

文章编号: 1000-4750(2011)05-0064-07

# 混凝土裂缝扩展过程中裂尖张开口位移(*CTOD*)与 裂缝嘴张开口位移(*CMOD*)的变化关系分析

徐世焯<sup>1</sup>, \*张秀芳<sup>2</sup>, 卜 丹<sup>2</sup>

(1. 浙江大学建筑工程学院, 浙江, 杭州 310058; 2. 大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024)

**摘 要:** 裂缝尖端张开口位移(*CTOD*)和裂缝嘴张开口位移(*CMOD*)是衡量裂缝张开程度的两个指标。该文进行了楔入式紧凑拉伸混凝土断裂试验, 研究了在裂缝扩展的整个过程中裂缝尖端张开口位移和裂缝嘴张开口位移之间的关系。发现, 裂缝尖端张开口位移和裂缝嘴张开口位移关系曲线可以用三线性模型来描述, 两个转折点与裂缝的起裂和临界失稳扩展相对应。讨论了高度对起裂时和失稳时对应的裂缝尖端张开口位移和裂缝嘴张开口位移的影响规律。根据铰链模型, 给出了计算裂缝尖端张开口位移(*CTOD*)的计算公式, 与试验结果吻合较好。

**关键词:** 楔入式紧凑拉伸试件; 裂缝尖端张开口位移; 裂缝嘴张开口位移; 裂缝扩展过程; 混凝土

中图分类号: TU375; TV313 文献标识码: A

## RELATIONSHIP BETWEEN CRACK TIP OPENING DISPLACEMENT (*CTOD*) AND CRACK MOUTH OPENING DISPLACEMENT (*CMOD*) THROUGHOUT DEVELOPMENT OF CONCRETE CRACK

XU Shi-lang<sup>1</sup>, \*ZHANG Xiu-fang<sup>2</sup>, BU Dan<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang, 310058, China;

2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract:** The crack tip opening displacement and crack mouth opening displacement are two indexes evaluating the magnitude of crack opening during fracture. The current investigation presents a study of relationship between the crack tip opening displacement and crack mouth opening displacement throughout the development of cracks using the wedge splitting compact tension fracture tests. It is found that the relationship between them can be characterized by a tri-linear model, and that the two governing points on the tri-linear model approximately correspond to the cracking and critical unstable propagation of cracks, respectively. Furthermore, the influence of depth of specimens on the crack tip opening displacement and crack mouth opening displacement at the cracking moment and unstable propagation moment is discussed. Subsequently, based on a hinge model, a new formula for calculating the crack tip opening displacement is developed. The comparison between experimental values of the crack tip opening displacement and the calculated shows a good agreement.

**Key words:** wedge splitting compact tension; crack tip opening displacement; crack mouth opening displacement; crack propagation; concrete

1956年, Well A A 提出以裂缝张开位移 *CTOD* 作为控制裂缝扩展的单一参量, 它不仅适用于线弹

性情况, 也可用于弹塑性情况, 其临界值 *CTOD<sub>c</sub>* 可作为金属材料断裂参数指标。1980年我国颁布了

收稿日期: 2009-09-24; 修改日期: 2009-11-04

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50438010); 国家自然科学基金项目(50908029)

作者简介: 徐世焯(1953—), 男, 陕西人, 长江学者教授, 博士, 博导, 主要从事混凝土断裂力学和新型高性能材料研究(E-mail: slxu@dlut.edu.cn);

\*张秀芳(1976—), 女, 山西人, 副研究员, 博士, 主要从事混凝土断裂力学研究和新型高性能材料研究

(E-mail: xiufangzhang\_cn@yahoo.com.cn);

卜 丹(1982—), 女, 辽宁人, 工程师, 硕士, 主要从事混凝土断裂力学研究(E-mail: budan@yahoo.com.cn).

国家标准 GB2358-80《裂缝张开位移(COD)试验方法》，随后美国也颁布了裂缝尖端张开位移(CTOD)标准试验方法(ASTM E1290-89)，推动了弹塑性断裂力学在工程界的广泛应用，这也表明  $CTOD_c$  已是一个有效的断裂参数指标。

在混凝土断裂力学中，Shah 等在其两参数断裂模型中提出了两个断裂控制参数：失稳断裂韧度  $K_{Ic}^s$  和临界裂缝尖端张开口位移  $CTOD_c$ ，并认为它们均与尺寸无关<sup>[1]</sup>。随后，他们采用该断裂模型预测了钢纤维混凝土裂缝的断裂抵制能力<sup>[2]</sup>。文献[3]结合粘聚裂缝模型，认为断裂过程区上分布着粘聚软化应力，用多项式或幂级数方法给出了粘聚裂缝张开位移分布的计算表达，与实验测定值比较符合。文献[4]对不同体积和不同厚度的三点弯曲梁的  $CTOD_c$  进行了分析，发现  $CTOD_c$  基本是一个与试件尺寸无关的参数。文献[5]进行的不同高度楔入劈拉试件结果表明，当试件尺寸高度大于 400mm， $CTOD_c$  值没有尺寸效应。在这些研究中，对  $CTOD$  关注的焦点仅仅是裂缝临界失稳时刻，对起裂时刻及裂缝发展整个过程中的变化规律并未涉及。

