

文章编号: 1000-4750(2008)07-0018-06

# 用能量方法研究混凝土断裂过程区的力学性能

\*张秀芳, 徐世焱

(大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁, 大连 116024)

**摘 要:** 准脆性混凝土自由裂缝前缘断裂过程区的发展与其非线性断裂特征及尺寸效应现象密切相关。它的物理力学行为的量化分析对理解混凝土断裂破坏机理和建立适用于混凝土结构裂缝稳定分析和安全评估断裂准则尤为重要, 一直是混凝土断裂力学的核心问题。该文依据 Hillerborg 给出的断裂能定义, 给出了计算单位长度断裂过程区发展能量耗散的通用表达式。以三点弯曲梁为例, 采用非线性软化本构关系, 进一步给出了计算此平均能量耗散的具体步骤及对应的公式。在根据实测的三点弯曲梁的断裂能回归拟合了特征裂缝张开位移  $w_0$  后, 计算了每个试件整个断裂全过程中不同荷载时刻断裂过程区耗能的平均值。结果表明: 随着裂缝扩展, 断裂过程区能量耗散的变化和试件尺寸无关, 可描述断裂过程区混凝土材料的力学性能。

**关键词:** 断裂过程区; 平均能量耗散; 三点弯曲梁; 混凝土; 断裂能

中图分类号: O346.1; TU37 文献标识码: A

## A STUDY ON MECHANICAL BEHAVIOR OF FRACTURE PROCESS ZONE IN CONCRETE USING ENERGY APPROACH

\*ZHANG Xiu-fang, XU Shi-lang

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract:** It is generally accepted that the development of fracture process zone (FPZ) in front of the stress-free crack in quasi-brittle materials like concrete is responsible for the non-linear fracture behavior of concrete and size effect phenomena. Therefore, since the beginning of concrete fracture mechanics, it has been believed that the quantitative analysis of both physical and mechanical behaviors of fracture process zone is of significant importance to better understand the potential fracture mechanisms in concrete fracture as well as to more accurately develop nonlinear fracture models for crack stability analysis and safety assessment in concrete. Considering this point, referring to the definition of fracture energy proposed by Hillerborg, a general equation for calculating average energy dissipation per unit length of FPZ propagation is presented in this paper. Taking three-point bending beam as an example, step-by-step procedures for computing this average energy dissipation are further given in details, in which Reinhardt's non-linear softening relationship is used. After obtaining the characteristic crack opening displacement  $w_0$  by mathematic fitting according to nonlinear softening equation, in which fracture energy is approximately equal to the measured fracture energy of each specimen, during the entire fracture process the average value of energy dissipation in FPZ at any loading moment is calculated. The calculated results indicate that the change of energy dissipation in fracture process zone with crack propagation is independent of specimen size, and is a good description of mechanical behavior occurred in FPZ in concrete.

**Key words:** fracture process zone (FPZ); average energy dissipation; three-point bending beam; concrete; fracture energy

收稿日期: 2006-12-03; 修改日期: 2007-05-11

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50438010); 国家 973 项目(2002CB412709)

作者简介: \*张秀芳(1976—), 女, 山西人, 博士后, 主要从事混凝土断裂力学研究(E-mail: xiufangzhang\_cn@yahoo.com.cn);

徐世焱(1953—), 男, 陕西人, 教授, 博士, 博导, 主要从事混凝土断裂力学和新型高性能材料研究(E-mail: slxu@dlut.edu.cn).

