

文章编号: 1000-4750(2008)05-0079-06

成层地基中倾斜荷载桩改进有限杆单元法研究

*赵明华, 李微哲, 单远铭, 杨明辉

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南, 长沙 410082)

摘 要: 传统有限杆单元法不能考虑倾斜偏心荷载下基桩的 $P-\Delta$ 效应, 假定桩身位移为三次幂函数, 结合倾斜偏心荷载下单桩受力微分方程确定的桩身弯矩、剪力与桩身水平位移关系, 导得具有简洁形式、计入 $P-\Delta$ 效应的杆单元刚度方程, 进而得到改进的有限杆单元方法, 并列出了用该法进行成层地基中倾斜偏心荷载、桩自重、水平分布荷载、竖向分布荷载和竖向分散集中荷载综合作用下并考虑桩身倾斜影响基桩内力位移分析的具体计算步骤。结合某工程实例, 对上述方法进行了验证。最后对影响倾斜荷载桩的主要因素如埋深、桩材、基桩自由长度、桩身倾斜度、竖向荷载偏心矩以及荷载倾角等对基桩受力特性影响进行了分析, 获得了一些定性的结论。

关键词: 基桩; 成层地基; 倾斜偏心荷载; 有限杆单元法; $P-\Delta$ 效应

中图分类号: TU473.1 **文献标识码:** A

BEHAVIOR ANALYSIS OF PILES IN LAYERED CLAYS UNDER ECCENTRIC AND INCLINED LOADS BY IMPROVED FINITE POLE ELEMENT METHOD

*ZHAO Ming-hua, LI Wei-zhe, SHAN Yuan-ming, YANG Ming-hui

(Institute of Geotechnical Engineering, Hu'nan University, Changsha, Hu'nan 410082, China)

Abstract: The behavior of piles in layered clays under eccentric and inclined loads can not be analyzed by traditional finite pole element method if $P-\Delta$ effect is significant. To treat this problem, this paper develops the improved pole-element stiffness equation accounting for $P-\Delta$ effect, and proposes improved finite pole element method. The horizontal displacement of pile is assumed to be in the form of longitudinally cubic power function. The moment/horizontal-displacement relationship and shear/horizontal-displacement relationship are determined according to the mechanical differential equation of piles under eccentric and inclined loads. Detail procedures to calculate displacements and internal forces of piles are presented. The accuracy of the method is demonstrated through its application in a real project. Furtherly, effects of depth, pile material, pile length above ground, pile inclination, eccentricity and inclination of loads are investigated.

Key words: pile; layered foundation; eccentric and inclined loads; finite pole element method; $P-\Delta$ effect

倾斜偏心荷载下考虑 $P-\Delta$ 效应时基桩的内力及位移分析为非线性问题, 比单一竖向荷载或水平荷载作用时要复杂得多。

Sastry 和 Mererhof 对倾斜偏心荷载下基桩的受力特性进行了大量室内模型试验研究^[1-4], 但对内力及位移计算方法探讨较少。目前倾斜偏心荷载下基

收稿日期: 2005-11-04; 修改日期: 2007-11-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(5057806)

作者简介: *赵明华(1956—), 男, 湖南邵阳人, 教授, 博士, 从事桩基等岩土工程理论研究(E-mail: mhzhaohd@21cn.com);

李微哲(1981—), 男, 江西萍乡人, 硕士, 主要从事桩基设计理论与方法研究(E-mail: Liwz@163.com);

单远铭(1963—), 男, 湖南平江人, 高工, 硕士, 主要从事岩土工程理论研究(E-mail: shanyim111@163.net);

杨明辉(1978—), 男, 湖南邵阳人, 讲师, 博士, 从事岩土工程理论研究(E-mail: yamih@126.com).