继采用紧凑拉伸楔入式加载断裂试验<sup>[6]</sup>研究了混凝土的双 K 断裂参数<sup>[7]</sup>和断裂能<sup>[8]</sup>之后，本文采用该断裂试验方法来研究裂缝发展的整个断裂过程中裂缝尖端张开位移  $CTOD$  与裂缝嘴张开位移  $CMOD$  之间的变化关系。讨论了  $CTOD-CMOD$  曲线转折点与双 K 断裂理论两控制点的对应关系及尺寸效应，给出了考虑等效裂缝扩展前微裂缝区长度影响的计算  $CTOD$  大小的计算式。

## 1 试验概况

本文设计了六组紧凑拉伸试件( $H=0.6D$ ， $D_1=1.25D$ )，高度分别为 200mm、300mm、400mm、600mm、800mm 和 1000mm。为了降低对试验机刚度的要求，采用了楔入式加载方法。试件型式及加载装置如图 1 所示。所有试件采用相同厚度  $B=200\text{mm}$  及相同的初始缝高比  $a_0/D=0.4$ ，采用商品混凝土一次全部试件浇筑完毕，混凝土的配合比为水泥：砂子：石子：水=1：1.75：2.5：0.51，最大骨料粒径 25mm。浇筑试件时，在试件顶部预留方槽，用于放置夹式引伸仪；加载孔处预埋薄壁钢管，并在周围布置环向钢筋用于局部加强；用尖端 V 型、3mm 厚的钢板预制裂缝。试验龄期为 170d—210d，此时立方体抗压强度  $f_{cu}=53.3\text{MPa}$ 。详细尺寸见表 1。



图 1 紧凑拉伸楔入式加载断裂试验

Fig.1 Fracture test set-up of compact tension wedge splitting loading

表 1 紧凑拉伸试件几何及试验结果

Table 1 Sizes of compact tension specimens and experimental results

试件编号	试件尺寸	$a_0/\text{mm}$	$a_c/\text{mm}$	$E/\text{MPa}$	$CMOD_c/\mu\text{m}$	$CTOD_c/\mu\text{m}$	$CTOD/\mu\text{m}$			$CMOD/\mu\text{m}$			$P^{mi}/\text{N}$		$P_{max}/\text{N}$			
							A 点	B 点	误差/ (%)	A 点	B 点	误差/ (%)	A 点	应变片法	误差/ (%)	B 点	应变片法	误差/ (%)
CT200-1	240×199×205	80	119.84	35.90	89.80	33.30	15.2	34.8	4.50	53.1	91.5	1.89	9430	7856	20.03	10326	10023	3.02
CT 200-2	240×196×200	80	111.82	31.85	89.40	23.90	7.6	22.5	5.85	45.4	79.7	10.85	7589	7816	2.94	10394	10690	2.77
CT 200-3	240×196×200	80	118.30	35.05	88.80	30.80	15.6	29.12	5.46	50.12	81.08	7.88	7635	7657	0.28	9417	9622	2.13
CT 200-4	240×198×203	80	120.19	38.92	92.20	36.20	—	31.90	11.88	—	78.30	17.75	—	9271	—	10530	10609	0.75
CT 200-6	240×197×200	80	114.43	35.97	87.70	36.20	17.4	33.70	6.91	36.70	73.70	19.00	8430	8657	2.62	10918	10938	0.18
平均值			<b>116.94</b>	<b>35.54</b>	<b>89.58</b>	<b>32.08</b>	<b>13.95</b>	<b>30.41</b>	<b>6.92</b>	<b>46.33</b>	<b>80.57</b>	<b>11.47</b>	<b>8271</b>	<b>8251</b>	<b>6.46</b>	<b>10317</b>	<b>10376</b>	<b>1.77</b>
CT 300-1	360×202×303	120	170.72	34.41	114.81	45.12	19.90	49.60	9.93	65.70	120.90	5.04	12180	9975	22.11	15242	15330	0.57
CT 300-2	360×203×301	120	171.01	38.39	101.36	30.54	8.30	20.70	32.22	42.60	80.43	26.02	10263	10452	1.81	14047	14788	0.57
CT 300-3	360×202×300	145	186.42	41.80	107.60	54.00	21.00	44.60	17.41	46.50	99.30	8.35	10679	10020	6.57	12447	12561	0.91
CT 300-4	360×203×299	120	158.51	27.15	119.86	28.30	6.90	24.30	14.13	50.30	109.70	9.26	9702	11316	14.27	14924	15129	13.55
CT 300-5	360×200×298	120	173.79	28.31	123.70	49.30	12.70	41.70	15.41	54.20	121.90	1.46	8498	8930	4.84	11967	12068	5.08
平均值			<b>172.09</b>	<b>34.01</b>	<b>113.47</b>	<b>41.45</b>	<b>13.76</b>	<b>36.18</b>	<b>17.82</b>	<b>51.86</b>	<b>106.47</b>	<b>10.03</b>	<b>10264</b>	<b>10139</b>	<b>9.92</b>	<b>13726</b>	<b>13975</b>	<b>4.13</b>
CT 600-1	720×210×600	240	304.81	33.92	144.93	58.30	14.00	41.60	28.65	51.10	112.00	29.40	15315	20473	25.19	24827	26689	6.94
CT 600-2	720×219×607	265	331.73	31.21	194.20	33.45	7.70	31.40	6.13	81.90	190.20	2.11	19125	19201	4.09	28070	28131	0.30

