

文章编号: 1000-4750(2005)02-0096-08

考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的 钢—混凝土组合梁解析解

*孙飞飞, 李国强

(同济大学建筑工程系, 上海 200092)

摘 要: 通过在 Newmark 模型中引入(1)描述横向非均匀分布的纵向位移的翘曲形函数和(2)描述钢梁腹板剪切变形的 Timoshenko 梁假定, 建立了一个能考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的钢—混凝土组合梁模型, 并推导了均布荷载作用下的解析解。最后通过 4 个算例验证了模型和解析解的正确性和适用性, 并显示了考虑组合梁剪切变形的必要性。另外, 算例还表明, 在组合梁的三维有限元建模中采用 Timoshenko 梁单元来考虑钢梁的剪切变形会导致显著的误差。

关键词: 钢—混凝土组合梁; 解析解; 滑移; 剪力滞后; 剪切变形

中图分类号: TU398 **文献标识码:** A

A CLOSED-FORM SOLUTION FOR STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS WITH SLIP, SHEAR LAG AND SHEAR DEFORMATION

*SUN Fei-fei, LI Guo-qiang

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A kinematical model is proposed for steel-concrete composite beams with slip in the steel beam-concrete slab interface, shear lag in the concrete slab and shear deformation in the steel beam. A warping shape function accounting for the non-uniform transverse distribution of longitudinal displacements in the concrete slab and transverse shear deformation of the beam web are introduced into Newmark's model. A closed-form solution for the case of uniform loading is derived. The model and the solution are then validated by means of four examples, showing the necessity of accounting for the shear deformation of composite beams. In addition, it is found that significant errors result from employing Timoshenko beam elements for the steel beam with shear deformation in 3D finite element modeling of a composite beam.

Key words: steel-concrete composite beam; closed-form solution; slip; shear lag; shear deformation

1 概述

钢—混凝土组合梁由钢梁、钢筋混凝土楼板和抗剪连接件连接而成。这三个组成部分会在受力过程中分别产生不同程度的剪切变形。如果其中一种或几种剪切变形相当大而不能被忽略, 对这样的组

合梁已不能采用 Euler-Bernoulli 梁的基本假定。具体而言, 抗剪连接件的变形将引起梁—板接触面的相对滑移; 楼板的剪切变形将导致其横截面上的纵向位移呈非均匀分布, 即所谓的剪力滞后效应; 而钢梁腹板的剪切变形将使得其横截面和其轴线之

收稿日期: 2003-05-16; 修改日期: 2003-11-28

作者简介: *孙飞飞(1971), 男, 江苏南通人, 讲师, 博士, 从事结构工程研究(E-mail: ffsun@tongji.edu.cn);

李国强(1963), 男, 安徽肥东人, 教授, 博士, 博导, 从事结构工程研究

间产生相对转动。在本文中,组合梁的剪切变形特指钢梁剪切变形的贡献。

对于组合梁的分析,最早由 Newmark 等人^[1]提出了一个考虑梁-板接触面的相对滑移的模型。该模型假定钢梁和混凝土楼板在受力过程中始终保持接触,而抗剪连接件用具有分布粘结力的接触面来表示。但是钢梁和混凝土楼板采用 Euler-Bernoulli 假定,忽略其剪切变形。关于组合梁的研究大多直接采用了 Newmark 模型。胡少伟等^[2]、姜绍飞等^[3]分别提出了级数解、差分法等解析和数值分析的方法研究滑移效应对于组合梁的影响。

由于工程设计中应用的有效宽度的概念不够精确,剪力滞后效应被一些研究者引入了 Newmark 模型。如 Gjelsvik^[4]提出了一种比拟梁方法把剪力滞后效应比拟成抗剪连接界面。Dezi 等人^[5]针对组合梁的徐变和剪力滞后建立了积分-微分耦合方程组,用有限差分法和逐步积分法求解。本文第一作者^[6]提出了考虑滑移和剪力滞后效应的组合梁单元。

但上述理论都没有考虑钢梁剪切变形的影响,本文分析结果将表明忽略这种影响可能会造成显著的误差。本文将提出一个同时考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的组合梁模型,推导出在均布荷载下的解析解,并通过四个算例验证本文理论的正确性,同时对组合梁的三维有限元建模进行探讨。

2 组合梁模型的建立

本文考察的组合梁为等截面直梁。如图 1 所示引入直角坐标系 $\{O; X, Y, Z\}$,使得 Z 轴平行于变形前的组合梁。假定梁截面有一竖向对称轴,由此可以使坐标平面 YZ 与梁的对称平面重合。

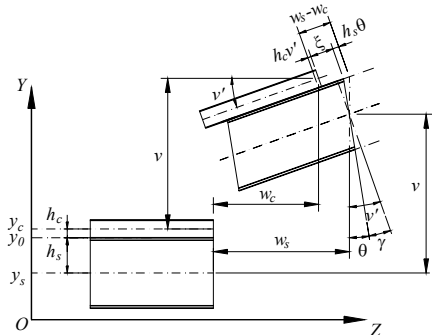


图1 钢梁的剪切变形和梁-板接触面的滑移

Fig.1 The shear deformation of steel beam and beam-slab interface slip

一般地楼板与钢梁的竖向相对位移可以忽略

不计,本文假定两者的挠曲位移完全相等。注意到三种剪切变形分别发生在组合梁的不同区域:一是在楼板水平面内,一是在梁-板接触面内,一是在钢梁竖向平面内;因而可以对它们分别单独考虑。

