

文章编号: 1000-4750(2009)02-0196-07

旋转半无限大体广义电磁热弹性耦合的二维问题

*何天虎, 贾维维

(兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

摘 要: 基于广义热弹性理论, 研究了热和电可导的旋转半无限大体在其表面受随时间变化的热作用的广义电磁热弹性耦合的二维问题。半无限大体置于恒定的磁场中, 受热作用产生膨胀变形, 由于外加磁场的作用, 介质中产生了感应的电场和感应的磁场。该文建立了电磁热弹性耦合的控制方程, 利用正则模态法求解, 得到了问题的解析解, 并给出了各物理量的分布规律。可以看出, 介质中呈现出电磁热弹性耦合效应, 由于旋转, 位移和应力的幅值有很明显的降低, 而旋转对温度和感应的磁场的影响不大。

关键词: 热松弛时间; 电磁热弹耦合; 正则模态法; 旋转半无限大体; 广义热弹性理论

中图分类号: O411 **文献标识码:** A

A TWO-DIMENSIONAL GENERALIZED ELECTROMAGNETO-THERMOELASTIC COUPLED PROBLEM FOR A ROTATING HALF-SPACE

*HE Tian-hu, JIA Wei-wei

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on Green and Lindsay's generalized thermoelasticity theory with two relaxation times, a two-dimensional coupled problem in electromagneto-thermoelasticity for a rotating half-space solid subjected to a heat on its surface is studied. There is an initial magnetic field parallel to the plane boundary of the half-space. The medium deforms because of the applied heat, and due to the application of the magnetic field. Thusly, both magnetic and electric fields are induced in the medium. Maxwell's equations and the electromagneto-thermoelastic coupled governing equations are established. The normal mode analysis is used to obtain the exact expressions for the considered variables. The distributions of the considered variables are represented graphically. From the distributions, it can be found the wave type heat propagation and electromagneto-thermoelastic coupled effect in the medium, and it also can be found that the rotation significantly decreases the magnitude of the real part of displacement and stress and insignificantly affects the magnitude of temperature and induced magnetic field.

Key words: thermal relaxation times; electromagneto-thermoelastic couple; normal mode analysis; rotating half-space; generalized thermoelasticity theory

广义热弹性理论能描述固体中的第二声效应, 即热以有限的波速在介质中进行传播。目前, 主要有两种不同的广义热弹性理论: 一是 Lord 和 Shulman^[1]广义热弹性理论(L-S), 该理论在热传导方程中引入了一个热松弛时间因子, 在热流与温度

梯度的关系中考虑了热流率项; 二是 Green 和 Lindsay^[2]广义热弹性理论(G-L), 该理论分别在本构方程和能量方程中各引入了一个热松弛时间因子, 在热传导方程中考虑了温度的变化率。这两种理论都能描述热在介质中以有限的速度进行传输。

收稿日期: 2007-10-25; 修改日期: 2008-04-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(10602021, 10872083); 中国博士后科学基金项目(20060400209); 兰州理工大学博士基金项目(5B10200410)

作者简介: *何天虎(1973—), 男, 甘肃人, 副教授, 博士, 从事多物理场耦合, 电磁固体力学研究(E-mail: heth@lut.cn);

贾维维(1982—), 女, 河北人, 硕士生, 从事磁热弹多场耦合研究(E-mail: jiabinbindidi@163.com)。

热弹性体在磁场作用下, 磁场与应力应变间的相互作用的研究涉及到诸多领域如地球物理学、等离子体物理学、磁场中声波的阻尼、核设施中电磁波的辐射及电能工程等, 研究结果在这些领域有着极其重要的指导意义。

应用经典的热弹性理论, 我国学者郑晓静和周又和建立了对电磁材料结构非线性力学行为研究的完整的理论框架, 给出了多场耦合的非线性本构关系^[3-4]。他们还对电磁材料包括超导材料等结构的多场耦合的力学行为给出了很好的定量预测^[5-7], 这些工作成功地将传统的板壳力学推广到了电磁材料结构力学。应用广义热弹性理论, 学者们在文[8-15]中对于非旋转弹性介质的广义电磁热弹耦合问题开展了广泛的研究。

本文则基于 L-S 和 G-L 理论, 研究了电和热可导的旋转半无限大体受热作用的电磁热弹耦合的平面波问题。文中建立了考虑旋转效应的电磁热弹耦合的控制方程, 利用正则模态法对问题进行了求解, 得到了所考虑物理量的解析解。本文与文[11]不同之处在于所应用的理论、施加的热载荷及所研究的对象不同。