(续表)

试件编号	试件尺寸	$a_0/mm$	$a_c/mm$	$E/MPa$	$CMOD_c/\mu m$	$CTOD_c/\mu m$	$CTOD/\mu m$			$CMOD/\mu m$			$P^{ini}/N$			$P_{max}/N$		
							A点	B点	误差/ (%)	A点	B点	误差/ (%)	A点	应变片法	误差/ (%)	B点	应变片法	误差/ (%)
CT 600-3	720×215×600	240	305.84	34.04	145.06	44.70	10.80	38.40	14.09	59.40	133.40	8.74	15724	15846	0.77	26553	27208	2.41
CT 600-4	720×219×605	240	315.51	31.21	176.50	65.70	13.60	50.70	22.83	55.80	143.50	22.99	15358	22905	32.95	27825	29120	4.45
CT 600-6	720×212×606	240	316.62	34.49	179.40	73.40	4.90	62.20	15.26	49.60	168.10	6.72	14542	26494	22.62	31076	31509	1.57
平均值			<b>314.90</b>	<b>32.97</b>	<b>168.02</b>	<b>55.11</b>	<b>10.20</b>	<b>44.86</b>	<b>17.39</b>	<b>59.56</b>	<b>149.44</b>	<b>13.99</b>	<b>16013</b>	<b>20983</b>	<b>17.12</b>	<b>27670</b>	<b>28543</b>	<b>3.13</b>
CT 800-1	960×240×806	345	436.18	30.23	218.96	90.90*	18.20	55.90	34.93*	81.90	166.70	23.04	23269	31471	26.07	33116	34696	4.56
CT 800-2	960×246×806	320	441.02	29.88	225.00	105.20*	14.70	72.00*	31.56*	74.60	182.50	23.29	21836	30649	28.19	34096	34996	2.58
CT 800-3	960×235×800	320	406.77	33.33	166.60	63.60	14.30	63.60	0	74.60	166.60	0	23677	20655	14.63	33728	33728	0
CT 800-4	960×241×800	320	413.68	32.28	176.50	58.19	15.70	42.60	26.80	80.10	148.70	18.69	22355	22564	1.00	33702	33968	0.78
CT 800-6	960×230×803	320	422.35	32.25	195.37	59.70	5.90	50.30	15.75	69.20	179.60	8.78	19496	23752	17.92	34079	34255	0.51
平均值			<b>424.00</b>	<b>31.59</b>	<b>196.49</b>	<b>60.50</b>	<b>13.76</b>	<b>56.88</b>	<b>14.00</b>	<b>76.08</b>	<b>168.82</b>	<b>14.76</b>	<b>22127</b>	<b>20374</b>	<b>17.56</b>	<b>33745</b>	<b>34329</b>	<b>1.68</b>
CT 1000-1	1200×245×1010	400	499.55	29.06	220.60	62.50	9.40	63.90	2.24	80.80	224.30	1.65	23886	28751	16.93	42883	43580	1.60
CT 1000-2	1200×245×1010	400	472.46	29.28	205.26	52.80	8.00	41.60	21.2	83.80	177.60	15.57	25427	28539	10.90	45157	46631	3.17
CT 1000-3	1200×270×1013	400	469.00	25.77	247.90	59.78	8.70	59.70	0.13	103.0	263.40	5.89	33606	38515	12.21	55736	55918	0.33
CT 1000-4	1200×240×1010	400	479.57	30.63	214.15	54.90	16.10	56.60	3.10	89.10	220.40	2.83	28327	35155	19.43	48034	48169	0.28
CT 1000-5	1200×250×1005	400	478.34	29.05	206.00	52.72	17.50	44.80	15.02	100.3	189.59	8.67	30192	30192	1.00	44742	45522	1.71
CT 1000-6	1200×270×1010	400	515.85	27.47	266.00	73.70	16.40	63.90	13.30	104.4	246.80	7.79	31744	37321	14.95	49057	50474	2.82
平均值			<b>487.79</b>	<b>28.54</b>	<b>226.65</b>	<b>59.40</b>	<b>12.68</b>	<b>55.08</b>	<b>9.17</b>	<b>93.57</b>	<b>220.62</b>	<b>7.07</b>	<b>28864</b>	<b>33097</b>	<b>12.57</b>	<b>47602</b>	<b>48383</b>	<b>1.65</b>

为了准确地控制加载速度以便获得荷载位移全曲线，所有试件以位移控制的加载方式在 MTS 材料试验机上进行，由 16 通道 DH3817 动静态应变测试采集系统采集数据，10t 荷载传感器测定竖向荷载，最大量程为 4mm 的夹式引伸仪测定裂缝嘴张开位移  $CMOD$  及裂缝尖端张开位移  $CTOD$ 。为了监测裂缝起裂，本文采用了电阻应变片法。