首先考察钢梁的剪切变形。Timoshenko 针对非组合梁的剪切变形,通过忽略横向正应力和假设剪应力分布从三维弹性理论推导建立了以其名字命名的梁理论^[7]。因为梁板之间存在相对滑移,显然该理论已不适用于整个组合梁,但对于钢梁部分还是适用的。因此,由 Timoshenko 梁理论,可以建立关于钢梁的变形-位移关系如下

$$\theta'(z) = \kappa(z) \quad \text{和} \quad v'(z) = \theta(z) + \gamma_s(z) \quad (1a,b)$$

其中 θ, κ, v 和 γ_s 分别是钢梁截面的平均转角、平均曲率、平均挠曲位移和平均剪切应变;“'”表示对 z 求导数。

值得注意的是式(1)中各量均以平均值的形式出现,这是从三维弹性力学建立一维梁理论的结果。在进行梁的分析时,可以把这些量作为梁轴上的变形和位移量。考虑到这些量是平均值,在建立梁-板几何关系时,为简化计不妨将这些量想象成在钢梁截面内均匀分布。虽然由于剪应力的存在,根据弹性理论钢梁轴向位移在竖向平面内呈曲线分布,这里近似以线性分布来代替,对梁-板几何关系产生的误差可以忽略不计。

上述近似处理意味着平截面假定在建立梁-板几何关系时可以适用。由此如图 1 所示,钢梁截面的纵向位移 u_{zs} 可以写为

$$u_{zs}(y, z) \approx w_s(z) - (y - y_s)\theta(z) \quad (2)$$

其中 w_s 和 y_s 分别是钢梁形心的 z 向位移和 y 向坐标。

关于剪力滞后现象,有许多不同的建模方法。例如 Reissner^[8]假设箱形梁的翼缘纵向应力为抛物线分布, Bauchau^[9]采用了 Gram-Schmidt 正交化方法和特征翘曲函数分析闭口薄壁断面, Song 和 Scordelis^[10]采用谐函数和平面应力弹性理论分析 I 形、T 形和箱形截面等。Reissner 的方法以其简单性被 Gjelsvik^[2]和 Dezi 等^[5]沿用于分析钢-混凝土组合梁。本文也采用这个方法,即如图 2 所示把楼板的纵向位移分布表示为翘曲位移形函数 $\psi(x)$ 和翘曲强度函数 $f(z)$ 之积。 ψ 是仅关于 x 的已知函数,因而翘曲位移分布的形状沿跨度方向不变,且沿楼板厚度方向翘曲位移相等。于是纵向位移 u_{zc} 可以表示为

$$u_{zc}(x, y, z) \approx w_c(z) - (y - y_c)v'(z) + f(z)\psi(x) \quad (3)$$

式中 w_c 和 y_c 分别为楼板形心的 z 向位移和 y 向坐标。

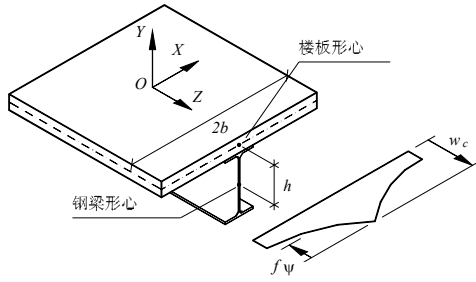


图2 混凝土楼板剪切翘曲位移的分布

Fig.2 The distribution of shear warping displacements in the concrete slab

根据荷载和截面的对称性,可知 $\psi(x)$ 关于 Y 轴对称。同时由于楼板边缘的剪应力为零,有

$$\psi_{,x}(\pm B) = 0 \quad (4a)$$

其中 B 为楼板宽度的一半,“,”表示关于 x 的导数,与“'”表示的关于 z 的导数相区别。为了简化关系式,不妨设 $\psi(x)$ 在楼板对称轴处为0,即

$$\psi(0) = 0 \quad (4b)$$

于是,多项式形式的剪切翘曲形函数 $\psi(x)$ 可以写成

$$\psi(x) = \sum_{n \geq 2} j_n \left[n \frac{|x|}{B} - \frac{|x|^n}{B^n} \right] \quad (5a)$$

其中 j_n 为给定的常数。本文作者在文[6]中的研究表明,式(5a)的最简单的二次函数形式

$$\psi_1(x) = \frac{2|x|}{B} - \left(\frac{x}{B} \right)^2 \quad (5b)$$

已经相当精确,且在剪切翘曲分布形状沿跨度方向不变的假定下不能通过提高形函数 $\psi(x)$ 的次数有效地提高计算的精度。换言之,由于上述假定的限制,采用比 $\psi_1(x)$ 次数高的函数不能有效地改善计算精度,因此本文将采用 $\psi_1(x)$ 为剪切翘曲形函数。

由式(2)和(3)可得楼板的正应变 ε_c 、剪应变 γ_c 和钢梁的正应变 ε_s

$$\varepsilon_c(x, y, z) = \frac{\partial u_{zc}}{\partial z} = w'_c - (y - y_c)v'' + f'\psi \quad (6a)$$

$$\gamma_c(x, z) = \frac{\partial u_{zc}}{\partial x} = f\psi_{,x} \quad (6b)$$

$$\varepsilon_s(y, z) = \frac{\partial u_{zs}}{\partial z} = w'_s - (y - y_s)\theta' \quad (6c)$$

