

# 复合材料构件的细观破坏、反演分析

曹志远, 唐寿高, 付志平

(同济大学工程力学与技术系, 固体力学教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘 要:** 本文探讨一种将材料细观结构与构件宏观响应联系起来的直接算法。该法基于宏观计算, 却给出细观力学量, 并可反映材料细观结构特征, 特别适用于复合材料构件的细观破坏与反演分析。

**关键词:** 细观元; 微结构材料; 破坏; 反演

**中图分类号:** Q316 **文献标识码:** A

近代随着高新技术的突飞猛进, 具有微结构的新材料正得到迅速发展与广泛应用, 主要包括纤维(编织、颗粒、片膜、混杂)增强(树脂、陶瓷、金属)基体复合材料, 特种(玻璃筋、短纤维、钢板、钢丝)混凝土, 新型(层迭、夹层、骨架式、网架式)金属材料等。它们的共同特点在于材料宏观特性不但决定于构成材料特性, 而更重要取决于其细观构造特征, 并具有宏观特性可调节性及异于一般匀质材料的破坏现象与机理。为有效进行具有微结构的新材料构件力学分析与可控性设计, 提出一种“细观元法”。

具有微结构新材料用一般有限单元法对细观结构构造进行组成件的离散与计算, 其工作量极大; 而按等效连续体方法计算(仅在材料常数统计意义上反映非匀质与各向异性)则不能给出组成件(纤维、基体、界面、片膜、骨架等)详细力学状态, 因而难于进一步进行破坏过程分析与反演分析, 达到细观构造优化与性能调控等目的。而细观元应用超级元原理<sup>[1~2]</sup>, 将细观组成件类比为复杂结构的构件; 将新材料构件按整体剖分单元类比为复杂结构的超级元, 即可建立细观元法算式, 同样具有计算简便, 而又给出每个细观组成件的详情力学量的特点, 这为这类构件的细观元破坏与反演分析提供了方便与可能。

## 1 细观元基本方法

### 1.1 细观元的位移模式

对于具有内部微结构材料制成的构件, 可以按外形用常规有限元剖分为若干单元(细观元), 而每个单元按其构件特性(梁、拱、板、壳等)用有限元方法可写出单元内部任一点的位移分量列阵<sup>[3]</sup>

$$\{u\} = [N]\{\delta\} \quad (1)$$

其中,  $[N]$ 为形函数矩阵;  $\{\delta\}$ 为细观元的结点自由度。

### 1.2 细观组成件的力学分析与运算矩阵转换

每个细观元具有内部细观结构, 包含有各种细观组成件(如纤维、基体、骨架、颗粒、片膜等)。对每个细观元内所含各个组成件进行细观力学及其相互间协调、平衡分析则可采用细观层次上的有限元方法。首先写出每个细观组成件的位移列阵

$$\{u^e\} = [N^e]\{\delta^e\} \quad (2a)$$

式中  $\{u^e\}$ ,  $[N^e]$ ,  $\{\delta^e\}$  分别为细观组成件的位移、形函数及结点自由度阵, 而其中

$$\{\delta^e\} = [\cdots \cdots u_{kj}^e \cdots \cdots]^T \quad (2b)$$

式中  $u_{kj}^e$  为细观组成件第  $j$  个结点的第  $k$  个广义位移。

对细观组成件进行力学分析, 可以列出其相应的应变、应力(内力)列阵及其刚度阵、载荷阵算式, 分别为<sup>[3]</sup>

$$\{\varepsilon^e\} = [B^e]\{\delta^e\}, \quad \{\sigma^e\} = [D^e]\{\varepsilon^e\},$$

$$[K]^* = \int [B^e]^T [D^e] [B^e] d\Omega, \quad \{F\}^* = \int [N^e]^T \{q\} d\Omega \quad (3)$$

考虑到各细观组成件间变形协调与共同作用, 可将细观组成件第  $j$  个结点在细观元内空间坐标值代入到细观元位移模式(1), 再按  $u_k$  本身定义, 写出每个  $u_{kj}^e$ , 然后形成列阵, 显然可建立以细观元结点自由度  $\{\delta\}$  来表达的细观组成件结点自由度列阵, 即

$$\{\delta^e\} = [\dots u_{kj}^e \dots]^T = [A]\{\delta\} \quad (4)$$

代回式(2a)、(3), 则细观组成件的位移阵、应变阵转换为

$$\{u^e\} = [N^e]\{\delta^e\} = [N^e][A]\{\delta\} = [\bar{N}]\{\delta\} \quad (5a)$$

$$\{\varepsilon^e\} = [B^e]\{\delta^e\} = [B^e][A]\{\delta\} = [\bar{B}]\{\delta\} \quad (5b)$$

