	251	780.8
弹性核高度 h_e/mm	196	190	188.1	137.8	135.1	134.2	91.2	29.6
受拉侧表面应力 σ_t/MPa	-13	116	149.5	235.4	240.4	277.2	438	1467
受拉区屈服高度 c/mm			0.12	1.5	12.0	39.5	77.7	

为了验证解析解的正确性，我们利用有限元方法对本文算例进行数值模拟(见图 6)。从图 6 中可以看到，两种方法得到的弯矩与极限承载力的关系曲线十分吻合；同时，当 $t_w = b$ 时，本文给出的公式可退化到文献[1]的解，这足以说明本文公式的正确性和该解析方法的适用性。

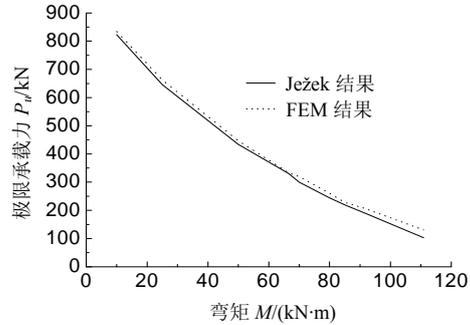


图 6 两种方法得到的弯矩与极限承载力之间的关系曲线

Fig.6 The curves of relationship between M and P by two methods

表 2—表 5 反映了在平面弯矩的作用下，H 型钢表面粘贴碳纤维前后所对应的结果数值比较。粘贴碳纤维后，构件中心点挠度和弹性核高度相对改

表 2 极限荷载 P_u /kN

Table 2 The ultimate load P_u

$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	10	50	75	100	116
粘贴碳纤维前	760.7	381.3	219.6	95.9	12.99
粘贴碳纤维后	823	434	270.57	154.29	79.4
提高/(%)	8.17	13.9	23.2	60.8	511

表 3 弹性核高度 h_e /mm

Table 3 The thickness h_e of the elastic core

$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	10	50	75	100	116
粘贴碳纤维前	196	190	183.9	143.5	98.57
粘贴碳纤维后	196	190	170.38	127.76	91.2
降低/(%)	0	0	7.35	10.9	7.47

表 4 构件中点挠度 v /mm

Table 4 The deflection v of member at the midpoint

$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	10	50	75	100	116
粘贴碳纤维前	57.48	93.37	111.9	161.1	234.5
粘贴碳纤维后	55.9	91.0	120.2	180.9	251
改变/(%)	-2.81	-2.5	7.41	12.3	7.03

表 5 受拉区屈服高度 c /mm

Table 5 The yield thickness c of tension region

$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	95	100	105	116	118.42
粘贴碳纤维前	1.99	6.0	9.72	47.27	64.86
粘贴碳纤维后	3.66	7.0	9.72	39.5	58.04
改变/(%)	83.9	16.6	0	-16.4	-10.5

变幅度不大,表明碳纤维对构件刚度影响较小。随着弯矩的增加,构件受拉侧屈服区变化逐步降低,而最终极限承载力提高幅度迅速增加,可以看出碳纤维在增强构件稳定性提高极限承载能力方面的重要作用。

4 结论

(1) 本文通过基于计算压弯构件弹塑性失稳的 Ježek 法,推导了在轴压和弯矩共同作用下翼缘外表面粘贴碳纤维片后 H 形截面柱绕强轴失稳时极限荷载的计算公式。该公式完全可以退化到文献[1]中粘贴碳纤维的矩形截面梁在相同条件下的极限承载力的计算公式。它对碳纤维增强加固钢构件的理论研究具有很好的参考价值。

(2) 将粘贴与未粘贴碳纤维钢柱的计算结果进行对比,我们发现钢柱粘贴纤维后,极限承载力有较大提高,特别对于承受弯矩较大的压弯构件,其提高幅度更大;而两种情况下构件的其它量如刚度变化都不明显。

(3) 通过进一步工作,如对公式进行适当演绎、处理和总结,可以将其用于钢结构加固设计中。

参考文献:

- [1] 杨刚, 王海滨, 张爱锋, 姜黎黎, 仇成竹. 碳纤维增强压弯构件弹塑性失稳解析解[J]. 工程力学, 2007, 24(5): 53—57.
Yang Gang, Wang Haibin, Zhang Aifeng, Jiang Lili, Qiu Chengzhu. Analytical solution of elastic-plastic buckling of member wrapped by carbon fibre under the axial compressive load and bending moment [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(5): 53—57. (in Chinese)
- [2] 郑云, 叶列平, 岳清瑞. CFRP加固疲劳损伤钢结构的断裂力学分析[J]. 工业建筑, 2005, 35(10): 79—82.
Zheng Yun, Ye Lieping, Yue Qingrui. Fracture mechanics analysis of steel structures with fatigue damages strengthened by CFRP [J]. Industrial Construction, 2005, 35(10): 79—82. (in Chinese)
- [3] Liu X, Silva P F, Nanni A. Rehabilitation of steel bridge members with FRP composite materials [J]. Proceedings CCC2001, Composites in Construction, 2001.
- [4] Frent CMiller, Chajes Michael J, Dennis RMertz. Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates [J]. Journal of Bridge Engineering, 2001, 6(6): 514—522.
- [5] 汪震. 钢结构压弯构件稳定承载力分析的实用方法[D]. 湖北: 武汉理工大学, 2008.
Wang Zhen. The practical way of an analysis of stability capacity of steel beam-columns [D]. Hubei: Wuhan University of Technology, 2008. (in Chinese)
- [6] 史金星. 碳纤维增强有残余应力压弯构件弹塑性失稳分析[D]. 大连: 大连海事大学, 2008.
Shi Jinxing. Analysis of elastic-plastic buckling of member with residual stresses wrapped by carbon fibre under the axial compressive load and bending moment [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2008. (in Chinese)
- [7] 吕烈武. 钢结构构件稳定理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983: 151—154.
Lu Liewu. Stability theory of steel structures member [M]. Beijing: China Architecture Industry Press, 1983: 151—154. (in Chinese)
- [8] 陈莹, 周东华, 潘志强. 压弯构件的弹塑性分析[J]. 云南电大学报, 2007, 9(4): 79—82.
Chen Ying, Zhou Donghua, Pan Zhiqiang. Derivation of elastic-plastic element stiffness matrix of compress-bending member [J]. Journal of Yunnan RTV University, 2007, 9(4): 79—82. (in Chinese)
- [9] 郭彦林, 潘勇. 变截面工形柱平面内稳定极限承载力研究[J]. 土木工程学院, 2004, 37(1): 13—19.
Guo Yanlin, Pan Yong. Research on in-plane ultimate load-carrying capacity of tapering I-shaped column [J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(1): 13—19. (in Chinese)
- [10] Chen W F, Atsuta T. Theory of beam-columns [J]. In-plane Behaviour and Design, 1976(1): 433—442.