根据前文忽略板—梁横向相对位移的假定,板—梁纵向相对滑移 ξ_z 可以直接由式(2)和(3)求得

$\xi_z = u_{zs}(y_0, z) - u_{zc}(0, y_0, z) = w_s - w_c - h_c v' - h_s \theta$ (7)
式中 y_0 为板—梁接触面的竖向坐标; $h_c = y_c - y_0$ 和 $h_s = y_0 - y_s$ 分别为楼板形心和钢梁形心到接触面的距离。

如果对混凝土、钢材和抗剪连接件引入线弹性的本构关系,可以由下式计算楼板正应力 σ_c 、剪应力 τ_c 、钢梁的正应力 σ_s 、剪应力 τ_s 以及抗剪连接件的剪力 q_z

$$\sigma_c(x, y, z) = E_c \varepsilon_c = E_c [w'_c - (y - y_c)v'' + f'\psi] \quad (8a)$$

$$\tau_c(x, z) = G_c \gamma_c = G_c f\psi_{,x} \quad (8b)$$

$$\sigma_s(y, z) = E_s \varepsilon_s = E_s [w'_s - (y - y_s)\theta'] \quad (8c)$$

$$\tau_s(z) = G_s \gamma_s = G_s (v' - \theta) \quad (8d)$$

$$q_z(z) = p\xi_z = p(w_s - w_c - h_c v' - h_s \theta) \quad (8e)$$

其中 E_c 和 G_c 分别为混凝土的弹性模量和剪切模量, E_s 和 G_s 分别为钢材的弹性模量和剪切模量, p 为连接件的抗剪刚度。

根据虚功原理,可以建立组合梁的变分形式的平衡方程为,

$$\int_L \left[\int_{A_c} (\delta \varepsilon_c \sigma_c + \delta \gamma_c \tau_c) dA + \int_{A_s} \delta \varepsilon_s \sigma_s dA + \delta \xi_z q_z + \int_{A_{sh}} \delta \gamma_s \tau_s dA \right] dz = \Gamma \quad (9)$$

其中 Γ 为外力虚功; L 为组合梁长度; A_c 、 A_s 为楼板和钢梁的截面面积; A_{sh} 为钢梁的等效剪切面积,根据Timoshenko梁理论确定^[7],对于常用的工字形截面钢梁, A_{sh} 近似为腹板截面面积。

3 解析解

将式(6)~(8)代入式(9),并作分部积分后得到下列微分方程组:

$$-H_c w_c'' - F_c v''' - H_\psi f''' - p\xi_z = 0 \quad (10a)$$

$$-H_s w_s'' - F_s \theta'' + p\xi_z = 0 \quad (10b)$$

$$J_c v^{IV} + F_c w_c''' + F_\psi f''' + h_c p\xi_z' - H_{sh}(v'' - \theta') = g \quad (10c)$$

$$-J_s \theta'' - F_s w_s'' - h_s p\xi_z - H_{sh}(v' - \theta) = 0 \quad (10d)$$

$$-H_\psi w_c'' - F_\psi v''' - J_\psi f''' + J_{d\psi} f = 0 \quad (10e)$$

式中 g 为作用在组合梁轴线上的分布荷载,而

$$H_c = \int_{A_c} E_c dA, \quad H_s = \int_{A_s} E_s dA, \quad H_{sh} = \int_{A_{sh}} G_s dA,$$

$$F_c = \int_{A_c} -E_c (y - y_c) dA, \quad F_s = \int_{A_s} -E_s (y - y_s) dA,$$

$$J_c = \int_{A_c} E_c (y - y_c)^2 dA, \quad J_s = \int_{A_s} E_s (y - y_s)^2 dA \quad (11a-g)$$

$$F_\psi = \int_{A_c} -\psi E_c (y - y_c) dA, \quad H_\psi = \int_{A_c} E_c \psi dA,$$

$$J_\psi = \int_{A_c} E_c \psi^2 dA, \quad J_{d\psi} = \int_{A_c} G_c \psi_{,x}^2 dA \quad (12a-d)$$

是与非翘曲和翘曲作用相关的截面刚度。特别地, H_{sh} 和 J_s 分别为钢梁截面的抗剪刚度和抗弯刚度。

式(10a)和(10b)分别为楼板和钢梁沿 Z 轴方向的平衡条件。式(10c)为楼板沿 Y 轴方向的平衡条件。

式(10d)为钢梁沿绕 X 轴转动方向的平衡条件。而式(10e)为剪力滞后引起的楼板截面内剪应力 τ_c 和正应力 σ_c 之间的平衡条件。

当 g 为常数时, 可以推导出弹性等截面直组合梁的解析解。注意到 F_c, F_s 和 F_ψ 对于弹性梁为 0, 由式(10)可以将 w_c, w_s 和 ξ_z 分别表示为 f 的函数,

$$w_c'' = \frac{-1}{H_\psi} (J_\psi f'' - J_{d\psi} f) \quad (13a)$$

$$w_s'' = \frac{-1}{H_s H_\psi} (-H_c^e J_\psi f'' + H_c J_{d\psi} f) \quad (13b)$$

$$\xi_z = \frac{-1}{p H_\psi} (-H_c^e J_\psi f'' + H_c J_{d\psi} f) \quad (13c)$$