符号:

$\mathbf{J}$ —电流密度矢量	$\mathbf{u}$ —位移矢量
$\mathbf{B}$ —磁通密度矢量	$\mathbf{D}$ —电位移矢量
μ_0 —磁导率	ρ_e —电荷密度
σ_{ij} —应力分量	e_{ij} —应变分量
u_i —位移分量	c_E —比热
T_0 —参考温度	T —绝对温度
F_i —洛伦兹力分量	κ —热传导系数
ρ —质量密度	τ_1, τ_2 —热松弛时间
σ_0 —电导率	ε_0 —介电率
λ, μ —拉梅常数	α_t —热膨胀系数
$\eta = \rho c_E / \kappa, \gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t, c_1^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho$	

1 基本方程

考虑被置于恒定磁场中的热弹半无限大体 ($x \geq 0$), 外加磁场强度的大小为 $\mathbf{H}=(0,0,H_0)$, 方向沿着 z 轴, 同时, 半无限大体以角速度 $\boldsymbol{\Omega}=(0,0,\Omega)$ 绕 z 轴旋转。考虑旋转效应, 运动方程中包含了与时间相关的向心加速度 $\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u})$ 项和科里奥利加速度 $2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{u}}$ 。假设在初始时刻 ($t=0$), 半无限大体在其表面处受到随时间 t 及坐标 y 变化的热载荷的作用。取坐标原点位于半无限大体表面几何

中心处, 给出过 oxy 的半无限大平面示意半无限大体受热载荷及磁场的作用, 如图 1 所示。

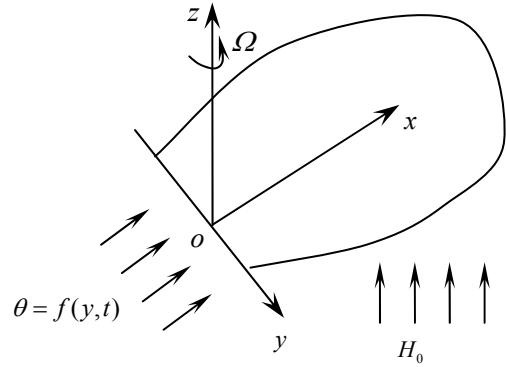


图 1 半无限大体受热载荷及外加磁场作用的示意图
Fig.1 Sketch of half space subjected to applied thermal load and initial magnetic field

由于外加磁场 $\mathbf{H}$ 的作用, 半无限大体中产生了感应磁场 $\mathbf{h}$ 和感应电场 $\mathbf{E}$ 。对于缓慢变形的、电和热可导的各向同性体, 在线性化以后的电磁场的控制方程可以写成下面的形式:

$$\nabla \times \mathbf{h} = \mathbf{J} + \dot{\mathbf{D}} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{h}), \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (4)$$

$$\mathbf{J} = \sigma_0(\mathbf{E} + \mu_0 \dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{H}) \quad (5)$$

不计体力和内热源, 考虑旋转效应时的广义电磁热弹性耦合的控制微分方程为:

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda e_{kk} \delta_{ij} - \gamma(T - T_0 + \tau_1 \dot{T}) \delta_{ij} \quad (6)$$

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \{ \ddot{u}_i + [\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u})]_i + (2\boldsymbol{\Omega} \times \dot{\mathbf{u}})_i \} \quad (7)$$

$$\kappa \nabla^2 T = \rho c_E (\dot{T} + \tau_2 \ddot{T}) + \gamma T_0 (\dot{u}_{i,i} + m \tau_2 \dot{u}_{i,i}) \quad (8)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (9)$$

$$F_i = \mu_0(\mathbf{J} \times \mathbf{H})_i \quad (10)$$

在上述方程中, 物理量中逗号跟一个后缀表示关于物质坐标进行微分, 物理量上方的点表示关于时间微分。当 $m=1, \tau_1=0$ 时, 对应 L-S 理论; 当 $m=0, \tau_1 \neq 0$ 时, 对应 G-L 理论。在二维情形下, 位移分量有以下形式:

$$u_x = u(x, y, t), \quad u_y = v(x, y, t), \quad u_z = 0 \quad (11)$$

介质中磁场强度的分量为:

$$H_x = 0, \quad H_y = 0, \quad H_z = H_0 + h(x, y, t) \quad (12)$$

电场强度矢量同时垂直于磁场强度矢量和位移矢量, 因此, 它的分量具有如下的形式:

$$E_x = E_1, \quad E_y = E_2, \quad E_z = 0 \quad (13)$$

电流密度矢量 $\mathbf{J}$ 平行于 $\mathbf{E}$, 因此:

$$J_x = J_1, J_y = J_2, J_z = 0 \quad (14)$$

为方便起见, 引入下面的无量纲量:

$$\begin{aligned} x^* &= c_1 \eta x, \quad y^* = c_1 \eta y, \quad u^* = c_1 \eta u, \quad v^* = c_1 \eta v, \\ t^* &= c_1^2 \eta t, \quad \tau_i^* = c_1^2 \eta \tau_i, \quad \sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}}{\mu}, \quad \theta = \frac{\gamma(T-T_0)}{\lambda + 2\mu}, \\ E_i^* &= \frac{\eta E_i}{\sigma_0 \mu_0^2 H_0 c_1}, \quad h^* = \frac{\eta h}{\sigma_0 \mu_0 H_0}, \quad \Omega^* = \frac{\Omega}{c_1^2 \eta} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (15)$$

利用式(15)中所定义的无量纲量, 上面的控制方程可以简化为(为了方便省略星号):

$$(\beta^2 - 1) \frac{\partial e}{\partial x} + \nabla^2 u - \beta^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} + \tau_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t \partial x} \right) + \beta^2 w \varepsilon_2 \left(w E_2 - \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \beta^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Omega^2 u - 2\Omega \dot{v} \right) \quad (16)$$

$$(\beta^2 - 1) \frac{\partial e}{\partial y} + \nabla^2 v - \beta^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} + \tau_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t \partial y} \right) - \beta^2 w \varepsilon_2 \left(w E_1 + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \beta^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \Omega^2 v + 2\Omega \dot{u} \right) \quad (17)$$

$$\nabla^2 \theta = \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + \tau_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) + \varepsilon_1 \left(\frac{\partial e}{\partial t} + m \tau_2 \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial y} &= w E_1 + V^2 \frac{\partial E_1}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t}, \\ \frac{\partial h}{\partial x} &= -w E_2 - V^2 \frac{\partial E_2}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_1}{\partial y} - \frac{\partial E_2}{\partial x} &= \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (19)$$

式中:

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \frac{\lambda + 2\mu}{\mu}, \quad w = \frac{\sigma_0 \mu_0}{\eta}, \quad \varepsilon_1 = \frac{T_0 \gamma^2}{\rho c_E (\lambda + 2\mu)}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\mu_0 H_0^2}{\lambda + 2\mu}, \quad V = \frac{c_1}{c}, \quad c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \end{aligned}$$

求解方程, 就可以求得介质受热作用时, 介质中的温度、位移、应力及感应的电磁场的分布规律。这些量的求解要借助于问题的边界条件, 本问题的边界条件可以描述如下:

1) 热边界条件: 半无限大体在其表面受到热作用, 因此有 $\theta(0, y, t) = f(y, t)$ 。

2) 应力边界条件: 半无限大体在其边界处应力自由, 因此有 $\sigma_{xx}(0, y, t) = \sigma_{xy}(0, y, t) = 0$ 。

3) 在边界面上, 电场强度的切向分量是连续的, 因此有 $E_2(0, y, t) = E_{20}(0, y, t)$ 。

4) 在边界面上, 磁场强度的法向分量是连续的, 因此有 $h(0, y, t) = h_0(0, y, t)$ 。

对于方程的求解, 采用下面的正则模态法。

2 正则模态分析

根据正则模态分析, 所考虑物理量的解可被分解为下面的形式:

$$\begin{aligned} [u, v, e, \psi, \theta, h, E_i, \sigma_{ij}](x, y, t) = \\ [u^*(x), v^*(x), e^*(x), \psi^*(x), \theta^*(x), h^*(x), E_i^*(x), \sigma_{ij}^*(x)] \cdot \\ \exp(\omega t + i a y) \end{aligned} \quad (20)$$

