

# 两种结构预测控制律的研究

徐家云<sup>1</sup>, 陈 波<sup>1</sup>, 彭文韬<sup>2</sup>

(1. 武汉理工大学, 武汉 430070; 2. 武汉港湾工程设计研究院, 武汉 430071)

**摘 要:**为了解决结构控制计算复杂及控制力迟时等问题, 用 GM(2, 1)模型模拟了地震作用, 深入研究了控制力的预测和迟时控制方法。采用模糊控制和次优控制方法研究了受控结构的减震效果。研究表明, 两种控制方法均能有效地减小结构的地震反应, 通过合理选取控制系统的参数, 次优控制方法能取得接近模糊控制的控制效果。

**关键词:**地震模拟; 控制预测; 结构控制; 模糊控制

**中图分类号:** TU311.3 **文献标识码:** A

## 1 前言

结构控制研究涉及外干扰处理和控制力的研究等。1974 年, Scalan 和 Sachs 提出三角级数地震作用模拟, 结果在相位处理上有问题; 1986 年, 胡聿贤教授提出“考虑相位谱的人造地震反应谱拟合”。前者不很好, 后者较复杂。现引用一种新方法——GM(2,1)模型模拟。对结构控制, 存在着迟时控制和控制律的问题。最优控制律计算量大, 从而迟时问题较严重。针对以上问题并结合其它因素, 提出次优控制律并与模糊控制律作比较。

## 2 地震作用模拟

因地震作用不是白噪声, 故将它分解成确定性干扰与白噪声之和。

外干扰拟合可以采用 GM(2, 1)与白噪声叠加法。GM(2, 1)模型即将原始地震地面运动加速度时间序列  $\{a_t\}$  进行一次累加生成处理——AGO 处理, 得到序列  $\{a_t^{(1)}\}$  后, 建立二阶微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}^{(1)} + b_1 \dot{x}^{(1)} + b_2 x^{(1)} &= b_3 \\ x_0^{(1)} = \dot{x}_0^{(1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$  由下面求得:

$$\begin{aligned} (b_1, b_2, b_3)^T &= (B_1^T B_1)^{-1} B_1^T Y \\ B_1 &= \begin{bmatrix} -a_2 & -0.5(a_1^{(1)} + a_2^{(1)}) & 1 \\ -a_3 & -0.5(a_2^{(1)} + a_3^{(1)}) & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_N & -0.5(a_{N-1}^{(1)} + a_N^{(1)}) & 1 \end{bmatrix} \\ Y &= \begin{bmatrix} a_2 - a_1 \\ a_3 - a_2 \\ \cdots \\ a_N - a_{N-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

设式(1)的特征根为  $\lambda_1 = a + bi$ ,  $\lambda_2 = a - bi$ ,  $j = \sqrt{-1}$ , 故

$$x_{t+1}^{(1)} = e^{at} [c_1 \cos bt + c_2 \sin bt] + b_3 / b_2 \quad (3)$$

其中,  $c_1$ 、 $c_2$  由式(1)的初始条件确定。则可得原始时序  $\{a_t\}$  的预测公式为:

$$\begin{aligned} a_{t+1} &= e^{at} [(ac_1 + bc_2) \cos bt + (ac_2 - bc_1) \sin bt] \\ \ddot{x}_{gt} &= a_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\varepsilon_t = \ddot{x}_{gt} - a_t$  近似为白噪声。

## 3 模糊控制策略(在此称为控制律 I)

模糊控制作为基于工程经验的控制方法, 它易于实行且控制规则易于修改, 使得控制的有效性能够得到充分保证。通常模糊控制的控制力是依据模

模糊推理运算得到的。它的基本思路是依据模糊控制规则由输入变量的取值来确定输出变量的取值。一个模糊控制器的设计一般有如下几个步骤：① 选择合适的输入输出变量并定义它们；② 确定语言变量的数据信息(输入量模糊化、模糊论域等)；③ 建立模糊控制规则库；④ 进行模糊推理运算；⑤ 解模糊运算得到所需控制力。在得到了模糊控制力后，就可以由控制装置产生实际控制力对结构进行振动控制。