其中 $H_c^e = H_c - H_\psi^2 / J_\psi$ 。

由式(10c)、(10d)和(7)写出关于 v^{IV} 和 θ''' 的方程组

$$J_c v^{IV} + J_s \theta''' = g - h p \xi_z' \quad (14a)$$

和

$$h_c v^{IV} + h_s \theta''' = w_s''' - \xi_z''' - w_c''' \quad (14b)$$

其中 $h = h_c + h_s$ 。进而可以求得 v^{IV} 和 θ''' 关于 f 的表达式

$$v^{IV} = \frac{H_c^e J_\psi J_s}{H_\psi \omega_c p} f^{IV} - \frac{H_c J_{d\psi} H_s J_s + J_\psi \omega_a^e p}{H_\psi H_s \omega_c p} f''' + \frac{J_{d\psi} \omega_a}{H_\psi H_s \omega_c} f' + \frac{g h_s}{\omega_c} \quad (15a)$$

和

$$\theta''' = \frac{H_c J_{d\psi} H_s J_c + J_\psi \omega_b^e p}{H_\psi H_s \omega_c p} f''' - \frac{H_c^e J_c J_\psi}{H_\psi \omega_c p} f^{IV} - \frac{J_{d\psi} \omega_b}{H_\psi H_s \omega_c} f' - \frac{g h_c}{\omega_c} \quad (15b)$$

式中

$$\omega_a = H_c H_s J_s \left(\frac{1}{H_c} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_s h}{J_s} \right),$$

$$\omega_b = H_c H_s J_c \left(\frac{1}{H_c} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_c h}{J_c} \right),$$

$$\omega_c = J_c h_s - h_c J_s,$$

$$\omega_a^e = H_c^e H_s J_s \left(\frac{1}{H_c^e} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_s h}{J_s} \right),$$

$$\omega_b^e = H_c^e H_s J_c \left(\frac{1}{H_c^e} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_c h}{J_c} \right)$$

注意到 F_c 和 F_ψ 为 0, 对式(10c)关于 z 三次微分得到

$$J_c v^{VI} + h_c p \xi_z''' - H_{sh} (v^{IV} - \theta''') = 0 \quad (16)$$

将式(13)和(15)代入式(16), 我们得到一个关于 f 的

7 阶微分方程

$$f^{VII} - \rho_1 f^{VI} + \rho_2 f^{IV} - \rho_3 f'' - \rho_0 = 0 \quad (17)$$

其中

$$\rho_1 = \alpha_1^e + \beta + \beta_1, \quad \rho_2 = \alpha^e \beta_1 + \alpha_1 \beta + \beta_1 \beta,$$

$$\rho_3 = \alpha \beta \beta_1, \quad \rho_0 = \frac{g h p H_{sh} H_\psi}{J_c J_s H_c^e J_\psi},$$

$$\alpha = p \left(\frac{1}{H_c} + \frac{1}{H_s} + \frac{h^2}{J_t} \right), \quad \beta_1 = \frac{H_{sh} J_t}{J_c J_s}$$

$$\alpha^e = p \left(\frac{1}{H_c^e} + \frac{1}{H_s} + \frac{h^2}{J_t} \right), \quad J_t = J_c + J_s$$

$$\alpha_1 = p \left(\frac{1}{H_c} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_c^2}{J_c} + \frac{h_s^2}{J_s} \right),$$

$$\alpha_1^e = p \left(\frac{1}{H_c^e} + \frac{1}{H_s} + \frac{h_c^2}{J_c} + \frac{h_s^2}{J_s} \right), \quad \beta = \frac{H_c J_{d\psi}}{H_c^e J_\psi}.$$

式(17)的解为

$$f = -\frac{\rho_0}{\rho_3} z - d_1 \frac{e^{-\lambda_1 z}}{\lambda_1} + d_2 \frac{e^{\lambda_1 z}}{\lambda_1} - d_3 \frac{e^{-\lambda_2 z}}{\lambda_2} + d_4 \frac{e^{\lambda_2 z}}{\lambda_2} - d_5 \frac{e^{-\lambda_3 z}}{\lambda_3} + d_6 \frac{e^{\lambda_3 z}}{\lambda_3} + d_7, \quad (18)$$

其中 λ_1, λ_2 和 λ_3 是下列代数方程的解

$$\lambda^3 - \rho_1 \lambda^2 + \rho_2 \lambda - \rho_3 = 0 \quad (19)$$

将式(18)代入式(13)和(15)即得到解析解如下:

$$w_c = \frac{1}{H_\psi} \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-3} \omega_{1i} (d_{2i-1} e^{-\lambda_i z} - d_{2i} e^{\lambda_i z}) - \frac{J_{d\psi} \rho_0}{6 H_\psi \rho_3} z^3 + d_7 \frac{J_{d\psi}}{2 H_\psi} z^2 + d_8 z + d_9 \quad (20a)$$

$$w_s = \frac{-1}{H_s H_\psi} \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-3} \omega_{2i} (d_{2i-1} e^{-\lambda_i z} - d_{2i} e^{\lambda_i z}) + \frac{\omega_d \rho_0}{6 \rho_3} z^3 - d_7 \frac{\omega_d}{2} z^2 + d_{10} z + d_{11} \quad (20b)$$

$$v = \frac{1}{p H_s H_\psi \omega_c} \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-4} \omega_{3i} (d_{2i-1} e^{-\lambda_i z} + d_{2i} e^{\lambda_i z}) + \left(\frac{h_s g}{\omega_c} - \frac{J_{d\psi} \omega_a \rho_0}{H_s H_\psi \omega_c \rho_3} \right) \frac{z^4}{24} - d_7 \frac{J_{d\psi} H_t}{H_\psi H_s} \frac{z^3}{6h} \quad (20c)$$

$$- (d_8 - d_{10} + \omega_{e1}) \frac{z^2}{2h} - (d_9 - d_{11} - d_7 \omega_{e2}) \frac{z}{h} + d_{12}$$