桩受力分析方法有半解析法和有限元法,如横山幸满在 C 法假定下的倾斜荷载作用在地面处的解析解^[5];文献[6]在 m 法假定下倾斜荷载桩的幂级数解;文献[7]在 $(mz+C)$ 假定下对成层地基中倾斜偏心荷载下给出的幂级数解;王用中、张河水以势能原理导得的有限梁单元解^[8];文献[9—10]的有限元-有限层解;文献[11]综合 Goodman 接触面单元、无拉力单元和一般平面单元的有限元解;以及文献[12]提出的改进有限元-有限层解等。

由于半解析解推导过程复杂,解析解公式参数繁多而应用不便,有限元解单元刚度矩阵难以统一、计算复杂。为此,本文假定桩身位移为三次幂函数,结合倾斜偏心荷载下基桩受力微分方程确定的桩身弯矩、剪力与桩身水平位移关系,导得具有

简洁形式、计入 $P-\Delta$ 效应的杆单元刚度方程,进一步得出改进有限杆单元法及计算步骤,可进行成层地基中倾斜偏心荷载、桩自重、水平分布荷载、竖向分布荷载和竖向分散集中荷载综合作用下,考虑桩身倾斜影响的基桩内力及位移分析。并系统分析了桩自由长度、埋深、桩材、桩身倾斜、偏心距、倾斜荷载角度等对基桩受力性能的影响。

1 有限杆单元方法简介

有限杆单元方法广泛用于梁、柱、桩及其组合体系(如框架结构、梁板桥等)的分析计算。其假定杆单元为弹性体,且为小变形构件,不考虑剪切变形时单元的刚度方程为:

$$\begin{Bmatrix} F_{Ni}^e \\ F_{Qi}^e \\ M_i^e \\ F_{Nj}^e \\ F_{Nj}^e \\ M_j^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i^e \\ \bar{v}_i^e \\ \bar{\varphi}_i^e \\ \bar{u}_j^e \\ \bar{v}_j^e \\ \bar{\varphi}_j^e \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中参数意义详见相关结构力学书籍。当考虑剪切变形时单元刚度方程为:

$$\begin{Bmatrix} F_{Ni}^e \\ F_{Qi}^e \\ M_i^e \\ F_{Nj}^e \\ F_{Nj}^e \\ M_j^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+b)l^3} & \frac{6EI}{(1+b)l^2} & 0 & -\frac{12EI}{(1+b)l^3} & \frac{6EI}{(1+b)l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+b)l^2} & \frac{EI(4+b)}{(1+b)l} & 0 & -\frac{6EI}{(1+b)l^2} & \frac{(2-b)EI}{(1+b)l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{(1+b)l^3} & -\frac{6EI}{(1+b)l^2} & 0 & \frac{12EI}{(1+b)l^3} & -\frac{6EI}{(1+b)l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{(1+b)l^2} & \frac{(2-b)EI}{(1+b)l} & 0 & -\frac{6EI}{(1+b)l^2} & \frac{EI(4+b)}{(1+b)l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i^e \\ \bar{v}_i^e \\ \bar{\varphi}_i^e \\ \bar{u}_j^e \\ \bar{v}_j^e \\ \bar{\varphi}_j^e \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中: $b = \frac{12EI k}{GA l^2}$; k 为剪应力不均匀分布校正因子,

$k > 1$, 矩形截面 $k=6/5$, 圆形截面 $k=10/9$ 。

由式(1)和式(2)可见,杆单元刚度方程中轴力和

剪力弯矩相互独立,可分开计算,即忽略轴力对剪力弯矩的影响,不考虑 $P-\Delta$ 效应。当地基土质较差、地面以上桩自由长度较大时,该法计算的位移可达 30%—50% 的误差,内力误差达 10% 以上。因此,