对混凝土来说,其物理组成结构的多层次复杂性,使其在断裂破坏的过程中自由裂缝前呈现出较大的裂缝发展区(也称断裂过程区)。早在 20 世纪 60 年代,研究者就观察到了这一物理现象<sup>[1]</sup>。之后,国内外许多学者先后采用不同的测试手段也相继证实了混凝土裂缝端部亚临界发展的事实<sup>[2-7]</sup>,并一致认为混凝土断裂模型或断裂准则的建立及其提出的基本断裂参数的确定,必须考虑断裂过程区的影响。据此,对造成断裂过程区发展这一物理现象的机理解释以及在该区域内所表现的物理力学行为的数学定量一直是混凝土断裂力学的焦点问题。到目前,已取得了很好的研究成果。然而遗憾的是,尽管 Hillerborg 早在 1976 年就指出混凝土断裂过程区发展的内在机理是骨料的粘聚咬合作用,并给出了描述其粘聚特性的软化本构关系及其断裂能的定义<sup>[8]</sup>,许多学者关注的问题要么是混凝土临界失稳时刻的断裂韧度要么是试件完全断裂时刻能量消耗,而对裂缝发展任一时刻断裂行为的研究工作很少,对伴随裂缝发展在断裂过程区的能量消耗的研究工作更是寥寥无几。作者认为,混凝土裂缝扩展要经历起裂、稳定扩展和失稳扩展,对裂缝发展整个过程特别是在断裂过程区内能量耗散的深入了解,无论是对进一步深层次全面理解混凝土的断裂破坏机理,还是进行实际混凝土结构裂缝的稳定安全与否的预测预报都将有重要的研究意义和工程价值。

基于此,本文依据 Hillerborg 最早的断裂能的定义,使用能量方法给出了断裂过程区能量耗散平均值的计算公式。并采用 Reinhardt 的非线性软化本构关系<sup>[9]</sup>,以三点弯曲梁为例,分析研究了裂缝发展任意时刻断裂过程区的能量耗散随裂缝发展的变化规律,对结果进行了讨论。

### 1 混凝土断裂过程区的能量耗散

1976 年 Hillerberg 通过直接拉伸试验解释了随裂缝张开骨料粘聚力的变化即软化关系,并定义断裂能为软化曲线即图 1 下包围的面积<sup>[8]</sup>。

$$G_f = \int_0^{w_0} \sigma(w)dw \quad (1)$$

其中,  $w_0$  是特征裂缝张开位移。为了下文方便给出断裂过程区能量耗散平均值的表达式,这里定义  $a_{w_0}$  为裂缝尖端张开位移如图 2 所示的  $CTOD$  达到  $w_0$  时所对应的裂缝长度。

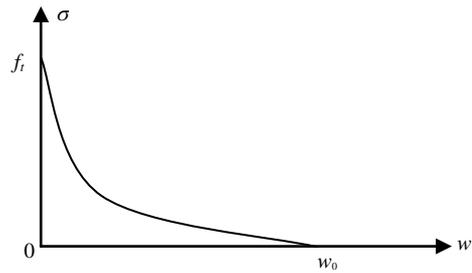


图 1 非线性拉软化曲线

Fig.1 Nonlinear tension softening curve

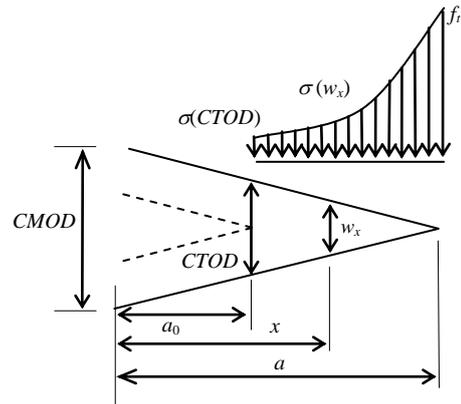


图 2 某一时刻沿着断裂过程区粘聚力的分布

Fig.2 Distribution of cohesive stress along FPZ at any loading moment

图 2 画出了某一时刻沿着断裂过程区粘聚力的分布。在给出断裂过程区能量耗散平均值的计算式之前,为了便于理解,先介绍一下局部断裂能的定义和计算公式。在图 2 所画的断裂过程区  $a-a_0$  内任取一点  $x$ , 裂缝从 0 张开到  $w_x$ , 依据 Hillerborg 断裂能的定义,如果我们定义在这个位置  $x$  克服骨料粘聚约束需要消耗的能量为局部断裂能,并记为  $g_f(x)$ , 则:

$$g_f(x) = \int_0^{w_x} \sigma(w)dw \quad (2)$$

特殊地,当裂缝尖端的张开位移达到特征张开位移  $w_0$  时,裂缝长度为  $a_{w_0}$ ,类似于上面的推导可知,局部断裂能为:

$$g_f(x = a_{w_0}) = \int_0^{w_0} \sigma(w)dw = G_f \quad (3)$$

此时,局部断裂能在数值上等于 Hillerborg 定义的断裂能,但二者的意义是完全不同的。前者是局部变量,与位置相关;但后者是平均值,与位置无关。当裂缝尖端的张开位移大于特征张开位移  $w_0$  时,裂缝由初始裂缝长度  $a_0$  发展到了  $a(a \geq a_{w_0})$ ,在这种情况下,仅  $a-a_{w_0}$  的局部区间内分布着粘聚应力,而区间  $a_{w_0}-a_0$  没有粘聚应力作用,因此在

$a_{w0}-a_0$  区间内的任意一位置, 局部断裂能的值都等于断裂能  $G_f$ 。这样, 如果我们得到断裂过程区内每一位置点的局部断裂能, 这样积分就可以获得裂缝从初始裂缝长度  $a_0$  扩展到裂缝长度  $a$  骨料桥联筋克服粘聚力所消耗的能量, 即:

$$\begin{cases} \Pi = \int_{a_0}^a g_f(x) dx \\ g_f(x) = \int_0^{w_x} \sigma(w) dw \end{cases} \quad (4)$$

如果假设沿着厚度方向裂缝的发展长度是一致的, 且材料特性相同, 则断裂过程区能量耗散的平均值为:

$$G_I^c = \frac{1}{a-a_0} \int_{a_0}^a \int_0^{w_x} \sigma(w) dw dx \quad (5)$$

由于局部断裂能是分段函数, 因此对式(5)需分情况来给出。

第一种情况:  $0 \leq w = CTOD \leq w_0$

在该情况下, 局部断裂能的分布图如图 3(a)。

于是, 断裂过程区能量耗散的平均值为:

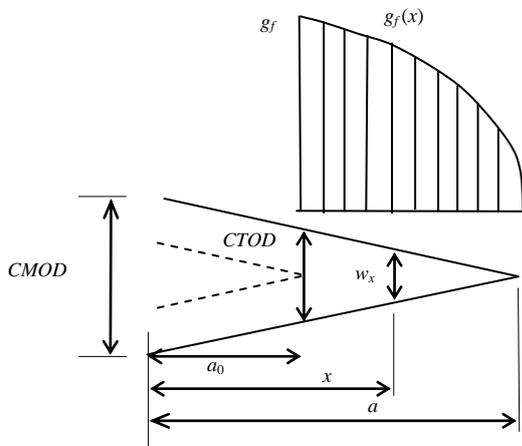
$$G_I^c = \frac{CMOD}{\alpha_i - \alpha_0} \int_{\alpha_0}^{\alpha_i} \int_0^{\eta} f_t \zeta d\eta d\alpha \quad (6)$$

这里,  $\alpha_i = a/D$ ,  $\alpha_0 = a_0/D$ ,  $\eta = w/CMOD$ ,  $\zeta = \sigma/f_t$ , 其中,  $CTOD$  为初始裂缝  $a_0$  处的张开位移,  $CMOD$  为裂缝嘴张开口位移,  $D$  为试件的高度。