本文模糊控制的输入变量取结构的速度响应，输出变量取结构所需控制力。文中的输入输出语言变量均取 7 个语言值，即{NB,NM,NS,ZE,PS,PM,PB}。其中：

PB=正大 PM=正中 PS=正小

ZE=零 NS=负小 NM=负中 NB=负大

文中速度语言变量论域的界限分别取结构无控时的速度峰值。控制装置产生的最大控制力取为结构总重量的 3%。输入输出变量的隶属函数均取三角形隶属函数，其形式如图 1 所示。其中  $V_{0\max}$  和  $U_{0\max}$  分别为结构在无控时的速度峰值及控制力的最大值， $\alpha$ 、 $\beta$  为输入输出变量的调整系数，其值依据实际情况取定。

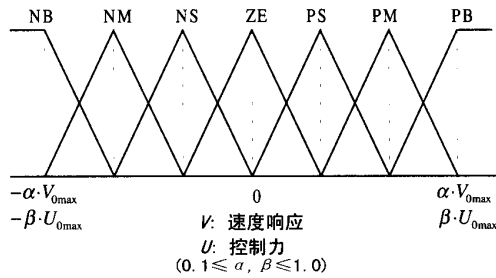


图 1 隶属函数图

Fig.1 Diagram of membership function

表 1 模糊推理规则

Table 1 Fuzzy inference rules

|      | 输入变量 |    |    |    |    |    |    |
|------|------|----|----|----|----|----|----|
|      | NB   | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
| 输出变量 | PB   | PM | PS | ZE | NS | NM | NB |

模糊控制规则是模糊控制的核心部分，它的内容是根据专家的经验确定的，不需要建立数学模型和进行复杂的理论推导，并可以根据专家的经验随时对控制准则进行调整。本文所采用的模糊控制规则如表 1 所示。采用重心法对模糊输出量进行解模糊处理，就可以得到作用在受控结构上的模糊控制

力。如果输出结果不理想，可以采用不同的隶属函数、模糊控制规则和解模糊处理方法来调节输入输出映射关系。

## 4 迟时控制律

### 4.1 多自由度线性系统的模糊控制力

对于多自由度线性系统，设控制力迟时为  $\delta t$ ，在时间  $[t_{k-1}, t_{k-1} + \Delta t]$  内：

$$\begin{aligned} & \ddot{X}^T [M\ddot{X}\Delta_t + C\dot{X}\Delta_t + KX\Delta_t] \\ & = \Delta_t \ddot{X}^T DU(t - \delta t) - \Delta_t \ddot{X}^T M\{1\}\ddot{x}_g \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $D$  为控制力位置矩阵； $U$  为控制力向量； $M$ 、 $K$ 、 $C$  分别为结构的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵。

采用线性加速度法：

$$\begin{aligned} & \dot{X}^T [\Delta_t KX + (M + \Delta_t C)\dot{X}] \\ & = \Delta_t \dot{X}^T [DU(t_{k-1} - \delta t) - M\{1\}\ddot{x}_g + M\dot{X}_{k-1}] \end{aligned} \quad (6)$$

令：

$$\begin{aligned} Z &= (X^T, \dot{X}^T)^T, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K\Delta_t & M + \Delta_t C \end{bmatrix}, \\ W_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ M\{1\}\Delta_t \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 0 \\ D\Delta_t \end{bmatrix}, \\ B_3 &= \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} \end{aligned}$$

则：

$$Z^T (Q_2 Z + W\ddot{x}_g - VU - W_1 Z_{k-1}) = 0 \quad (7)$$

取哈密顿函数为：

$$H = Z^T Q_1 Z + U^T RU + \lambda Z^T (Q_2 Z + W\ddot{x}_g - VU - W_1 Z_{k-1})$$

求  $H$  的极值可得：

$$\begin{cases} Q_1 Z + \lambda Q_2 Z = 0 \\ 2RU - \lambda V^T Z = 0 \end{cases} \quad (8)$$