传统有限杆单元法难以用于倾斜偏心荷载下基桩的准确分析。

2 有限杆单元的改进

为进行倾斜荷载下基桩计算分析,拟对有限杆单元法的核心部分单元刚度方程进行改进,考虑轴力对剪力弯矩的影响,计入 $P-\Delta$ 效应,并假定单元杆单元为小变形弹性体(图 1),单元水平位移为三次多项式函数,则单元节点位移可表示为:

$$\begin{cases} v(z) = [N_1, N_2, N_3, N_4] \{\bar{v}_i^e, \bar{\varphi}_i^e, \bar{v}_j^e, \bar{\varphi}_j^e\}^T \\ N_1 = \frac{1}{l^3} (2z^3 - 3z^2l + l^3), N_2 = \frac{1}{l^3} (z^3l - z^2l^2 + zl^3) \\ N_3 = \frac{1}{l^3} (-2z^3 + 3z^2l), N_4 = \frac{1}{l^3} (z^3l - z^2l^2) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\bar{v}_i^e$ 、 $\bar{\varphi}_i^e$ 、 $\bar{v}_j^e$ 、 $\bar{\varphi}_j^e$ 分别为单元体 i 端的水平位移、 i 端转角、 j 端水平位移和 j 端转角; l 为单元长度。

倾斜偏心荷载下桩身弯矩水平位移关系为:

$$M = EI \frac{d^2v}{dz^2} \quad (4)$$

倾斜偏心荷载下桩身剪力、弯矩、轴力与水平位移关系^[3]为:

$$\frac{dM}{dz} + P(z) \frac{dv}{dz} - Q = 0 \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{Ni}^e \\ F_{Qi}^e \\ M_i^e \\ F_{Nj}^e \\ F_{Qj}^e \\ M_j^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} + \frac{p_{ij}}{2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} + \frac{p_{ij}}{2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} - \frac{p_{ij}}{2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} - \frac{p_{ij}}{2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i^e \\ \bar{v}_i^e \\ \bar{\varphi}_i^e \\ \bar{u}_j^e \\ \bar{v}_j^e \\ \bar{\varphi}_j^e \end{Bmatrix} \quad (7)$$

3 改进杆单元法计算步骤

采用改进有限杆单元法对成层地基中倾斜偏心荷载下基桩内力及位移进行分析时,与传统有限杆单元法存在一定差别,其具体计算步骤如下:

① 划分节点和单元,水平集中荷载作用处、

由式(4)和式(5)可得单元节点荷载和节点位移关系为:

$$\left. \begin{aligned} F_{Qi}^e &= EI \frac{d^3\bar{v}}{dz^3} + P_{ij}(z)(\bar{v}_i^e + \bar{v}_j^e)/2 \\ M_i^e &= EI \frac{d^2\bar{v}}{dz^2} \\ F_{Qj}^e &= -EI \frac{d^3\bar{v}}{dz^3} - P_{ij}(z)(\bar{v}_i^e + \bar{v}_j^e)/2 \\ M_j^e &= -EI \frac{d^2\bar{v}}{dz^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: F_{Qi}^e 、 M_i^e 、 F_{Qj}^e 、 M_j^e 分别为单元体 i 端水平力、 i 端弯矩、 j 端水平力和 j 端弯矩; $P_{ij}(z)$ 为单元体 ij 的平均轴力,可近似等于 i 端轴力与 j 端轴力的平均值。

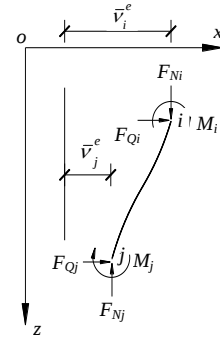


图1 杆单元受力分析示意图

Fig.1 Analysis of pole element

将式(3)代入式(6)可得计入 $P-\Delta$ 效应后的杆单元刚度方程为:

分布荷载曲率突变点、桩径突变处、地面处、土层分界面处均必须为单元节点。

② 假定桩侧摩阻力分布模式,再计算单元所受竖向荷载、水平荷载并分配至单元节点。

③ 考虑桩身微倾斜影响对局部坐标系下建立

的单元刚度矩阵、荷载列阵和位移列阵进行修正。修正方法如下：设局部坐标 z 轴与桩身轴向重合，向下为正， x 轴垂直 z 轴，向右为正；桩身倾斜角度为 α ，向右倾斜为正；整体坐标 z 轴方向为重力方向， x 轴垂直 z 轴，向右为正。局部坐标下与整体坐标下单元荷载列阵、位移列阵、单元刚度矩阵转换关系为：

$$\begin{cases} \delta^e = T^T \bar{\delta}^e \\ F^e = T^T \bar{F}^e \\ k^e = T^T \bar{k}^e T \end{cases} \quad (8)$$

式中： $\bar{\delta}^e$ 、 $\bar{F}^e$ 、 $\bar{k}^e$ 、 δ^e 、 F^e 、 k^e 分别为局部坐标下和整体坐标下单元荷载列阵、位移列阵、单元刚度矩阵。转换矩阵 T 为：

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

④ 以整体坐标系单元刚度方程按后处理法不考虑任何约束建立基桩的初始刚度矩阵 $[K]$ ；根据步骤①中计算的节点荷载建立尚未考虑桩身倾斜影响的荷载列阵 $[P]$ 。

⑤ 考虑地基土约束，修正初始整体刚度矩阵可得尚未考虑桩顶、桩端边界条件的整体刚度方程为：

$$\{P\} + [k]\{-\delta\} = [K]\{\delta\} \quad (10)$$

或

$$\{P\} = [K + k]\{\delta\} \quad (11)$$

式中： $\{P\}$ 为荷载列阵； $\{\delta\}$ 为位移列阵； $[K]$ 为初始刚度矩阵； $[k]$ 为节点等效弹簧刚度矩阵。

⑥ 计入桩顶、桩端边界条件修正式(11)，可得基桩内力及位移分析的整体刚度方程。

⑦ 计算桩身内力。将整体坐标系下单元节点位移转化为局部坐标下的单元节点位移，并代入式(1)而非式(7)，则可计算桩身水平力和弯矩。

⑧ 将桩身水平位移与地基系数相乘计算桩侧土压力；绘制桩身内力及位移图和桩侧土压力图，并计算最大剪力、弯矩和桩侧土压力。

4 算例分析

某桥梁基桩自由长度 $30.212\text{m}^{[1-2]}$ ，其中 $l_1 = 8.012\text{m}$ ， $d_1 = 1.8\text{m}$ ， $E_1 = 1.9333 \times 10^4 \text{MPa}$ ； $l_2 = 22.2\text{m}$ ，

$d_2 = 1.8\text{m}$ ， $E_2 = 1.8 \times 10^4 \text{MPa}$ ；冲刷线以下桩长 $l_3 = 42.8\text{m}$ ， $d_3 = 1.8\text{m}$ ， $E_3 = 1.8 \times 10^4 \text{MPa}$ ；地基比例系数 $m = 10000 \text{kN/m}^4$ ，竖向荷载 $F_z = 9102.2\text{kN}$ ，水平荷载 $F_x = 165\text{kN}$ 。按本文改进有限杆单元法计算结果和文献[1-3]结果比较如表1所示。

表1 不同方法计算结果比较

Table1 Comparison of solutions by different methods					
	项目	文献[1]	文献[2]	文献[3]	本文
不考虑 竖向荷载	x_p/mm	134.019	133.949	/	133.96
	x_0/mm	6.426	6.418	/	6.419
考虑桩自重， 并忽略 桩侧摩阻力	x_p/mm	182.17	182.17	183.42	182.15
	$\Phi_p/10^{-3}$	/	-7.785	-7.841	-7.784
	x_0/mm	8.434	8.418	8.469	8.418
	$\Phi_0/10^{-3}$	-2.324	/	-2.334	-2.319
	$M_{\max}/(\text{kN}\cdot\text{m})$	6918.1	6914.5	6961.0	6915.7
	$Q_{\max}/\text{kN}$	/	/	-929.38	-923.3
	$\sigma_{s\max}/\text{kPa}$	/	/	/	91.35