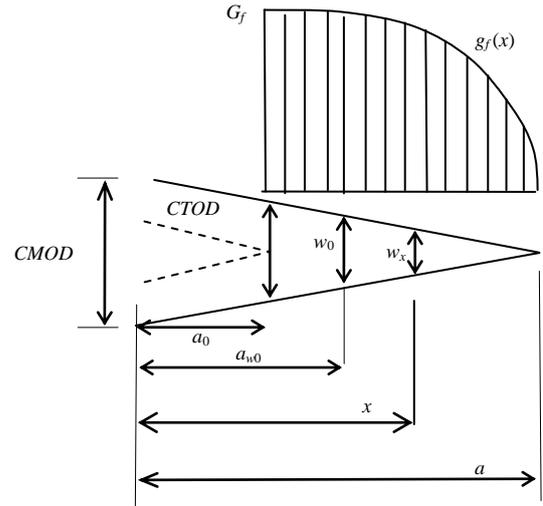
第二种情况:  $w_0 \leq w = CTOD$

当  $w_0 \leq w = CTOD$ , 局部断裂能的分布图如图 3(b)。此时, 断裂过程区能量耗散的平均值为两部分的和:

$$G_I^c = G_{I-1}^c + G_{I-2}^c \quad (7)$$



(a) 当  $0 \leq w = CTOD \leq w_0$  局部断裂能在断裂过程区的分布图



(b) 当  $w_0 \leq w = CTOD$  局部断裂能在断裂过程区的分布图

图 3 局部断裂能在断裂过程区的分布图

Fig.3 Distribution of local fracture energy along FPZ

其中,  $G_{I-1}^c = \frac{CMOD}{\alpha_i - \alpha_0} \int_{\alpha_0}^{\alpha_{w0}} \int_0^{\eta} f_t \zeta d\eta d\alpha$ ,  $G_{I-2}^c = \frac{\alpha_{w0} - \alpha_0}{\alpha_i - \alpha_0} G_f$ ,  $\alpha_{w0} = a_{w0}/D$ , 其它同上式。

从上面的公式可以看到, 要计算断裂过程区能量耗散的平均值必需知道任一荷载作用下等效裂缝长度  $a$ , 控制参数  $a_{w0}$  和裂缝尖端张开位移  $CTOD$  的大小, 下面以三点弯曲梁给出它们的计算公式。

## 2 混凝土三点弯曲梁断裂过程区的能量耗散

### 2.1 等效裂缝长度的确定

根据线性渐进叠加假设<sup>[10]</sup>, 可将断裂过程区等效为一弹性裂缝, 因此可根据 Tada 基于弹性理论提出的荷载裂缝张开口位移关系( $P$ - $CMOD$ )或荷载加载点位移关系( $P$ - $\delta$ )确定。这里采用  $P$ - $CMOD$  关系。对标准梁, Tada 公式<sup>[11]</sup>为:

$$CMOD = \frac{24Pa}{BDE} V_2(a/D),$$

$$V_2(a/D) = 0.76 - 2.28a/D + 3.87(a/D)^2 - 2.04(a/D)^3 + \frac{0.66}{(1-a/D)^2} \quad (8)$$

其中:  $B$ 、 $D$  分别是试件的宽度和高度;  $E$  是材料弹性模量。将实测的  $P$  和  $CMOD$  代入上式, 等效裂缝长度  $a$  就可求得。

### 2.2 裂缝张开位移的确定

为了求得根据式(2)确定断裂过程区内任一点  $x$

克服粘聚力消耗的能量, 需要知道该点对应的裂缝张开位移  $w_x$ 。这里采用式(9)来计算<sup>[12]</sup>:

$$\frac{w_x}{CMOD} = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 + \left(1.081 - 1.149 \frac{a}{D}\right) \left(\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)} \quad (9)$$

代入  $CMOD$ , 计算的等效裂缝长度  $a$  及初始裂缝长度  $a_0$ , 可得到  $CTOD$ , 特别地当  $CTOD \geq w_0$ , 令  $CTOD = w_0$ , 求解该非线性方程可得  $a_{w0}$ 。