而细观组成件对应于细观元自由度  $\{\delta\}$  的刚度阵、载荷阵可转换为

$$[K]^e = \int [\bar{B}]^T [D^e] [\bar{B}] d\Omega$$

$$= \int [A]^T [B^e]^T [D^e] [B^e] [A] d\Omega = [A]^T [K]^* [A] \quad (6a)$$

$$\{F\}^e = [A]^T \{F\}^* \quad (6b)$$

### 1.3 细观元运算矩阵及构件算式

一个细观元含有许多组成件, 每个组成件按式(6)算得运算矩阵  $[K]^e$ ,  $\{F\}^e$  均相对于同一细观元自由度  $\{\delta\}$  的, 因此细观元的运算矩阵只是其所含全部组成件的运算矩阵元素的简单叠加, 即

$$[K] = \sum_e [K]^e, \quad \{F\} = \sum_e \{F\}^e \quad (7)$$

而将这些细观元运算矩阵进行类同一般有限元的集合, 即可建立整个构件算式

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (8)$$

基本算式(8)从其形成过程可以看出已经反映了每个细观组成件的几何、物理参数(式(3))及相对位置关系(式(4)), 因此式(8)的解, 即构件宏观响应,

可与材料细观结构发生关联。换句话说, 材料任何细观上的微小变化均可在结构宏观响应上得到反映。

由式(8)算出  $\{\delta\}$  后, 根据式(2a)、(3)、(4), 材料中组成件的细观力学量为:

$$\{u^e\} = [N^e][A]\{\delta\}, \quad \{\varepsilon^e\} = [B^e][A]\{\delta\},$$

$$\{\sigma^e\} = [D^e][B^e][A]\{\delta\} \quad (9)$$

## 2 用细观元法进行构件破坏分析

具有微结构新材料构件的破坏是从局部细观组成件(如界面、纤维等)开始, 并逐渐扩展到其他组成件。破坏过程计算分析需要逐步迭代进行。首先按细观元法计算各组成件应力状态; 并按各组成件相应破坏准则识别出现破坏的首个组成件; 再按该组成件的失效系数重新形成折算后系统刚度阵, 计算破坏状态, 进行迭代计算, 直至折算前后破坏状态一致; 然后再逐次加载, 重复上述过程, 计算出破坏区的发展, 直至系统整体失效。

作为具有微结构新材料构件的实例, 下面分析纤维增强基体复合材料构件。复合材料主要由各类纤维及基体组成, 同时存在两者间界面, 这三者均有可能破坏, 且破坏可在三者间交替发生与发展。为实现上述破坏计算, 当然还要确定三者破坏准则与失效系数, 这可参见[4]。

纤维增强复合材料层合板, 四边简支, 四层铺设成  $[0^\circ/30^\circ/30^\circ/0^\circ]$ , 边长 1m, 单层厚 2mm; 材料参数有: 纤维弹模  $4 \times 10^5 \text{MPa}$ , 截面积  $9 \times 10^{-6} \text{mm}^2$ , 体积比 0.6; 基体弹模  $4 \times 10^3 \text{MPa}$ , 泊松比 0.35; 由于双对称性取四分之一板划分为  $14 \times 14 \times 2$  个三角形细观元; 初始载荷为均布