## 2 试验结果与分析

### 2.1 $CTOD$ 与 $CMOD$ 的关系曲线

图 2 和图 3 分别演示了试验测得的不同高度典型试件的荷载-裂缝嘴张开口位移  $P-CMOD$  曲线和荷载-裂缝尖端张开口位移  $P-CTOD$  曲线。由于处理数据时，高度为 400mm 该组试件的数据文件夹被损毁，因此在本文分析中没有涉及 400mm 高度

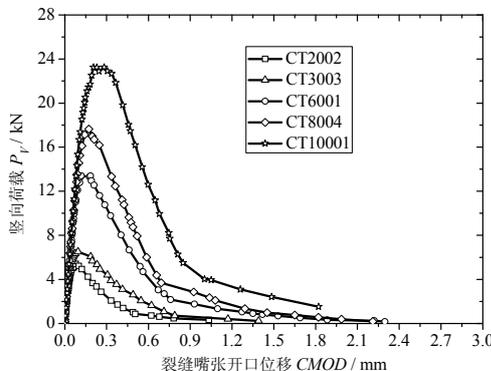


图 2 荷载-裂缝嘴张开口位移  $CMOD$  曲线

Fig.2 Load versus  $CMOD$  curves of typical specimens

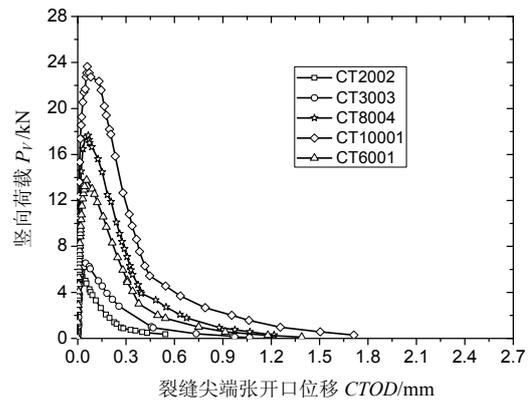
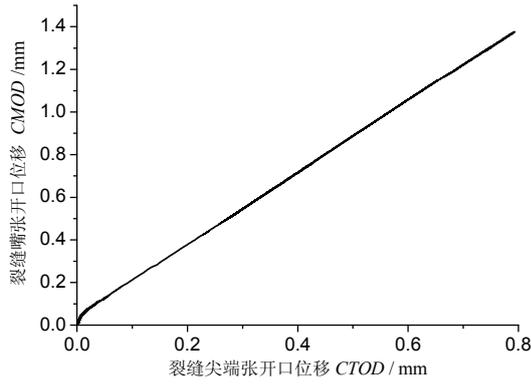


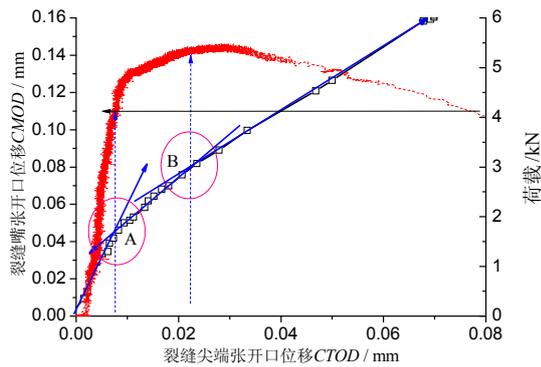
图 3 荷载-裂缝尖端张开口位移  $CTOD$  曲线

Fig.3 Load versus  $CTOD$  curves of typical specimens 的试件。试验结果表明， $P-CMOD$  曲线和  $P-CTOD$  曲线形状基本一样，可以推测  $CMOD$  与  $CTOD$  之间存在着某种相关关系。基于此，进一步分析了所有试件的  $CTOD-CMOD$  曲线。发现，所有试件的  $CTOD-CMOD$  曲线有着相似的变化趋势，随着  $CMOD$  的增加，实测的  $CTOD$  大致经历 3 个阶段。为了节省篇幅，仅以两个试件 CT200-2 和 CT1000-1 为例来演示  $CMOD$  与  $CTOD$  之间的关系，见图 4 和图 5。

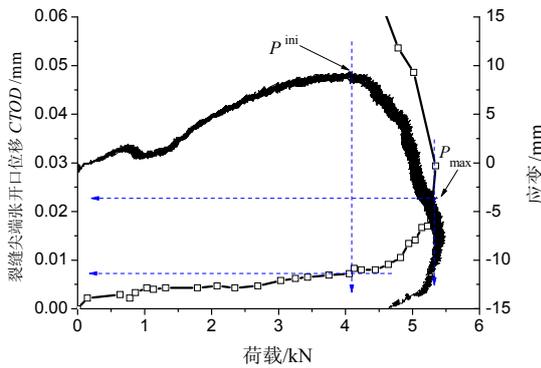
图 4(a)和图 5(a)画出了整个裂缝发展过程中  $CMOD$  与  $CTOD$  的关系曲线，看上去二者之间存在单一的线性关系，但当曲线局部放大后(见图 4(b)和图 5(b))，发现  $CTOD-CMOD$  曲线可以近似用三线模型来逼近，只是由于起裂和失稳时裂缝尖端张开口位移值很小，在图 4 和图 5 的(a)子图中未能反映出来而已。