注： x_p 、 Φ_p 、 x_0 、 Φ_0 、 $M_{\max}$ 、 $Q_{\max}$ 、 $\sigma_{s\max}$ 分别为桩顶水平位移、桩顶转角、地面处桩身水平位移、地面处桩身转角、桩身最大弯矩、最大剪力和桩侧最大土压力

由表1可见，本文方法的桩顶位移、地面处位移、最大弯矩及最大剪力计算结果与文献[1-3]大致相同，故本文方法是正确的。

为进一步探讨桩材、桩自由长度、桩埋深、桩身倾角、偏心距、荷载倾角等因素对倾斜荷载桩受力特性的影响，另以某桥梁基桩为例比较分析如下。桩径 $d = 1.8\text{m}$ ，桩自由长度 $l = 20\text{m}$ ，埋深 $D = 40\text{m}$ ， $E = 1.8 \times 10^4 \text{MPa}$ ，荷载偏心距 $s = 0$ ，桩身倾角 $\theta = 0$ ；上覆粘土厚 6m ，地基比例系数 $m_1 = 6000 \text{kN/m}^4$ ，持力层为中密砂土，厚 54m ，地基系数分布函数为 $C(z) = 72 + 12z \text{MN/m}^3$ ， z 为计算点至砂土顶面的距离，竖向荷载 $F_z = 6050\text{kN}$ ，水平荷载 $F_x = 100\text{kN}$ 。

图2表明轴力对桩身内力及位移分布影响较大，桩顶位移增大22.3%，桩身最大弯矩增大21.7%，因此当基桩自由长度较大时， $P-A$ 效应不容忽视。

图3—图8分别给出了基桩埋入深度、桩自由长度、桩材、桩身倾角、荷载偏心距、以及荷载倾角等对桩身位移的影响，由于地面以下桩身受到桩侧土体的约束，上述各因素对地面处桩身位移基本无影响，其进一步表明，若桩身自由长度较小， $P-A$ 效应对桩身位移的影响可忽略不计。此外，影响基桩内力及位移的主要土层为表层土^[12]，因此当基桩埋深大于一定范围(本例为6倍—7倍桩径)时，埋深对桩身内力及位移分布基本无影响(图3)。图4表明

当基桩自由长度增加时, 桩身水平位移明显呈三次函数增大, 故基桩自由长度对桩顶水平位移的影响极为显著; 而桩身弹性模量对桩顶水平位移呈负指数函数衰减(图 5)。图 6 及图 7 表明, 基桩本身微倾斜及竖向荷载偏心对桩顶水平位移影响并不敏感, 稍呈线性增大; 但荷载倾角对桩顶水平位移影响较显著, 几乎呈线性突增(图 8), 其原因是随着荷载倾角的增大, 其水平分力对桩身所产生的弯矩大幅度增加。

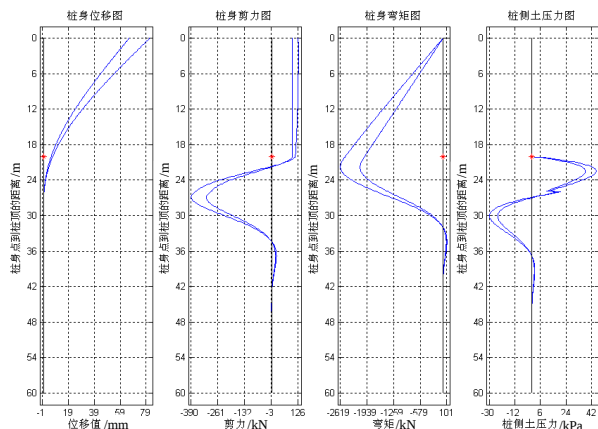


图 2 考虑轴力和忽略轴力时的内力位移分布图

Fig.2 Distribution of displacement and internal forces with/without considering axial forces