### 2.3 粘聚力软化本构关系( $\sigma-w$ )

这里, 为了使问题更具一般性, 使用 Reinhardt 提出的非线性软化本构关系<sup>[9]</sup>如图 1, 表达式为:

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left(1 + \left(c1 \frac{w}{w_0}\right)^3\right) \exp\left(-c2 \frac{w}{w_0}\right) - \frac{w}{w_0} (1 + c1^3) \exp(-c2) \quad (10)$$

其中:  $f_t = 0.4983\sqrt{f_c}$  为材料的抗拉强度,  $f_c$  为材料的抗压强度;  $c1$ 、 $c2$  是与试件变形能力相关的参

数, 对普通混凝土而言,  $c1=3.0$ ,  $c2=6.93$ ;  $w_0$  是粘聚应力降为零时所对应的裂缝张开位移, 称为特征裂缝张开位移。

### 2.4 断裂过程区能量耗散的确定

在通过实测荷载与裂缝嘴张开口位移曲线根据式(8)一式(10)得到等效裂缝扩展长度、任意点裂缝张开位移及对应的粘聚力后, 代入到式(6)或式(7)就可获得断裂过程区能量耗散值。

## 3 试验概况

试验采用标准的三点弯曲梁试件, 由于部分试件在拆模和搬运过程中受到了严重损伤, 最后共 10 个三点弯曲梁获得了完整的试验数据, 试件的具体尺寸见表 1。设计的初始缝高比 0.45, 但实际试验的缝高比见表 1。表 1 还列出了每一个试件实测的最大荷载及对应的裂缝嘴张开口位移、裂缝尖端张开口位移、计算的弹性模量、断裂能和拟合得到的特征裂缝张开口位移。

表 1 试件尺寸、试验测定的最大荷载和临界裂缝嘴张开口位移、各个试件的弹性模量、断裂能及回归的  $w_0$

Table 1 The dimensions of specimens, the measured maximum load, the recorded critical crack mouth opening displacement, the calculated Young's modulus, fracture energy of each specimen and the fitting  $w_0$

试件编号	试件尺寸(S×D×B)/mm <sup>3</sup>	初始缝高比	最大荷载 $P_{max}/N$	$CMOD_c/\mu m$	$CTOD_c/\mu m$	$E/GPa$	断裂能 $G_f/(N/m)$	回归的 $w_0/\mu m$
TPB5001	2000×500×200	0.526	7548	129.67	43.30	31.89	95.51	195
TPB5002	2000×500×200	0.516	9713	124.37	33.61	28.12	114.75	235
TPB5003	2000×500×200	0.554	7655	137.61	34.81	24.94	97.67	200
<b>Aver.</b>		<b>0.532</b>	<b>8305</b>	<b>130.55</b>	<b>37.24</b>	<b>28.32</b>	<b>102.64</b>	<b>210</b>
TPB4001	1600×400×200	0.465	10737	123.75	38.71	23.18	109.09	226
TPB4002	1600×400×200	0.465	9699	126.35	42.30	23.18	98.19	202
TPB4003	1600×400×200	0.455	9539	127.06	46.23	24.69	107.66	224
TPB4004	1600×400×200	0.483	9009	150.77	52.32	23.78	117.71	242
<b>Aver.</b>		<b>0.467</b>	<b>9746</b>	<b>131.98</b>	<b>44.89</b>	<b>23.71</b>	<b>108.16</b>	<b>224</b>
TPB3001	1200×300×200	0.490	7112	134.58	45.62	21.57	116.70	236
TPB3002	1200×300×200	0.470	7562	97.80	33.10	25.16	79.63	164
TPB3004	1200×300×200	0.477	7521	113.45	37.34	21.77	100.54	206
TPB3005	1200×300×200	0.490	7417	122.62	38.63	20.85	111.67	226
<b>Aver.</b>		<b>0.482</b>	<b>7403</b>	<b>117.12</b>	<b>38.67</b>	<b>22.34</b>	<b>102.14</b>	<b>208</b>
TPB2004	800×200×200	0.460	6281	103.32	37.44	20.03	103.35	214
<b>Aver.</b>		<b>0.460</b>	<b>6281</b>	<b>103.32</b>	<b>37.44</b>	<b>20.03</b>	<b>103.35</b>	<b>214</b>