式中: ω 是复时间常数; i 是虚数单位; a 是 y 方向的波数, 利用方程(20), 由式(16)~式(19)可以得到关于 $e^*(x)$ 、 $\theta^*(x)$ 、 $h^*(x)$ 和 $\psi^*(x)$ 的方程。消去 $\theta^*(x)$ 、 $h^*(x)$ 和 $\psi^*(x)$, 可以得到 $e^*(x)$ 满足的八阶偏微分方程, 其中 $D = \partial / \partial x$,

$$(D^8 - A D^6 + B D^4 - C D^2 + N) e^*(x) = 0 \quad (21)$$

式中, A 、 B 、 C 、 N 各个系数的参数可参考文献[11]且式(20)能被分解为:

$$(D^2 - k_1^2)(D^2 - k_2^2)(D^2 - k_3^2)(D^2 - k_4^2) e^*(x) = 0 \quad (22)$$

方程(22)的解为:

$$e^*(x) = \sum_{i=1}^4 e_i^*(x) \quad (23)$$

在 $x \rightarrow \infty$, 方程(22)的有界的解可以表示成下面的形式:

$$e_i^*(x) = R_i(a, \omega) e^{-k_i x} \quad (24)$$

与求解 $e^*(x)$ 同样的过程, 类似地可以得到:

$$\begin{aligned} \theta^*(x) &= \sum_{i=1}^4 R_i'(a, \omega) e^{-k_i x}, \quad h^*(x) = \sum_{i=1}^4 R_i''(a, \omega) e^{-k_i x}, \\ \psi^*(x) &= \sum_{i=1}^4 R_i'''(a, \omega) e^{-k_i x} \end{aligned} \quad (25)$$

式中, $R_i'(a, \omega)$ 、 $R_i''(a, \omega)$ 和 $R_i'''(a, \omega)$ 是关于 a 和 ω 的待定参数。可以得到下面的关系, 其中令:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{k_i^2 - a^2}, \quad Z_2 = \frac{\varepsilon_1 \omega (1 + m \tau_2 \omega)}{k_i^2 - a^2 - \omega_2}, \\ Z_3 &= \frac{\omega}{k_i^2 - a^2 - \omega \omega_4}, \quad Z_4 = \frac{-2\Omega \beta^2 \omega}{k_i^2 - a^2 - \beta^2 \omega_5}. \end{aligned}$$

则,

$$R_i' = Z_2 R_i, \quad R_i'' = Z_3 R_i, \quad R_i''' = Z_4 R_i \quad (26)$$

将式(25)代入式(26), 可以得到:

$$\theta^*(x) = \sum_{i=1}^4 R_i' e^{-k_i x} \quad (27)$$

$$h^*(x) = \sum_{i=1}^4 R_i'' e^{-k_i x} \quad (28)$$

$$\psi^*(x) = \sum_{i=1}^4 R_i''' e^{-k_i x} \quad (29)$$

为了得到位移 u 和 v ，利用方程(20)，由方程(16)–方程(19)可以得到：

$$u^*(x) = Ge^{ax} - \sum_{i=1}^4 [k_i Z_1 - ia Z_1 Z_4] R_i e^{-k_i x} \quad (30)$$

$$v^*(x) = -iGe^{ax} + \sum_{i=1}^4 [ia Z_1 + k_i Z_1 Z_4] R_i e^{-k_i x} \quad (31)$$

为了使得式(30)和式(31)中的解在 $x \rightarrow \infty$ 时有界，式(30)和式(31)中应令 $G = 0$ 。

利用方程(19)和方程(20)，将式(24)、式(27)、式(30)和式(31)分别代入方程(6)，可以得到应力分量：

$$\sigma_{xx}^*(x) = \sum_{i=1}^4 \left[2a^2 Z_1 - \frac{\omega_1}{\omega} \beta^2 Z_2 - 2iak_i Z_1 Z_4 + \beta^2 \right] R_i e^{-k_i x} \quad (32)$$

考虑自由空间中的磁场和电场强度，分别以 h_0 、 E_{10} 和 E_{20} 表示自由空间中的物理量，可以得到 $x < 0$ 时自由空间中的物理量的表达式：

$$h_0^*(x) = F(a, \omega) e^{nx}, \quad E_{10}^*(x) = \frac{ia}{V^2 \omega} F(a, \omega) e^{nx},$$

$$E_{20}^*(x) = \frac{-n}{V^2 \omega} F(a, \omega) e^{nx}$$

式中： $F(a, \omega)$ 是关于参数 a 和 ω 的函数； $n = \sqrt{a^2 + V^2 \omega^2}$ 。

为了确定待定参数 $R_i (i=1, 2, 3, 4)$ 和 F ，需要考虑问题的边界条件 ($x=0$)。将所考虑的物理量的表达式代入上述边界条件，可以得到待定参数满足的代数方程：

$$\sum_{i=1}^4 Z_2 R_i = f^*(a, \omega) \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^4 \left[2a^2 Z_1 - \frac{\omega_1}{\omega} \beta^2 Z_2 - 2iak_i Z_1 Z_4 + \beta^2 \right] R_i = 0 \quad (34)$$

$$\sum_{i=1}^4 [2iak_i Z_1 + (k_i^2 + a^2) Z_1 Z_4] R_i = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\omega}{\omega_4} \sum_{i=1}^4 Z_1 (\omega_4 k_i Z_3 + ia Z_4) R_i + \frac{nF}{V^2 \omega} = 0 \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^4 Z_3 R_i - F = 0 \quad (37)$$