$$\theta = \frac{1}{p H_\psi H_s \omega_c} \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-3} \omega_{4i} (d_{2i-1} e^{-\lambda_i z} - d_{2i} e^{\lambda_i z}) - \left(\frac{h_c g}{\omega_c} - \frac{J_{d\psi} \omega_b \rho_0}{H_\psi H_s \omega_c \rho_3} \right) \frac{z^3}{6} - d_7 \frac{J_{d\psi} H_t}{H_\psi H_s} \frac{z^2}{2h} \quad (20d)$$

$$- (d_8 - d_{10} + \omega_{e3}) \frac{z}{h} - \frac{1}{h} (d_9 - d_{11} - d_7 \omega_{e4})$$

$$\xi_z = \frac{-1}{H_\psi p} \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-1} \omega_{1i} (d_{2i-1} e^{-\lambda_i z} - d_{2i} e^{\lambda_i z}) + \frac{H_c J_{d\psi} \rho_0}{H_\psi p \rho_3} z - d_7 \frac{H_c J_{d\psi}}{H_\psi p}, \quad (20e)$$

其中 $d_i (i=1,2,\dots,12)$ 为待定系数, 由边界条件确定, 另外

$$\begin{aligned} \omega_{1i} &= -J_{d\psi} + J_\psi \lambda_i^2 \quad (i=1,2,3), \\ \omega_{2i} &= -H_c J_{d\psi} + H_c^e J_\psi \lambda_i^2 \quad (i=1,2,3), \\ \omega_{3i} &= J_{d\psi} p \omega_a - J_\psi \lambda_i^2 [H_c^e H_s J_s (\beta-1) + p \omega_a^e] \quad (i=1,2,3), \\ \omega_{4i} &= J_{d\psi} p \omega_b - J_\psi \lambda_i^2 [H_c^e H_s J_c (\beta-1) + p \omega_b^e] \quad (i=1,2,3), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_t &= H_c + H_s, \quad \omega_d = \frac{H_c J_{d\psi}}{H_s H_\psi}, \\ \omega_{e1} &= -\frac{gh_c h_s J_s}{H_{sh} \omega_c} + \frac{H_c J_{d\psi} \rho_0}{H_\psi p \rho_3} + \frac{H_c J_{d\psi} J_c J_s h_s \alpha_1 \rho_0}{H_\psi H_{sh} \omega_c p \rho_3}, \\ \omega_{e2} &= \frac{J_{d\psi} H_c}{H_\psi p} + \frac{J_{d\psi} h_s \omega_a}{H_\psi H_{sh} H_s h}, \\ \omega_{e3} &= \frac{gh_c^2 J_s}{H_{sh} \omega_c} + \frac{H_c J_{d\psi} \rho_0}{H_\psi p \rho_3} - \frac{H_c J_{d\psi} J_c J_s h_c \alpha_1 \rho_0}{H_\psi H_{sh} \omega_c p \rho_3}, \\ \omega_{e4} &= \frac{H_c J_{d\psi}}{H_\psi p} - \frac{H_c J_{d\psi} h_c^2 h_s}{H_\psi H_{sh} h} - \frac{J_{d\psi} h_c \omega_a}{H_\psi H_{sh} H_s h} \end{aligned}$$

4 算例

4.1 组合梁的三维有限元分析

本文选用 Dezi 等^[5]分析的一根两端固支组合梁为算例。其固端约束使得轴向和竖向位移、转动位移以及楼板的翘曲位移全部为零。梁的几何、材料参数见图 3。

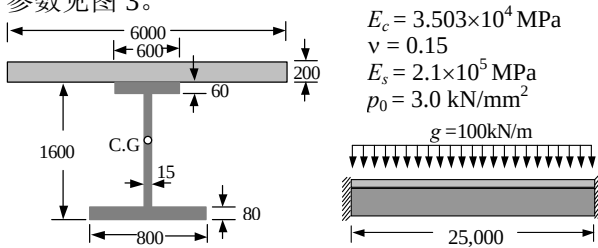


图3 Dezi等^[5]的算例两端固支组合梁(长度单位: mm)

Fig.3 The clamped composite beam given by Dezi et al^[5]

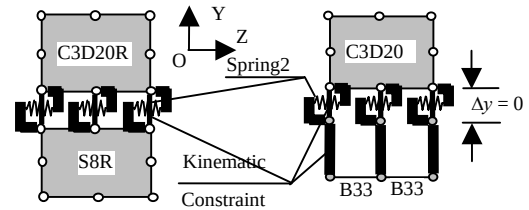
(Unit: mm)

为了验证所建立的解析解, 首先用有限元软件 Abaqus^[11]建立三维模型进行有限元分析。考虑到问题的对称性, 选择组合梁的 1/4 建模分析。由于本文理论没有考虑荷载作用在楼板上的局部效应, 在有限元分析时将荷载加载到梁的轴线上以排除这

一影响。

虽然可以对楼板和钢梁都采用三维块体单元, 但由于钢梁的板厚很薄, 为了避免单元畸变, 网格势必得划分得很小, 计算量非常大, 因而对钢-混凝土组合梁而言这不是一个经济的计算方案。如果对钢梁采用壳单元或梁单元, 计算量可以显著降低。本文建立了两个组合梁模型, 楼板均采用三维块体单元 C3D20R, 而对于钢梁在模型 A 中采用壳单元 S8R, 在模型 B 中采用梁单元。此外, 为了考察钢梁的剪切变形对组合梁的影响, 在两个模型中分别考虑钢梁有剪切变形和无剪切变形两种情形, 并分别用 SF 和 SR 表示。模型 A 的 SR 情形可以通过给泊松比设一个接近于-1 的值, 使得钢梁的剪切刚度非常大。模型 B 的 SF 和 SR 情形分别选用基于 Timoshenko 假定的梁单元 B31 和基于 Euler-Bernoulli 假定的梁单元 B33。网格大小在梁轴方向取 125mm, 其它方向取 200mm。