令：

$$Y = KX\Delta_t + (M + \Delta_t C)\dot{X} \quad (9)$$

则：

$$U = \begin{cases} 0 & Y = 0 \\ -\frac{[0 \ Y^T] Q_1 Z \Delta_t R^{-1} B^T Z}{Y^T Y} & Y \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

令：

$$\alpha' = \frac{[0 \ Y^T] \Delta_t Q_1 Z}{Y^T Y}, \quad Q_1 = \begin{bmatrix} Q_{11} & \\ & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

则： $\alpha'$  是  $Z$  的函数，而  $Y^T Y = Z^T Q_2^T Q_2 Z$

$$\alpha' = \frac{\Delta_t Y^T (Q_1 X + Q_2 \dot{X})}{Y^T Y} \quad (12)$$

由式(11)、(13)求解很不方便。为简化计算，可取次优化的 $Q_1^{[2]}$ ：

$$Q_{11} = \alpha K, \quad Q_{22} = \frac{\alpha}{\Delta_t} (M + \Delta_t C), \quad \alpha > 0$$
$$U = \begin{cases} 0 & Y = 0 \\ -\alpha R^{-1} B^T Z & Y \neq 0 \end{cases} \quad (13)$$

取  $R$  为纯量矩阵，并取  $\alpha R^{-1} = \beta I, \beta > 0$ ，则：

$$U = \begin{cases} 0 & Y = 0 \\ -\beta D^T \dot{X} & Y \neq 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$M\ddot{X} + (C + \beta DD^T)\dot{X} + KX = -M\{1\}\ddot{x}_g \quad (15)$$

式(15)说明： $U$  的作用是增大了系统的阻尼，且可取足够大的  $\beta$ ，使得阻尼大幅度增加。 $\beta$  的选取由控制力所确定，即：

$$u_{j\max} = \beta |\dot{x}_j|_{\max} \leq [u], \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$[u]$  为控制力上限。

4.2 控制力迟时  $\delta t$

控制系统存在迟时问题且随着系统自由度的增加， $\delta t$  迅速增大；计算及施力系统越优良， $\delta t$  就越小；控制系统越复杂， $\delta t$  就越大。

一般  $\delta t < 0.1T_1$ ，即要求计算机处理要迅速。另一方面， $\delta t$  的控制值与地基情况及外干扰有关， $\delta t < 0.2T_g$  ( $T_g$  为卓越周期)。

为讨论简便，下面对式(14)作深入研究，实际上， $t$  时刻的控制力为：

$$U(t - \delta t) = \begin{cases} 0 & t < \delta t \\ -\beta D^T \dot{X}(t - \delta t) & t \geq \delta t \end{cases} \quad (16)$$

上式称为控制律 II。

若将  $\dot{X}(t)$  展开：

$$\dot{X}(t) = \dot{X}(t - \delta t) + \ddot{X}(t)\delta t + \varepsilon(\delta t^2) \quad (17)$$

则有：

$$(M - \beta DD^T \delta t)\ddot{X} + (C + \beta DD^T)\dot{X} + KX = -M\{1\}\ddot{x}_g + \beta DD^T \varepsilon(\delta t^2) \quad (18)$$

5 算例

例 1：图 2 为武汉建造的弯剪型十八层住宅计算简图，设计和建造都没设置控制器，其设计参数见表 2，结构阻尼比取  $\xi_i = 0.05$ ，表 2 中  $k_i$  为层间折算抗剪刚度。

外干扰：El-Centro 波，模拟成：

$$\ddot{x}_{gt} = a_t + \varepsilon_t$$
$$a_{t+1} = e^{at} [(ac_1 + bc_2) \cos bt + (ac_2 - bc_1) \sin bt] \quad (19)$$

$a = -0.0526, \quad b = 0.079, \quad c_1 = 150.1, \quad c_2 = -99.86$

表 2 住宅设计参数

Table 2 Design parameters of building

| 层数    | 质量 $M/t$ |     | $k_i$ ( $10^5 kN/m$ ) |      |
|-------|----------|-----|-----------------------|------|
|       | 无控制      | 有控制 | 无控制                   | 有控制  |
| 1     | 672      | 670 | 4.56                  | 3.25 |
| 2~12  | 568      | 550 | 4.56                  | 3.05 |
| 13~17 | 556      | 545 | 4.56                  | 2.90 |
| 18    | 750      | 740 | 3.74                  | 2.50 |