(a) 整个断裂过程 CTOD-CMOD 曲线



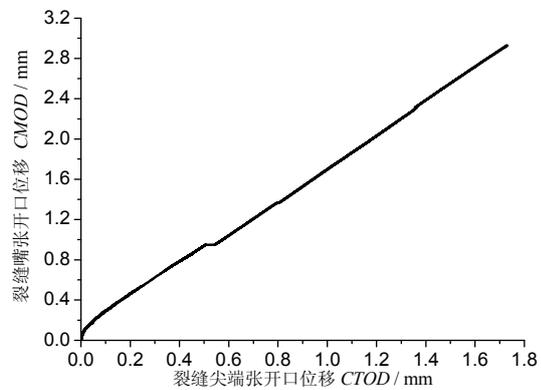
(b) CTOD 与 CMOD 关系曲线的两个转折点



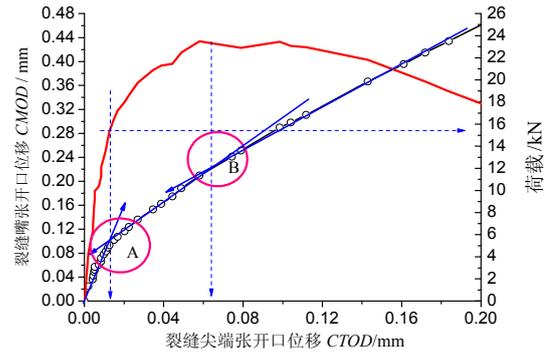
(c) 两转折点与起裂点和失稳点的对应关系

图 4 CT200-2 试件 CTOD 与 CMOD 关系分析

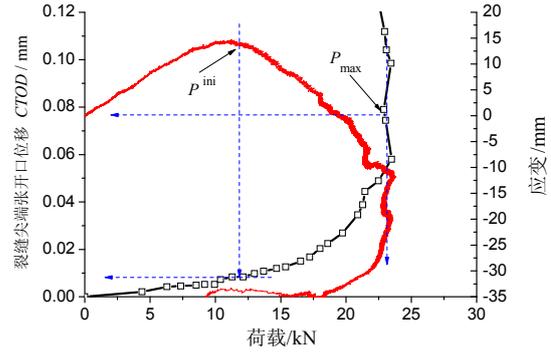
Fig.4 Relationship between CTOD and CMOD for CT200-2 specimen



(a) 整个断裂过程 CTOD-CMOD 曲线



(b) CTOD 与 CMOD 关系曲线的两个转折点



(c) 两转折点与起裂点和失稳点的对应关系

图 5 CT1000-1 试件 CTOD 与 CMOD 关系分析

Fig.5 Relationship between CTOD and CMOD for CT200-2 specimen

在图 4(b)和图 5(b)中, A、B 两点分别代表第一个转折点和第二转折点。双 K 断裂理论描述了混凝土断裂由线弹性到非线性最后到失稳破坏的三阶段过程,即初始裂缝起裂、裂缝稳定扩展和裂缝失稳扩展<sup>[9]</sup>。本文实测的 CTOD-CMOD 曲线也是三段直线,二者之间是否相关呢? 本文在图 4(c)和图 5(c)中,给出了裂缝尖端布置的应变片随荷载增加的变化曲线。观察图 4 和图 5 的(b)子图和(c)子图发现, A 点基本上与试件起裂时刻相对应, B 点与试件失稳时刻相对应。

为了进一步验证此观察,将点 A 所对应的荷载与电阻应变片法监测的起裂荷载  $P^{ini}$ 、第二个转折点 B 所对应的荷载值与峰值荷载  $P_{max}$ 、B 点对应的裂缝尖端张开口位移  $CTOD^m$  与  $P$ -CTOD 曲线峰值点对应的裂缝尖端张开口位移  $CTOD_c$ 、B 点对应的裂缝嘴张开口位移  $CMOD^m$  与  $P$ -CMOD 曲线峰值点对应的裂缝嘴张开口位移  $CMOD_c$  进行了对比,结果汇总在表 1。

可以看到,在起裂时刻,两种方法确定的起裂荷载平均值的误差不超过 18%;在失稳时刻,两种方法确定的荷载值几乎相等,裂缝尖端张开口位移和裂缝嘴张开口位移平均值的误差分别低于 18%

和 15%，以上四组比较的误差均在混凝土试验允许的误差范围之内。因此，可以认为  $CMOD-CTOD$  曲线上  $OA$  段裂缝处于弹性阶段， $A$  点意味着裂缝起裂； $AB$  段为裂缝稳定扩展阶段， $B$  点为失稳点； $B$  点之后裂缝失稳扩展至破坏， $CTOD-CMOD$  曲线对裂缝起裂及扩展过程的监测结果与双  $K$  断裂理论的起裂和失稳相吻合。再次证明了裂缝的扩展经历起裂、稳定扩展和失稳破坏的 3 个阶段过程，同时也为确定起裂荷载提供了一种新的方法。