求解方程(33)–方程(37)，可以得到参数 $R_i (i=1, 2, 3, 4)$ 和 F 的表达式。上述方程组的求解可以借助于 Maple 软件包，由于求解得到的待定参数

的表达式过于繁复，在此省略未列出。

3 算例及讨论

选择铜质材料进行数值计算，其材料常数如下所示：

$$\lambda = 7.76 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, \quad \mu = 3.86 \times 10^{10} \text{ N/m}^2,$$

$$\rho = 8954 \text{ kg/m}^3, \quad \alpha_t = 1.78 \times 10^{-5} / \text{K},$$

$$c_E = 383.1 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F/m},$$

$$\sigma_0 = 5.7 \times 10^7 / (\Omega \cdot \text{m}),$$

$$T_0 = 293 \text{ K}, \quad H_0 = \frac{10^7}{4\pi} \text{ A/m},$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \kappa = 386 \text{ W/(m} \cdot \text{K)},$$

$$\tau_1 = 0.03, \quad \tau_2 = 0.02, \quad f^* = 50, \quad \omega_0 = 1, \quad a = 1.2.$$

由于 $\omega = \omega_0 + i\zeta$ ，式中 i 是虚数单位，则 $e^{\omega t} = e^{\omega_0 t} (\cos \zeta t + i \sin \zeta t)$ ，当所考虑时间 t 很小时，可取 $\omega = \omega_0$ 。设作用在半无限大体表面处的热载荷具有形式 $f(y, t) = f^* \exp(\omega t + iay)$ 。计算中用到的相关的常数如下。

考虑无量纲时刻 $t = 0.1$ 、 $t = 0.3$ 及角速度 $\Omega = 0.01$ 、 $\Omega = 0.0$ 时， $x = 6$ 及 $y = 0$ 平面处无量纲温度、位移、应力及感应磁场的分布规律。计算得到了无量纲的温度、位移、应力及感应磁场，其实部的变化规律如图 2—图 11 所示。图 2—图 7 对 $t = 0.1$ 时，L-S 和 G-L 两种理论下的各物理量的分布进行了比较，可以看出，在同一个 Ω 值下，两种理论下的各物理量的幅值基本上是一致的。图 8—图 11 给出了当 $t = 0.1$ 、 $t = 0.3$ 时，G-L 理论下的无量纲的温度、位移、应力及感应磁场的分布规律，可以看出，随着时间 t 的增加，各物理量的幅值在变大。

从图 2—图 11 可以看到，各物理量分布的非零值只存在于一个有限的区域内，超出这个区域，各物理的值都为 0，这意味着这些区域还未受到热的扰动作用。这说明在所考虑时刻，热在介质中以有限的速度进行传播。而这与经典传热学理论是完全不同的，在经典传热学理论中，热以无限大的速度在介质中进行传播。

图 4 和图 11 反映了电磁热弹的耦合效应。介质置于一恒定的磁场中，受热作用而产生膨胀变形，受热变形的介质在磁场中切割磁力线，进而在介质中产生了感应的电磁场。介质中电磁场的分布随热扰动区的变化而变化。

从图 3、图 4、图 7、图 9、图 10 可以明显地看出旋转对位移和应力的效应, 由于旋转, 位移和应力的幅值有很明显的降低; 从图 2、图 5、图 6、图 8、图 11 可以看出, 旋转对温度和感应的磁场的影

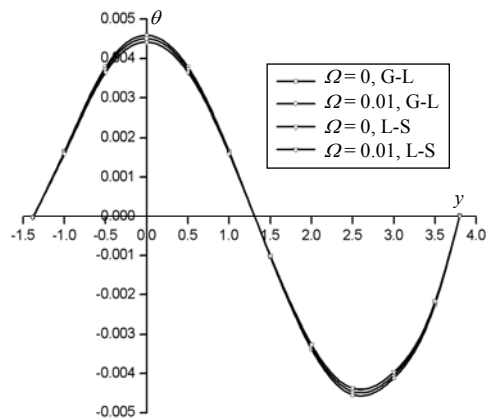


图 2 $t = 0.1$ 时 $x = 6$ 平面上的温度分布
Fig.2 Temperature distribution for $x=6$ at $t = 0.1$