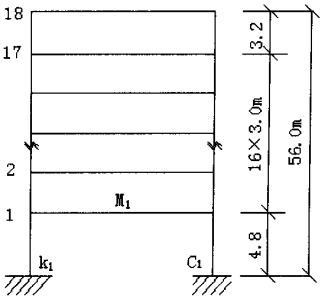


图 2 住宅计算简图

Fig.2 Building diagram

控制器：顶层主动 TMD，其中，

$k = 3400 kN/m, \quad m_{19} = 210 kN \cdot s^2/m,$

$c = 265 kN \cdot s/m, \quad \beta = 1.5 \times 10^5 kN \cdot s/m$

通过数值计算，得到两种控制律作用下的控制反应，如表 3 所示。

从表 2 和表 3 可见：

(1) 无控制时，最大位移  $\Delta = 16.35 mm < H/1000$ ，在控制律 II 和控制律 I 分别作用下， $\Delta$  分别为： $\Delta = 10.84 mm = H/5166$  和  $\Delta = 9.83 mm = H/5783$ ，控制效果分别为无控制时的 66% 和 60%。

(2) 从位移和加速度反应可见：在控制律 I、II 作用下，结构参数可相应减小。

表 3 住宅地震反应

Table 3 Seismic responses of building

| 层数 | 位移/mm |       |        | 加速度/( $cm/s^2$ ) |       |        |
|----|-------|-------|--------|------------------|-------|--------|
|    | 无控制   | 控制律 I | 控制律 II | 无控制              | 控制律 I | 控制律 II |
| 10 | 10.82 | 6.51  | 6.73   | 10.85            | 6.25  | 6.57   |
| 12 | 12.51 | 7.64  | 8.12   | 12.23            | 7.13  | 7.68   |
| 16 | 14.22 | 8.97  | 9.53   | 13.65            | 7.38  | 8.33   |
| 18 | 16.35 | 9.83  | 10.84  | 15.35            | 8.53  | 9.15   |

## 6 小结

1、利用时间序列分析,采用 GM(2,1)法从地震波中提取确定性函数,其残差接近白噪声,而且经 20 条地震波验证其正确性,这为结构反应和控制力的预测打下较好的基础。

2、考虑到控制力的迟时,当取控制器的自振频率接近结构的自振频率( $T_1$ )时,控制律 不亚于控制律 的作用,且为减小迟时,以后力争采用先进设备、先进算法等。

3、在现阶段,采用控制律 较有效,预测也较方便。

## 参考文献:

- [1] 杨叔子, 吴雅. 时间序列分析的工程应用[M]. 华中理工大学出版社, 1991.  
Yang Shuzi, Wu Ya. The engineering application of time series analysis[M]. The Publishing House of Huazhong University of Science and Technology, 1991.
- [2] 李桂青, 徐家云. 结构控制二次型目标权函数及 Riccati 方程解法[J]. 武汉工业大学学报, 1993, 15(4): 74.  
Li Guiqing, Xu Jiayun. The solution of weight of the objective function with quadratic form and reduction of Riccati equation in structural control[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 1993, 15(4): 74.

## ON TWO STRUCTURE FORECASTING CONTROL RULES

XU Jia-yun<sup>1</sup>, CHEN Bo<sup>1</sup>, PENG Wen-tao<sup>2</sup>

(1. Wuhan University of Technology, Wuhan 430070; 2. Wuhan Harbour Engineering Design and Research, Wuhan 430071)

**Abstract:** In order to avoid the complicated calculation and solve the time-delaying problem of structure control, the earthquake action is simulated with GM (2,1) model in this paper. The control force forecasting and time-delay method are discussed in detail. The control effects of structure under earthquake excitation are studied by using the fuzzy control method and the second optimization control method. Results indicates that both control methods achieve excellent effects and the second optimization control method can behave as well as fuzzy control method after optimizing its control parameters.

**Key words:** earthquake simulation; control forecasting; structure control; fuzzy control