### 2.2 两个转折点对应的 $CTOD$ 和 $CMOD$ 与高度的关系

表 1 给出了两个转折点对应的  $CTOD$  和  $CMOD$  的大小(标\*的数据没有包括在平均值的计算中)。在  $A$  点， $CTOD^{ini}$  大小随高度的增加变化不大，大约为  $12\mu m$  左右；但  $CMOD^{ini}$  大小随高度的增加呈线性增加的关系，见图 6。文献[1]把失稳时刻的裂缝尖端张开口位移即临界裂缝尖端张开口位移  $CTOD_c$  作为混凝土材料的一个断裂控制材料参数，并认为其大小与试件高度无关。然而，就本文试验试件来说，在  $B$  点，除 800mm 试件外(图 6 圆圈所示)，无论是  $CTOD^{un}$  还是  $CMOD^{un}$  并不是不变的材料参数，而是随着试件高度的增加线性增大。

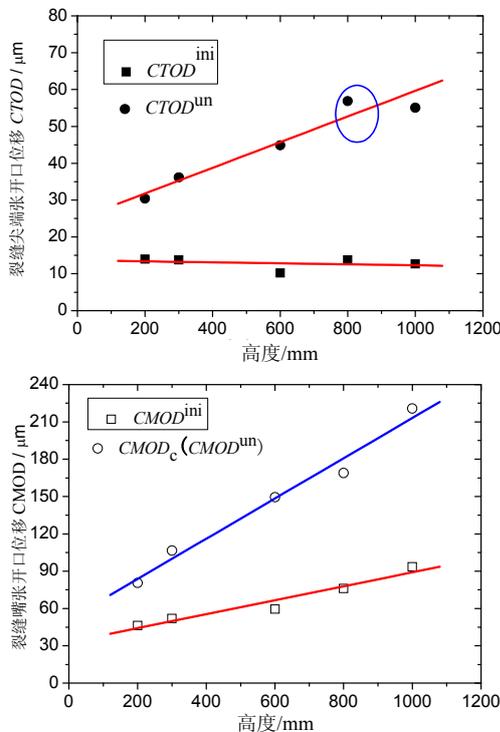


图 6 两转折点对应的  $CTOD$  和  $CMOD$  随高度的变化  
 Fig.6 Variation of values of  $CTOD$  and  $CMOD$  corresponding to two turning points with the increase of depth

### 2.3 $CTOD$ 计算结果与试验值的对比和分析

目前  $CTOD$  和  $CMOD$  关系计算式有两种。一种是 Jenq 和 Shah 在两参数模型<sup>[1]</sup>中提出的计算公式： $CTOD_c = CMOD_c \times$

$$\left\{ \left( 1 - \frac{a_0}{a_c} \right)^2 + \left( 1.081 - 1.149 \frac{a}{D} \right) \left[ \frac{a_0}{a_c} - \left( \frac{a_0}{a_c} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (1)$$

式中： $a_0$  为试件初始缝长； $a_c$  为临界裂缝长度； $D$  为试件高度。 $CMOD_c$  可直接测定， $a_c$  由  $CMOD_c$  和峰值荷载计算得到。

另一种  $CMOD$  和  $CTOD$  的计算表达式是根据金属断裂力学中的“铰链模型”而获得。文献[10]假设  $CTOD$  只与裂缝亚临界扩展有关，得到  $CTOD_c$  与  $CMOD_c$  的线性关系：

$$CTOD_c = \frac{a_c - a_0}{a_c + h_0} CMOD_c \quad (2)$$

在式(2)的推导中，文献[10]忽略了任意等效裂缝扩展长度  $a$ (见图 7)前的微裂缝区长度，因此假定在等效裂缝扩展  $a$  处的张开口位移为零。如果考虑微裂缝区的长度，那么在荷载作用下裂缝的扩展长度就变成  $a^*$ 。这样，在等效裂缝扩展长度  $a$  处的张开口位移就不为零，而是为某一值。该变形是由微裂缝的滋生引起。事实上，也正是由于微裂缝的存在，因此在起裂时  $a_0$  处的张开口位移并不为零，正如上文分析。基于此，我们根据铰链模型结合图 7 给出了一个新的裂缝尖端张开口位移计算公式，修正了式(2)。