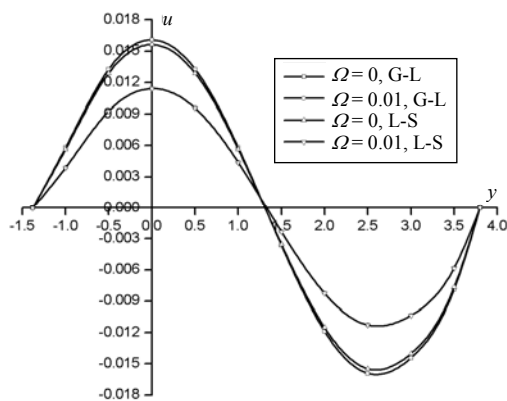


图 3 $t = 0.1$ 时 $x = 6$ 平面上的位移分量 u 分布
Fig.3 The distribution of displacement u for $x = 6$ at $t = 0.1$

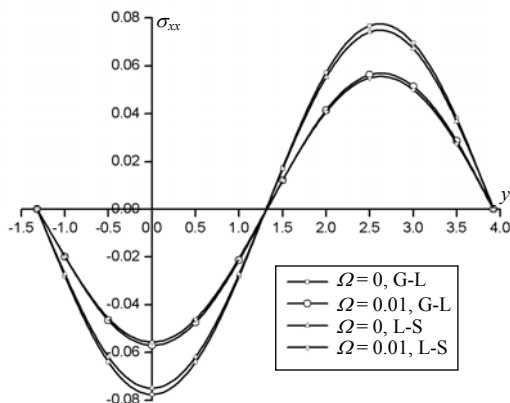


图 4 $t = 0.1$ 时 $x = 6$ 平面上的应力分量 σ_{xx} 分布
Fig.4 The distribution of stress σ_{xx} for $x = 6$ at $t = 0.1$

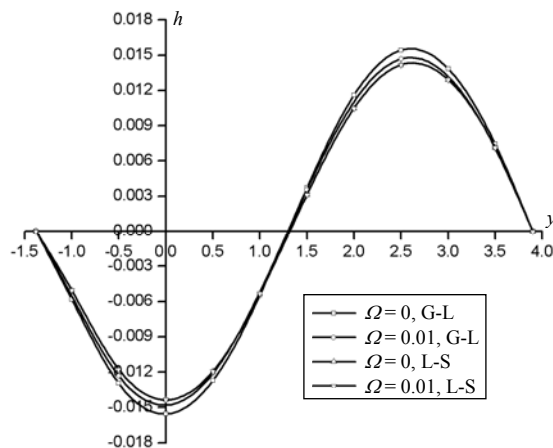


图 5 $t = 0.1$ 时 $x = 6$ 平面上的磁感应强度分布
Fig.5 Induced magnetic distribution for $x = 6$ at $t = 0.1$

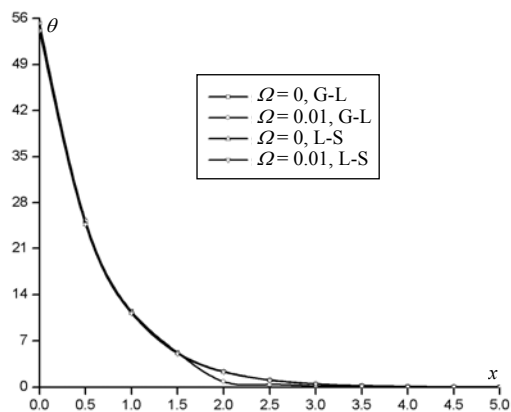


图 6 $t = 0.1$ 时 $y = 0$ 平面上的温度分布
Fig.6 Temperature distribution for $y = 0$ at $t = 0.1$