为了模拟梁-板之间的连接, 如图 4 所示, 采用弹簧单元 Spring2 代表抗剪连接件提供的抗滑移的刚度。其它为刚体位移关系, 采用约束方程表示。



(a) 模型 A

(b) 模型 B

图4 梁、板及抗剪连接件在Abaqus中的建模

Fig.4 The modeling of steel beam, slab and shear connection

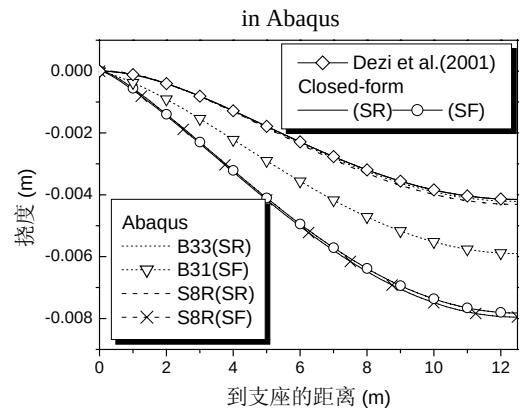


图5 组合梁的挠度曲线

Fig.5 The deflection curves of composite beam

图 5 绘出了组合梁的挠曲位移曲线。模型 A 和模型 B 的 SR 情形结果非常接近, 但两者的 SF 情

形相差很大,这表明模型 B 只适合于分析钢梁没有剪切变形的组合梁。

图 5 中模型 A 的 SF 情形和 SR 情形的挠曲位移相差很大,同样地可以看到图 6 中两种情形下楼板跨中断面和支座断面的正应力值也相差很大,因此对于所考察的钢-混凝土组合梁其钢梁的剪切变形不能被忽略。

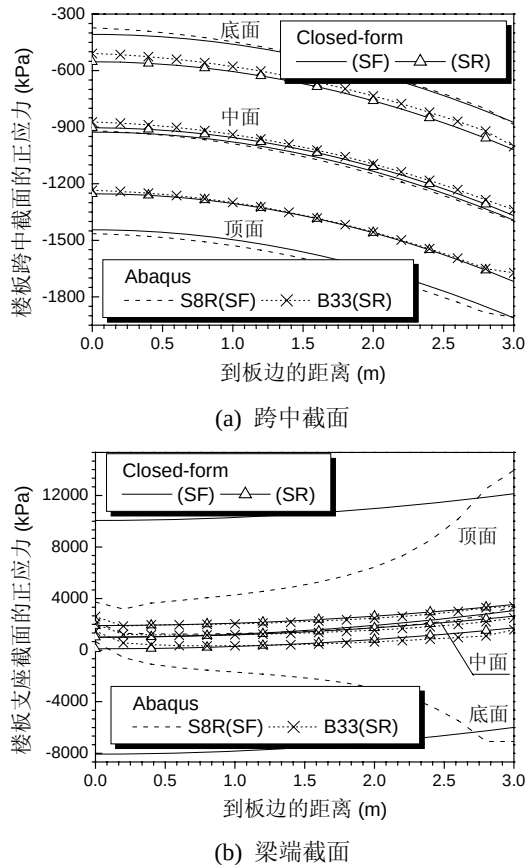


图6 组合梁楼板正应力横向分布

Fig.6 The transverse distribution of normal stresses in the slab

4.2 解析解的验证—组合梁算例

由图 5 中可以看出,解析解得到的 SF、SR 结果分别和模型 A 的 SF、SR 结果吻合得很好。同时可以看到文献[5]的结果由于忽略了钢梁的剪切变形引起的显著误差。为了进一步考察解析解的准确性,把该组合梁的抗剪连接件的刚度分别缩小和放大 10 倍,计算得到梁跨中挠度见表 1。可见解析解得到的结果对不同抗剪连接刚度的组合梁的 SF 和 SR 情形都很准确。

由解析解得到的楼板跨中断面和支座断面的正应力分布示于图 6。其 SR 情形的结果与 Abaqus 的 SR 结果吻合得很好,而其 SF 情形的结果与 Abaqus 的 SF 结果在支座断面处有明显的差异。这是由于楼板曲率沿宽度方向不变的假定与实际不

完全一致。但观察图 6 中楼板正应力横向分布的峰值在楼板轴线处,由图 7 可见解析解关于楼板轴线处正应力纵向分布的 SF 结果与 Abaqus 的结果相当接近,因此解析解的精度是可以接受的。

表 1 组合梁跨中挠度(m)

Table 1 The mid-span deflections of the composite beam (m)

计算方法		抗剪连接件刚度 p		
		$0.1p_0$	p_0	$10p_0$
Abaqus	S8R (SF)	-0.010213	-0.007953	-0.007416
	B33 (SR)	-0.006197	-0.004214	-0.003757
解析解	(SF)	-0.010011	-0.007822	-0.007293
	(SR)	-0.006182	-0.004148	-0.003674