由于所需的混凝土量比较大, 混凝土采用商品混凝土, 配合比为水泥:砂:石子:水=1:2.37:3.15:0.67。水泥采用大连水泥厂生产的 325#普通硅酸盐水泥; 粗骨料为石灰岩碎石, 最大粒径 10mm; 细骨料为河砂, 最大粒径为 5mm。试件的初始缝采用 2mm 厚端部呈 V 型的钢板预留。所有试件采用卧式浇筑以避免大试件由于混凝土的膨胀给制模带来的麻烦。浇注后, 用塑料薄膜全密封

试件以防止水分散失。养护 28d 后拆模。试验龄期为 60d, 试验时测得立方体抗压强度为 29.56MPa, 容重为 22.5kN/m<sup>3</sup>。

所有断裂试验均在 5000kN 油压式压力试验机上进行。试验过程中, 除了测得最大荷载外, 分别采用自制夹式引伸仪和 MTS 公司夹式引伸仪来量测加载点位移和裂缝嘴张开口位移。为了尽可能地减少过大荷载量程在测定小荷载时系统引起的误

差, 荷载传感器采用长春生产的量程范围为 0kN—50kN 的拉压式传感器来测量。为了获得全曲线, 加载采用循环加载。对大多数试件, 完全断裂需 30min—40min, 试验是稳定的。

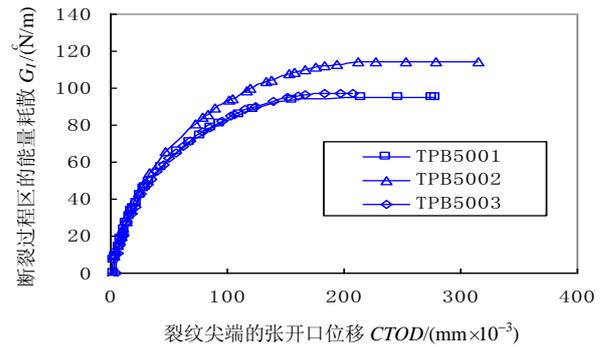
#### 4 试验结果及分析

根据上面的计算思路, 编制了相应的程序。为了准确地反映每个试件的变形能力, 我们根据实测的每个试件的断裂能回归分析反算了  $w_0$  的值, 结果见表 1。

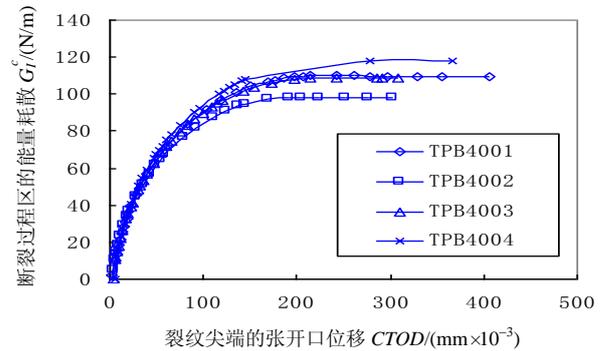
为了直观的观察, 我们把计算的所有试件随裂缝尖端的张开断裂过程区消耗能量的变化绘成了曲线, 如图 4(a)—图 4(d)。从图 4 可知: 1) 随裂缝尖端的张开, 断裂过程区消耗能量增加, 且增加的速率逐渐减小, 最后基本趋于稳定的值, 这个值接近表 1 所列的实测断裂能  $G_f$  的值; 2) 对断裂能几乎相同的试件其断裂过程区消耗能量随裂缝尖端的张开的变化曲线几乎完全重合, 见图 4(a) 中的 TPB5001 和 TPB5003, 图 4(b) 中 TPB4001 和 TPB4003, 图 4(c) 中 TPB3004 和 TPB3005; 3) 由于断裂能存在差异, 试件的变形能力有所不同, 断裂过程区消耗能量随裂缝尖端的张开的变化曲线呈现出一定的差异, 但差异在开始部分很小, 随裂缝尖端的张开, 表现得愈来愈明显。