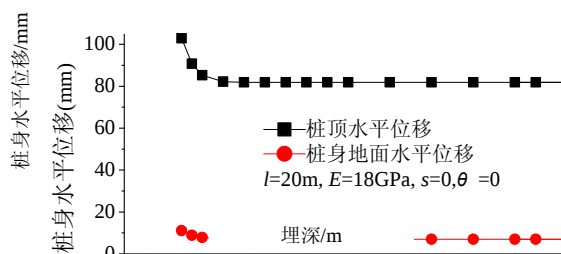


图 3 埋深/桩身水平位移关系图

Fig.3 Depth/horizontal-displacement relationship

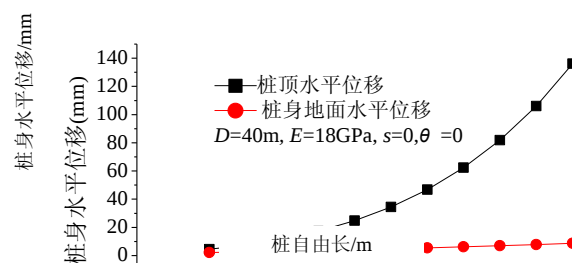


图 4 桩自由长/桩身水平位移关系图

Fig.4 Pile-length-above-ground/horizontal-displacement relationship

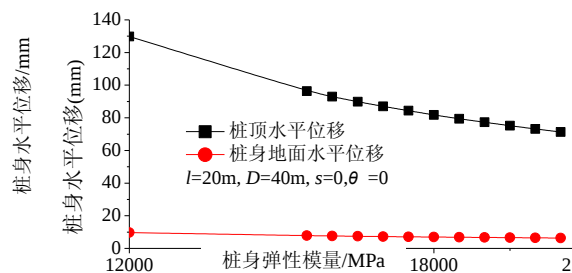


图 5 桩身弹性模量/桩身水平位移关系图

Fig.5 Pile-modulus/horizontal-displacement relationship

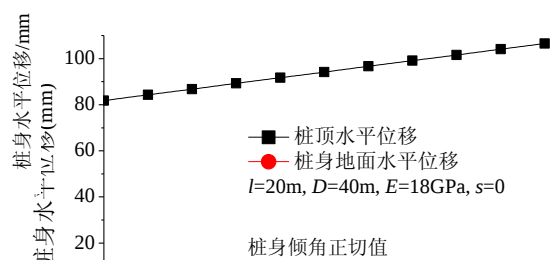


图 6 桩身倾角/桩身水平位移关系图

Fig.6 Inclination-of-pile/horizontal-displacement relationship

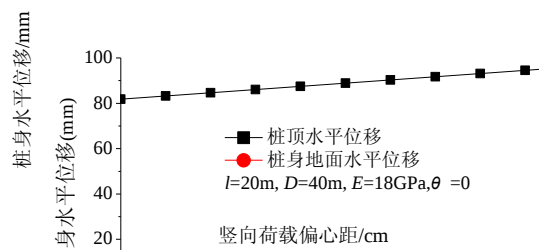


图 7 竖向荷载偏心距离/桩身水平位移关系图

Fig.7 Eccentricity/horizontal-displacement relationship

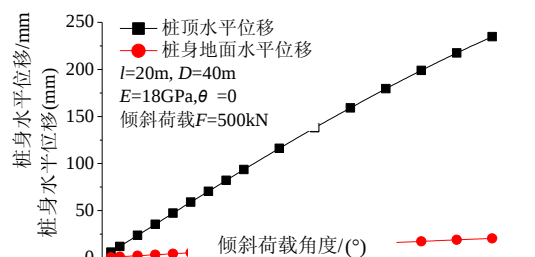


图 8 倾斜荷载倾角/桩身水平位移关系图

Fig.8 Load-inclination/horizontal-displacement relationship

5 结论

(1) 基于传统有限杆单元法导得了计入 $P-\Delta$ 效应的杆单元刚度方程, 进而提出改进的成层地基倾斜荷载桩内力及位移分析的有限杆单元法;