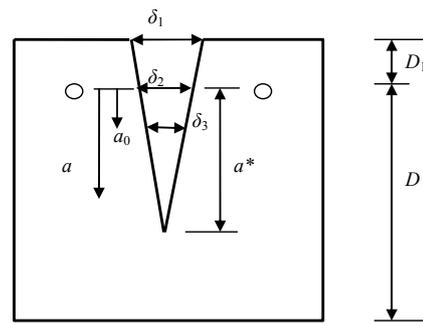


图 7 张开口位移分析图  
 Fig.7 Sketch of crack opening displacement

根据应力强度因子手册， $\delta_1$  和  $\delta_2$  的大小可通过下两式来计算<sup>[11]</sup>：

$$\delta_1 = \frac{P}{BE} V_1(\alpha) \quad (3)$$

$$\delta_2 = CMOD = \frac{P}{BE} V_2(\alpha) \quad (4)$$

式中:  $V_1(\alpha) = \left(1 + \frac{0.25}{\alpha}\right) \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^2 \times [1.6317 + 12.678\alpha - 14.231\alpha^2 - 16.610\alpha^3 + 35.050\alpha^4 - 14.494\alpha^5]$ ,  $V_2(\alpha) = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^2 \times [2.1630 + 12.219\alpha - 20.065\alpha^2 - 0.9925\alpha^3 + 20.609\alpha^4 - 9.9314\alpha^5]$ ,  $\alpha = a/D$ ;  $B$  是试件的厚度;  $E$  是试验试件混凝土的弹性模量;  $P$  是施加的水平劈拉力。这样, 有:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{a^*}{a^* + D_1} \Rightarrow a^* = \frac{D_1 \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \quad (5)$$

又因为:

$$\frac{\delta_3}{\delta_2} = \frac{CTOD}{\delta_2} = \frac{a^* - a_0}{a^*} \Rightarrow a^* = \frac{a_0 \delta_2}{\delta_2 - \delta_3} \quad (6)$$

联立式(5)和式(6), 并结合  $D_1 = 0.25D$  (标准紧凑拉伸试件) 可得:

$$\delta_3 = CTOD = \delta_2 \left\{ 1 + 4\alpha_0 \left[ 1 - \frac{V_1(\alpha)}{V_2(\alpha)} \right] \right\} - CMOD \{ 1 + 4\alpha_0 [1 - g(\alpha)] \} \quad (7)$$

图 8 给出了紧凑拉伸几何的形状因子  $g(\alpha) = V_1(\alpha)/V_2(\alpha)$  在不同  $a/D$  时的大小, 并用下式进行了拟合分析。从图 8 可以看到, 下式在  $0.2 \leq a/D \leq 0.9$  范围内的计算值与实际的计算值几乎重合:

$$g(\alpha) = \frac{V_1(\alpha)}{V_2(\alpha)} = 1.8838 \exp\left(-\frac{\alpha}{0.23327}\right) + 1.2471 \quad (8)$$

这样, 裂缝尖端张开口位移可以通过下式来计算:

$$CTOD = CMOD \times \left\{ 1 - 4\alpha_0 \left[ 1.8838 \exp\left(-\frac{\alpha}{0.23327}\right) + 0.2471 \right] \right\} \quad (9)$$

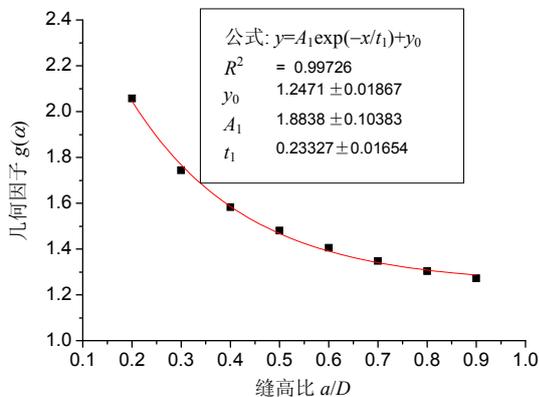


图 8 紧凑拉伸几何的形状因子

Fig.8 Geometry factor of compact tension specimens

本文将由式(1)、式(2)和式(9)得到  $CTOD_c$  计算值与实测值相对比, 列于表 2, 同时用图 9 来演示它们之间的比较情况。可见, 由式(1)和计算式(9)得到的计算值与试验结果吻合较好, 由式(2)得到的计算值较实测值偏小。