为了观察试件高度对断裂过程区消耗能量的影响, 我们以每组试件计算的平均断裂能为参照从中挑选出与其接近的试件, 如 TPB5003, TPB4003, TPB3004, TPB2004 为典型试件在同一图中画出了它们随裂缝尖端的张开断裂过程区消耗能量的变化曲线, 见图 4(e)。从表 1 可知, 每一组试件断裂能的平均值比较接近, 大约为 104N/m。因此在图 4(e) 中, 挑选试件断裂过程区耗能随裂缝尖端张开的变化曲线较为吻合, 特别是  $w$  在  $0\mu\text{m}—100\mu\text{m}$  范围内。注意到表 1 所列最大荷载时临界裂缝尖端张开位移值, 可以说, 在裂缝稳定扩展阶段, 不同高度试件, 在同一裂缝尖端张开值时, 断裂过程区消耗的能量是相同的。这表明, 断裂过程区消耗能量反映了骨料拌合料桥联咬合裂缝的能力, 对同一批商品混凝土来说, 可认为它们的性能是相同的, 因此断裂过程区消耗能量是材料的参数, 描述了裂尖非线性断裂过程区的力学性能, 与试件的尺寸

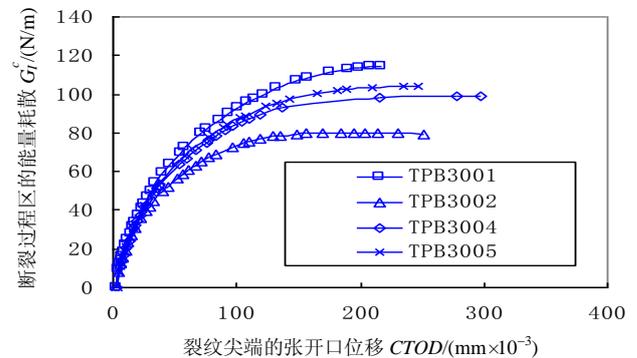
无关。



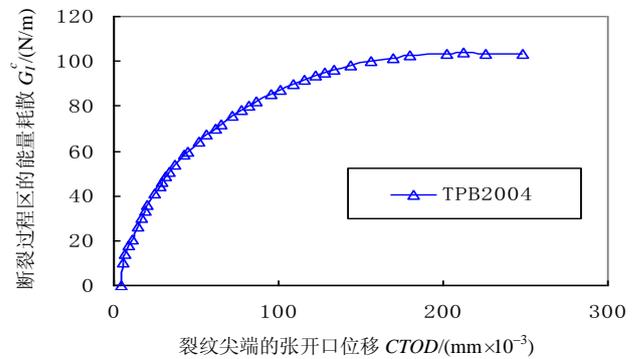
(a) 500mm 高的试件



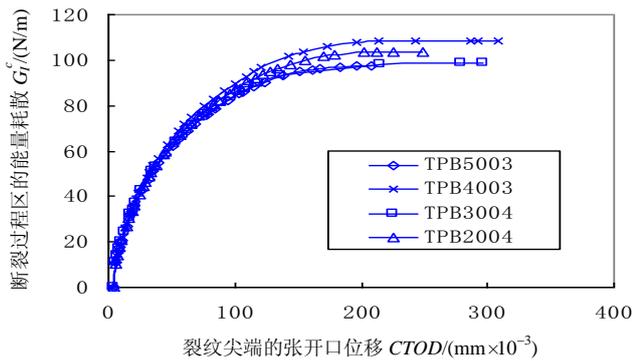
(b) 400mm 高的试件



(c) 300mm 高的试件



(d) 200mm 高的试件



(e) 不同高度系列的典型试件

图4 随裂缝尖端的张开断裂过程区消耗能量的变化

Fig.4 The change of energy consumption in FPZ with the opening of crack

## 5 结论

本文给出了任意时刻断裂过程区能量耗散平均值计算的一般解析表达式, 结合三点弯曲梁进一步写出其详细的计算步骤。根据试验记录的不同高度三点弯曲梁的荷载位移曲线, 研究了随裂缝尖端的张开断裂过程区消耗能量的变化。结果分析可以得出以下结论:

(1) 在新的自由裂缝形成之前, 断裂过程区消耗能量的平均值随裂缝的扩展呈现非线性上升; 当新的自由裂缝形成之后, 断裂过程区消耗的能量随裂缝的扩展保持不变, 且数值上接近每个试件实测的断裂能值。

(2) 在裂缝扩展的稳定阶段, 在同一裂缝尖端张开值时, 断裂过程区消耗的能量是相同的, 仅与材料的性能相关, 高度几乎对其没有影响。

(3) 根据本文给出的断裂过程区能量耗散平均值的计算公式确定的裂缝扩展任意时刻断裂过程区能量耗散是混凝土材料骨料桥联咬合能力的反映, 同应力软化本构关系一样可描述混凝土整个断裂过程中裂尖非线性断裂过程区物理力学性能。

### 参考文献:

[1] Kaplan M F. Crack propagation and the fracture of concrete [J]. Journal of the American Concrete Institute,

1961, 58(5): 591—610.

- [2] 徐世焱, 赵国藩. 光弹性贴片法研究混凝土裂缝扩展过程[J]. 水力发电学报, 1991, 34(3): 8—18.  
Xu Shilang, Zhao Guofan. Investigation on development process of crack in concrete by means of photoelastic coating [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1991, 34(3): 8—18. (in Chinese)
- [3] 徐世焱, 赵国藩. 混凝土裂缝的稳定扩展过程与临界裂缝尖端张开位移[J]. 水利学报, 1989(4): 33—44.  