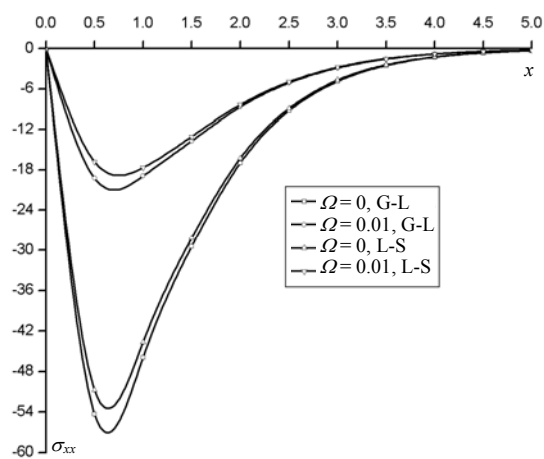
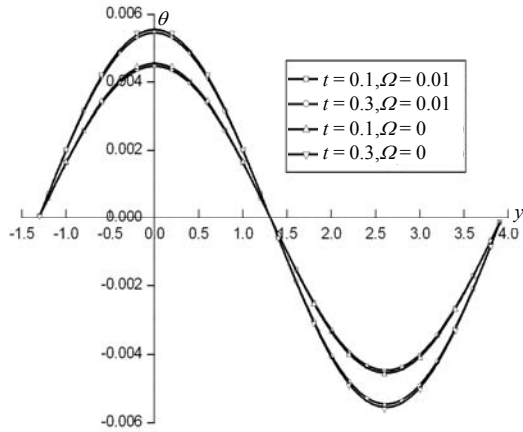
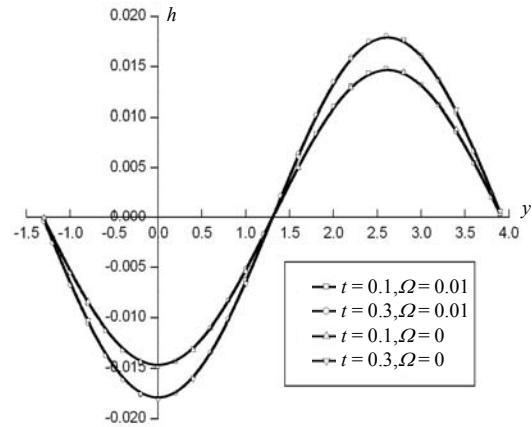
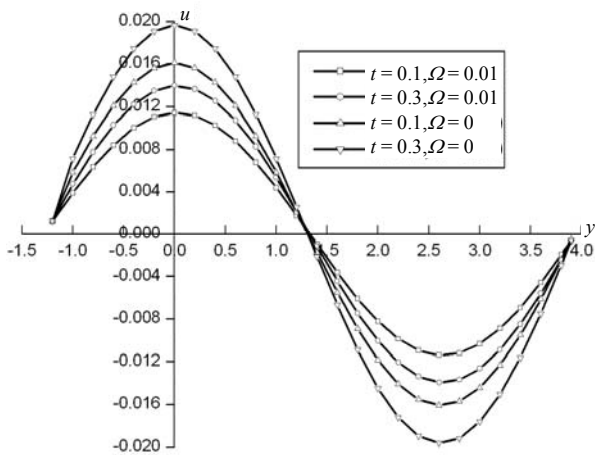
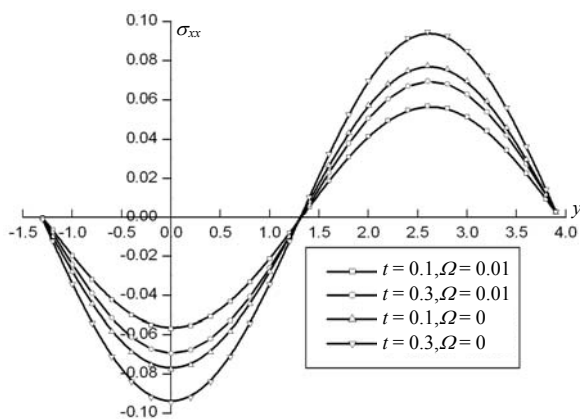


图 7 $t = 0.1$ 时 $y = 0$ 平面上的应力分量 σ_{xx} 分布
Fig.7 The distribution of stress σ_{xx} for $y = 0$ at $t = 0.1$

图8 $x=6$ 平面上的温度分布Fig.8 Temperature distribution for $x=6$ 图11 $x=6$ 平面上的磁感应强度分布Fig.11 Induced magnetic field distribution for $x=6$ 图9 $x=6$ 平面上的位移分量 u 分布Fig.9 The distribution of displacement u for $x=6$ 图10 $x=6$ 平面上的应力分量 σ_{xx} 分布Fig.10 The distribution of stress σ_{xx} for $x=6$