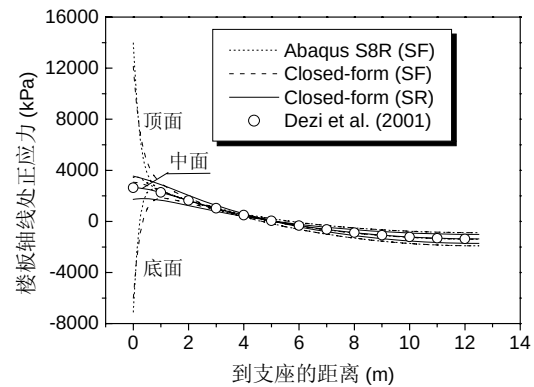


图7 组合梁的楼板轴线处正应力纵向分布

Fig.7 The longitudinal distribution of normal stress at the slab axis

另外由图 6 和图 7 可见,楼板中平面的正应力分布不受剪切变形的影响,因此钢梁的剪切变形主要导致了楼板弯曲曲率的增大,从而引起了挠曲位移的增大。

4.3 解析解的验证—钢梁算例

为了进一步验证解析解的适用范围,把从图 3 所示的组合梁中取出钢梁部分作为算例,荷载和边界条件不变。

表 2 钢梁跨中挠度

Table 2 The midspan deflection of the steel beam

计算方法		挠度(m)
Abaqus	S8R (Shell, SF)	-0.012790
	B31 (Beam, SF)	-0.012171
	B33 (Beam, SR)	-0.008258
解析解	(SF)	-0.012347
	(SR)	-0.008273

解析解与 Abaqus 的计算结果列于表 2。两种方法都考虑了 SF 和 SR 两种情形。在解析解中, 钢梁被当作上翼缘板和下面的倒 T 形梁连接而成, 连接刚度为无穷大, 计算中采用大数表示。由表 2 中可见, SF 情形下两种方法的值吻合得很好, 而 SR 情形下两种方法的值也相互吻合。因此可见, 解析解同样可以准确计算 Euler-Bernoulli 梁问题。

4.4 试验验证

本文选取了文[12]的简支梁试件 E1 和 U3 作试验验证。两试件的楼板均为 1220mm 宽, 152mm 厚, 钢梁均为梁高 305mm, 翼缘宽 152mm 厚 18.2mm, 腹板厚 10.2mm。两者的栓钉均成两个一排均匀分布, E1 有 $\phi 12.7 \times 50$ 栓钉 100 个, U3 有 $\phi 19 \times 102$ 栓钉 56 个。混凝土的泊松比取 0.15, 其它材料参数根据文[12]试验值换算后列于表 3。其中抗剪刚度根据文[12]所作栓钉试验结果相同型号栓钉的初始刚度而定。荷载水平选取了有栓钉滑移测量值的最低荷载(参见表 3 和图 8), 从试验荷载位移曲线看仍处于初始的直线范围内。

表 3 简支梁试件参数及挠度计算值、试验值

Table 3 The parameters and deflections of the simply-supported composite beam specimens

试 件		E1	U3
抗剪刚度 p	(kN/mm ²)	18.3	7.6
E_c	(Mpa)	3.16×10^4	3.00×10^4
E_s	(Mpa)	2.05×10^5	2.02×10^5
荷载水平	(ton)	20 (集中)	18 (均布)
跨中挠度	有剪切变形	-7.18	-4.14
计算值(mm)	无剪切变形	-6.54	-3.88
跨中挠度	试验值(mm)	-7.1	-4.2

由表 3 可见虽然由于试件钢梁腹板相对较厚, 剪切变形对挠度的影响仅略高于 10%, 仍然可以明确地比较出考虑剪切变形的计算值与试验值吻合得更好。由图 8 可见, E1 的计算值远高于试验值, 从文[12]可知由于楼板和钢梁的粘结较强, 因而试验值明显偏低; 而 U3 的左右半跨试验值相差较大, 这可能是由于栓钉性能的离散性造成的, 因为从试验结果可见在更高水平的荷载下, 右半跨的滑移总是明显高于左半跨。另外在梁端的滑移试验值很小, 这是由于试件有一小段梁悬挑出支座以外, 这部分也布置有栓钉。在计算中没有考虑这部分栓钉