Xu Shilang, Zhao Guofan. Stable propagation of crack in concrete and the determination of critical crack tip opening displacement [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1989(4): 33—44. (in Chinese)
- [4] Glucklich J. Fracture of plain concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, Division, ASCE, 1963, 89(2): 127—138.
- [5] Go C G, Swartz S E. Fracture toughness techniques to predict crack growth and tensile failure in concrete [R]. Report 150, College of Engineering, Kansas State University, Manhattan, 1983.
- [6] Mindess S. In fracture mechanics test method for concrete [M]. Report of Technical Committee 89-FMT, RILEM, Edited by Shah S P, Carpinteri A, Chapman and Hall, 1991.
- [7] Roelfstra R E, Wittmann F H. In fracture toughness and fracture energy in concrete [M]. Edited by Wittmann F H, Elsevier Science, Amsterdam, 1986.
- [8] Hillerborg A. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773—782.
- [9] Reinhardt H W, Cornelissen H A W, Hordijk Dirk A. Tensile tests and failure analysis of concrete [J]. Journal of Structure Engineering, ASCE, 1986, 112(11): 2462—2477.
- [10] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double-k criterion for crack propagation on quasi-brittle fracture, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams [J]. International Journal of Fracture, 1998, 98(2): 151—177.
- [11] Tada Hiroshi, Paris P C, Irwin G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. New York: ASME Press, 2000.
- [12] Jenq Y S, Shah S P. Two parameters fracture model for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1985, 111(10): 1227—1241.