4 结论

通过以上对电磁热弹耦合二维问题的分析,可以得出如下结论:

- (1) 在给定时刻,热的扰动区域是有限的。
- (2) 物体受热变形,在外加磁场的作用下,介质中产生了感应的电磁场,体现了电磁热弹耦合效应。
- (3) 由于旋转,位移和应力的幅值有很明显的降低;旋转对温度和感应的磁场的影响不大。

参考文献:

- [1] Lord H W, Shulman Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity [J]. J Mech Phys Solids, 1967, 15: 299—309.
- [2] Green A E, Lindsay K E. Thermoelasticity [J]. J Elasticity, 1972, 2: 1—7.
- [3] Zheng X J, Liu X E. A nonlinear constitutive model for Terfenol-D rods [J]. J Appl Physics, 2005, 97: 053901.
- [4] Zheng X J, Sun L. A nonlinear constitutive model of magneto-thermo-mechanical coupling for giant magnetostrictive materials [J]. J Applied Physics, 2006, 100: 063906.
- [5] Zheng X J, Wang X Z. A magnetoelastic theoretical model for soft ferromagnetic shell in magnetic field [J]. International Journal Solid and Structures, 2003, 40: 6897—6912.
- [6] Zheng X J, Zhu L L, Zhou Y H. Impact of grain sizes on phonon thermal conductivity of bulk thermoelectric materials [J]. Applied Physics Letters, 2005, 87: 242101.

- [7] Zheng X J, Gou X F, Zhou Y H. Influence of flux creep on dynamic behavior of the magnetic levitation systems with a high-Tc superconductor [J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2005, 15(3): 3856—3863.
- [8] Rakshit M, Mukhopadhyay B. An electro-magneto-thermo-visco-elastic problem in an infinite medium with a cylindrical hole [J]. International Journal of Engineering Science, 2005, 43: 925—936.
- [9] Ezzat M A, Youssef H M. Generalized magneto-thermoelasticity in a perfectly conducting medium [J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42: 6319—6334.
- [10] Aouadi M. Hybrid Laplace transform-finite element method to a generalized electromagneto-thermoelastic problem [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31: 712—726.
- [11] Othman M I A, Song Y. Effect of rotation on plane waves of generalized electromagneto-thermoviscoelasticity with two relaxation times [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, doi:10.1016/j.apm.2007.02.025.
- [12] Othman M I A. Effect of rotation on plane waves in generalized thermo-elasticity with two relaxation times [J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41: 2939—2956.
- [13] Baksi A, Bera R K, Debnath L. A study of magneto-thermoelastic problems with thermal relaxation and heat sources in a three-dimensional infinite rotating elastic medium [J]. International Journal of Engineering Science, 2005, 43: 1419—1434.
- [14] Sharma J N, Thakur M D. Effect of rotation on Rayleigh-Lamb waves in magneto-thermoelastic media [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 296: 871—887.
- [15] Sharma J N, Othman M I A. Effect of rotation on generalized thermo-viscoelastic Rayleigh-Lamb waves [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44: 4243—4255.

(上接第 195 页)

- [6] Pandey A K, Biswas M. Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change [J]. Modal Analysis, 1995, 10(2): 104—117.
- [7] Ko J M. Multi-stage identification scheme for detecting damage in cable-stayed Kap Shui Mun bridge [J]. Engineering Structures, 2002, 24: 857—868.
- [8] Zhang Z, Aktan A E. The damage indices for the constructed facilities [C]. Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference, 1995, 2: 1520—1529.
- [9] 肖调生, 阳勇. 结构损伤识别的柔度差值曲率法[J]. 吉首大学学报, 2006, 27(2): 74—76.
Xiao Tiaosheng, Yang Yong. Flexibility differential curvature method for structural damage identification [J]. Journal of Jishou University (Natural Science Edition), 2006, 27(2): 74—76. (in Chinese)
- [10] 曹水东, 李传习, 徐飞鸿. 基于结构柔度矩阵损伤识别的柔度曲率比法[J]. 长沙电力学院学报(自然科学版), 2006, 21(1): 85—88.
Cao Shuidong, Li Chuanxi, Xu Feihong. Flexibility curvature rate method in the damage identification based on structure flexibility matrix [J]. Journal of Changsha University of Electric Power (Natural Science), 2006, 21(1): 85—88. (in Chinese)
- [11] Cawley P, Adams R D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies [J]. Journal of Strain Analysis, 1979, 14(2): 49—57.