(2) 本文编制的改正有限杆单元基桩计算程序,可用于成层地基中考虑倾斜偏心荷载、桩自重、水平分布荷载、竖向分布荷载和分散集中荷载等综合作用下基桩的内力及位移分析;

(3) 算例分析表明,影响倾斜荷载桩内力及位移的因素较多,而以基桩的自由长度、桩材强度、以及荷载倾角等更为明显。此外,通过对各影响因素的算例分析,给出了一些定性的结论,可供工程应用参考。

参考文献:

- [1] Sastry V V R N, Meyerhof G G. Lateral soil pressures and displacements of rigid piles in homogeneous soils under eccentric and inclined loads [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(3): 281—286.
- [2] Sastry V V R N, Meyerhof G G, Koumamoto T. Behavior of rigid piles in layered soils under eccentric and inclined load [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1986, 23(4): 451—457.
- [3] Sastry V V R N, Meyerhof G G. Behavior of flexible piles under inclined loads [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, 27(1): 19—28.
- [4] Sastry V V R N, Meyerhof G G. Behavior of flexible piles in layered sands under eccentric and inclined loads [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31(4): 513—520.
- [5] 横山幸满(日). 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴庆荪, 译. 北京: 人民交通出版社, 1981: 167—169.
Yokoyama Yukimitsu (Japan). Design methods calculation examples for pile structures [M]. Translated by Tang Yeqing, Wu Qingsun. Beijing: China Communications Press, 1981: 167—169. (in Chinese)
- [6] 赵明华. 轴向和横向荷载同时作用下的桩的计算[J]. 湖南大学学报, 1987, 14(2): 68—81.
Zhao Minghua. The calculation of piles under simultaneous axial and lateral loading [J]. Journal of Hu'nan University, 1987, 14(2): 68—81. (in Chinese)
- [7] 李微哲, 赵明华, 单远铭, 杨明辉. 倾斜偏心荷载下基桩内力位移分析[J]. 中南公路工程, 2005, 30(3): 53—57.
Li Weizhe, Zhao Minghua, Shan Yuanming, Yang Minghui. Analysis of single pile under eccentric and inclined loading [J]. General South Highway Engineering, 2005, 30(3): 53—56. (in Chinese)
- [8] 王用中, 张河水. 弹性地基梁的压弯计算及其应用[J]. 桥梁建设, 1985, 14(4): 30—52.
Wang Yongzhong, Zhang Heshui. Bucking calculation and application for elastic foundation beam [J]. Bridge Design, 1985, 14(4): 30—52. (in Chinese)
- [9] 吴鸣, 赵明华. 大变形条件下桩土共同工作及试验研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 436—440.
Wu Ming, Zhao Minghua. Study on pile-soil interaction under large deflection and its model test [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 436—440. (in Chinese)
- [10] 赵明华, 吴鸣, 郭玉荣. 轴横向荷载下桥梁基桩的受力分析及试验研究[J]. 中国公路学报, 2002, 15(1): 50—54.
Zhao Minghua, Wu Ming, Guo Yurong. Study of the behavior analysis and model test of bridge piles under simultaneous axial and lateral loading [J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(1): 50—54. (in Chinese)
- [11] 赵明华, 郭宝林, 曹文贵. 倾斜荷载下群桩有限元分析方法探讨[J]. 中南公路工程, 2003, 28(2): 8—14.
Zhao Minghua, Wu Baolin, Cao Wengui. Analysis of pile group under inclined loads using finite element method [J]. General South Highway Engineering, 2003, 28(2): 8—14. (in Chinese)
- [12] 赵明华, 邹新军, 邹银生, 郭玉荣. 倾斜荷载下基桩的改进有限元—有限层分析方法[J]. 工程力学, 2004, 21(3): 129—133.
Zhao Minghua, Zou Xinjun, Zou Yinsheng, Guo Yurong. Behavior of piles under inclined loads by the improved finite element-finite layer method [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(3): 129—133. (in Chinese)