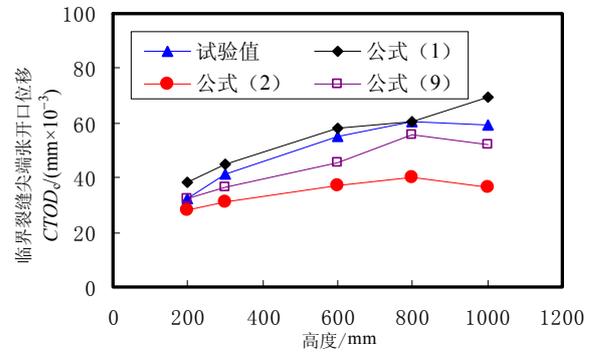


图 9  $CTOD_c$  计算值与实测值的比较

Fig.9 Comparison of  $CTOD_c$  between the calculated and the measured

表 2  $CTOD_c$  计算值与实测值的对比

Table 2 Comparison of  $CTOD_c$  between the calculated and the measured

试件编号	实测/ $\mu\text{m}$	Shah 式(1) 计算值/ $\mu\text{m}$	Xu 式(2) 计算值/ $\mu\text{m}$	式(9) 计算值/ $\mu\text{m}$
CT200-1	33.30	39.38	29.85	33.55
CT 200-2	23.90	36.26	25.44	29.53
CT 200-3	30.80	38.29	28.75	32.49
CT 200-4	36.20	40.38	30.83	34.61
CT 200-6	36.20	36.51	26.39	30.28
平均值	<b>32.80</b>	<b>38.20</b>	<b>28.26</b>	<b>32.09</b>
CT 300-1	45.12	48.10	34.10	39.24
CT 300-2	30.54	42.43	30.23	34.75
CT 300-3	54.00	35.81	23.91	28.89
CT 300-4	28.30	45.31	29.12	34.96
CT 300-5	49.30	52.51	38.29	43.67
平均值	<b>41.46</b>	<b>44.79</b>	<b>31.13</b>	<b>36.31</b>
CT 600-1	58.30	51.68	30.82	38.14
CT 600-2	33.45	65.05	39.07	49.02
CT 600-3	44.70	52.04	31.23	38.53
CT 600-4	65.70	66.87	42.24	50.88
CT 600-6	73.40	54.19	43.41	52.17
平均值	<b>55.11</b>	<b>57.97</b>	<b>37.35</b>	<b>45.76</b>
CT 800-1	90.90*	75.46*	45.77	56.91
CT 800-2	105.20*	91.17*	61.74	72.21
CT 800-3	63.60	59.58	35.54	43.96
CT 800-4	58.19	64.98	39.96	48.76
CT 800-6	59.70	57.34	47.34	56.88
平均值	<b>60.50</b>	<b>60.63</b>	<b>40.23</b>	<b>55.75</b>
CT 1000-1	62.50	76.65	43.96	55.27
CT 1000-2	52.80	62.77	31.48	42.47
CT 1000-3	59.78	74.35	36.47	49.83
CT 1000-4	54.90	68.05	35.53	46.89
CT 1000-5	52.72	64.93	33.74	44.66
CT 1000-6	73.70	97.98*	59.74	73.03
平均值	<b>59.40</b>	<b>69.35</b>	<b>36.24</b>	<b>52.02</b>

### 3 结论

本文通过所进行的楔入式紧凑拉伸断裂试验分析了裂缝尖端张开位移  $CTOD$  和裂缝嘴张开口位移  $CMOD$  之间的关系, 主要结论如下:

(1) 裂缝发展整个过程中  $CTOD$ - $CMOD$  曲线可用三线性模型来描述, 其上两个折点分别与双 K 断裂模型中的起裂点和失稳扩展点相对应, 可以较清楚地描述混凝土断裂的裂缝初始起裂、稳定扩展至失稳破坏的 3 个阶段, 为确定裂缝的初始起裂点提供了一种新方法。

(2) 就本试验试件, 起裂点对应的  $CTOD$  与试件高度无关, 大约为  $12\mu\text{m}$  左右; 但起裂点对应的  $CMOD$ 、失稳点对应的  $CTOD$  和  $CMOD$  与试件高度大致呈线性增加关系。

(3) 根据“铰链模型”给出的裂缝尖端张开位移公式计算了  $CTOD_c$  的大小, 能够较好与试验结果相吻合。

#### 参考文献:

- [1] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10): 1227—1241.
- [2] Jenq Y S, Shah S P. Crack propagation in fiber-reinforced concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112(1): 19—34.
- [3] Wang Limin, Xu Shilang, Zhao Xiqiang. Analysis on cohesive crack opening displacement considering the strain softening effect [J]. Science in China, Series G-Physics and Astronomy, 2006, 49(1): 88—101.
- [4] 徐世焱. 混凝土断裂机理[D]. 大连: 大连理工大学, 1988.  
Xu Shilang. Fracture mechanism of concrete [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 1988. (in Chinese)
- [5] 吴智敏, 赵国藩. 混凝土裂缝扩展的  $CTOD_c$  准则[J]. 大连理工大学学报, 1995, 35(5): 699—702.  
Wu Zhimin, Zhao Guofan.  $CTOD_c$  criterion for crack development of concrete [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1995, 35(5): 699—702. (in Chinese)
- [6] 卜丹. 楔入式紧凑拉伸断裂试验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.  
Bu Dan. Fracture experiment study using wedge-splitting test on compact tension specimens [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese)
- [7] 徐世焱, 卜丹, 张秀芳. 楔入式紧凑拉伸法确定混凝土的断裂能[J]. 水利学报, 2007, 38(6): 683—689.  
Xu Shilang, Bu Dan, Zhang Xiufang. Determination of fracture energy of concrete using wedge-splitting test on compact tension specimens [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(6): 683—689. (in Chinese)
- [8] 徐世焱, 卜丹, 张秀芳. 不同尺寸楔入式紧凑拉伸试件双 K 断裂参数的试验测定[J]. 土木工程学报, 2008, 41(2): 70—76.  
Xu Shilang, Bu Dan, Zhang Xiufang. A study on double-K fracture parameters by using wedge-splitting test on compact tension specimens of various sizes [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41(2): 70—76. (in Chinese)
- [9] Xu Shilang, Reinhardt Hans W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle materials [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98(2): 111—193.
- [10] 徐世焱, 赵国藩. 混凝土裂缝的稳定扩展过程与临界裂缝尖端张开位移[J]. 水利学报, 1989(4): 33—44.  
Xu Shilang, Zhao Guofan. Stable crack development process of concrete crack and critical crack tip opening displacement [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1989(4): 33—44. (in Chinese)
- [11] Hiroshi Tada, Paris P C, Irwin G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. New York: ASME Press, 2000.