的作用。

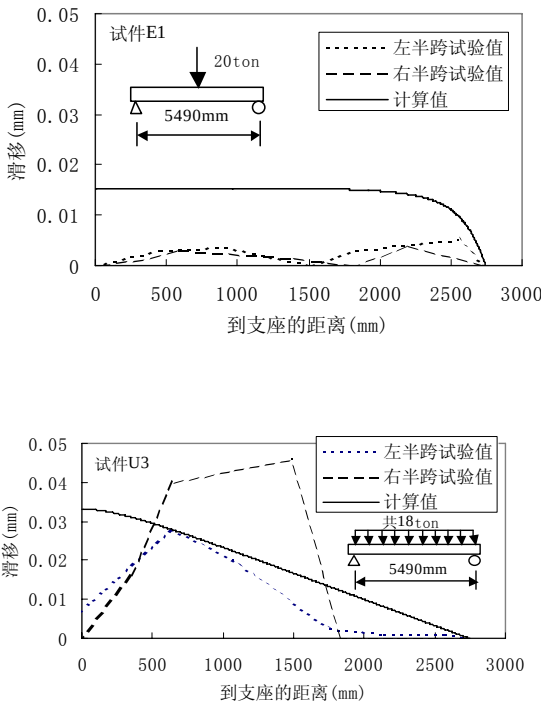


图8 试件E1和U3的栓钉滑移分布的计算值、试验值

Fig.8 Computational and experimental slip distributions in Specimens E1 and U3

4.5 参数分析

为了考察钢梁剪切变形受组合梁参数的影响, 本文以抗剪连接件刚度 $p(0.001p_0 \sim 100p_0)$ 、楼板宽度 $B(0.6 \sim 10\text{m})$ 、楼板厚度 $t_c(0.02 \sim 0.4\text{m})$ 、钢梁腹板厚度 $t_w(0.008 \sim 0.8\text{m})$ 、钢梁高度 $h_s(0.2 \sim 3\text{m})$ 和组合梁跨度 $L(1 \sim 40\text{m})$ 为参数, 针对图 3 中组合梁的跨中挠度分别考察每个参数在括号内给出的范围内单独变化引起剪切变形对挠度贡献的变化。由分析得知 p 和 b 对钢梁剪切变形的贡献影响很小, 而 t_w, h_s 和 L 明显比 t_c 的影响大。当 t_w 或 L 减少, 或 h_s 增加时, 钢梁剪切变形的贡献所占的比重越来越高。由于实际结构中楼板厚度的变化往往不大, 因此可以以钢梁的参数来衡量剪切变形的影响。这里选取参数

$$r = \frac{H_{sh} L^2}{J_s} \tag{21}$$

作为横坐标, 将 t_w, h_s 和 L 的变化引起的剪切变形贡献百分率的变化绘于图 9, 从中可见该参数可以起到较好的表征作用。当 r 大于 600 或 1000 时, 钢梁剪切变形的贡献率不大于 10% 或 5%, 因而在工程应用中可以忽略不计。

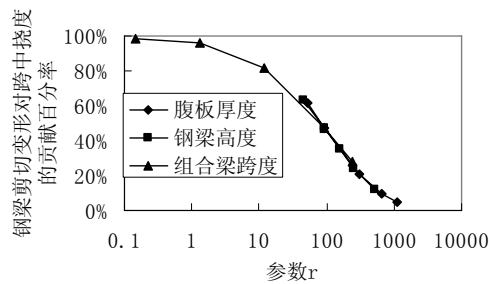


图9 钢梁剪切变形对跨中挠度的贡献百分率

Fig.9 The percentage of mid-span deflection contributed by the shear deformation of the steel beam

5 结论和建议

本文在 Newmark 模型中引入剪切翘曲函数和 Timoshenko 假定, 建立了一个能考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的钢-混凝土组合梁模型, 并推导了均布荷载作用下的解析解。算例分析表明, 该解析解对于无论是具有强或弱抗剪连接的组合梁, 还是普通的 Euler-Bernoulli 梁都能达到满意的精度, 从而验证了模型的正确性。同时, 算例还表明: (1) 忽略组合梁的剪切变形可能会对位移和应力引起较大的误差; (2) 对有剪切变形的组合梁, 在三维有限元建模中如果采用 Timoshenko 梁单元来模拟钢梁仍可能导致显著的误差。参数分析表明, 可以用参数 r 来衡量钢梁剪切变形的影响。

由于组合梁的楼板、钢梁和栓钉的耦合作用使得应力分布十分复杂, 在低荷载水平下, 局部超出弹性范围的应力不会对整体反应有明显的影响, 但在高荷载水平下, 就有必要在本文的基础上建立非线性方法进行分析。

参考文献:

[1] Newmark N M, Seiss C P, Viest I M. Test and analysis of

composite beams with incomplete interaction [J]. Proc. Society for Experimental Stress Analysis, New York, 1951, 9(1): 75-92.

[2] 胡少伟, 聂建国. 组合梁受力分析一级数法[J]. 力学与实践, 1999, 21(3): 16-17.

Hu S W, Nie J G. Static analysis of composite beams – series method [J]. Mechanics and Practice, 1999, 21(3): 16-17. (in Chinese)

[3] 姜绍飞, 刘之洋. 底包钢-火山渣混凝土组合梁在部分交互作用下的有限差分分析[J]. 工业建筑, 1997, 27(9): 10-12.

Jiang S F, Liu Z Y. Finite difference analysis of steel-cinder concrete composite beams with partial interaction [J]. Industrial Buildings, 1997, 27(9): 10-12. (in Chinese)

[4] Gjelsvik A. Analog-beam method for determining shear-lag effects [J]. J. Struct. Engrg., ASCE, 1991, 113(3): 557-574.

[5] Dezi L, Gara F, Leoni G, Tarantino A M. Time-dependent analysis of shear-lag effect in composite beams [J]. J. Engrg. Mech., ASCE, 2001, 127(1): 71-79.

[6] Sun F F, Bursi O S. A displacement-based formulation for steel-concrete composite beams with shear lag [A]. Computational Modelling of Concrete Structures [C], A.A. Balkema Publishers, Lisse, 2002. 827-838.

[7] Villaggio P. Mathematical models for elastic structures [M]. Cambridge University Press, 1997.

[8] Reissner E. Least work solutions of shear lag problems [J]. J. Aeronautical Sci., 1941, 8(7): 284-291.

[9] Bauchau O A. A beam theory for anisotropic materials [J]. J. Appl. Mech., 1985, 52: 416-422.

[10] Song Q, Scordelis A C. Shear-lag analysis of T-, I- and box beams [J]. J. Struct. Engrg., ASCE, 1990, 116(5): 1290-1305.

[11] ABAQUS user's manual – version 6.2 [M]. Hibbit, Karlsson & Sorenson. Pawtucket. R.I. 2002.

[12] Chapman J C, Balakrishnan S. Experiments on composite beams [J]. The Structural Engineer, 1964, 42(11): 369-383.