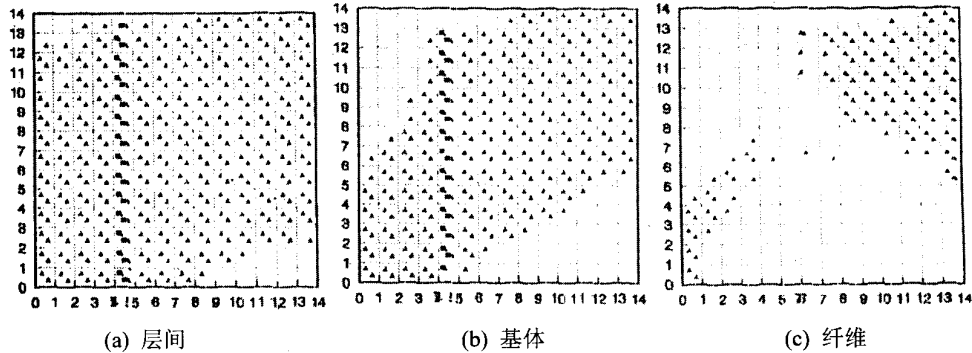


图1  $m=9$  时破坏区分布

Fig.1 Distribution of damage zones for  $m=9$

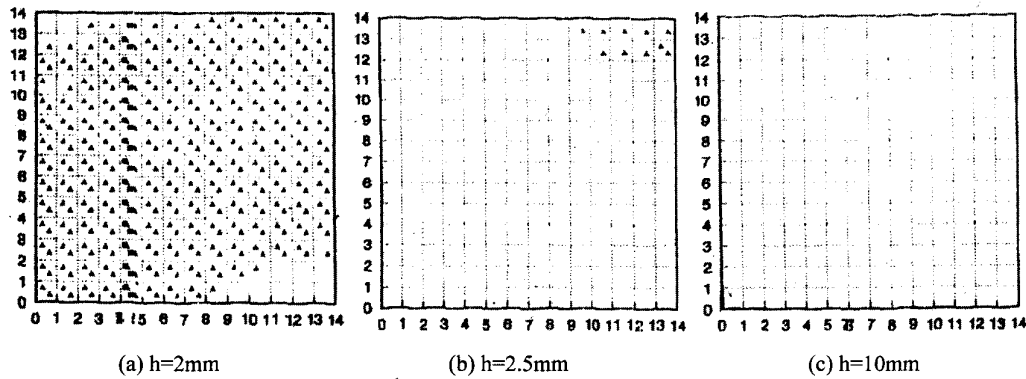


图2 厚度变化时层间破坏区分布

Fig.2 Distribution of damage zones between layers for different thickness  $h$ 

$3 \times 10^{-2} \text{MPa}$ , 角区集中力  $0.6 \text{kN}$ , 并按  $[1+(m-1) \times 0.2]$  比例逐次简单加载 ( $m$  为加载次数)。

计算表明, 随载荷增大 ( $m$  增大), 先在层间发生破坏, 然后发展到基体、纤维, 破坏区不断扩大, 至  $m = 9$  时系统失效, 这时层间(第一、二层间)、基体(第二层)、纤维(第二层)破坏区分布(▲代表破坏单元)如图1所示。当增加单层板厚  $h$  (其他参数不变,  $m = 9$ ) 时, 层间(第一、二层间)破坏区缩小, 如图2所示。

### 3 用细观元法进行构件反演分析

由给定载荷场(或温度场、电磁场等)及系统几何、物理、边界参数等求取响应(位移、应变、应力、固有频率、模态等)称为力学正分析; 反之, 已知响应及其他条件求取系统原始(几何或物理或边界或载荷)参数则称之为反分析或反演。对于具有微结构新材料构件或结构, 反演还包括求取材料内部细观构造(如复合材料的纤维体积比、纤维直径、纤维铺设角、纤维物理性能等)。

具有微结构新材料结构的反演可以用上述细观元法进行正分析, 应用一维搜索法(如组合 D.S.C-Powell 法, Powell 方向加速法等<sup>[5]</sup>)求取响应正分析与响应目标间最小二乘极值, 即可反演出系统某原始参数。下面以复合材料构件为例, 给出用细观元法进行反演分析的结果。

四边简支纤维增强复合材料方板, 纤维铺设角为  $[0^\circ/90^\circ/45^\circ/-45^\circ]_s$ , 边长  $0.1 \text{m}$ , 厚  $1 \text{mm}$ ; 已知纤维弹模  $100 \text{GPa}$ , 泊松比  $0.22$ , 体积比  $0.6$ ; 其上作用均布载荷  $100 \text{kPa}$ ; 试验测得板上五个点的挠度值分别为(角点为坐标原点): 点 1(0.05, 0.05)  $0.01195 \text{cm}$ , 点 2(0.0375, 0.05)  $0.01105 \text{cm}$ , 点 3(0.0375, 0.025)  $0.00805 \text{cm}$ , 点 4(0.0875,

$0.0125)$   $0.00138 \text{cm}$ , 点 5(0.0875, 0.05)  $0.00454 \text{cm}$ 。表 1 为通过反演求得的基体弹模  $E_m$  及泊松比  $\mu_m$  值。该板实际基体弹模为  $5 \times 10^9 \text{Pa}$ , 泊松比为  $0.3$ , 十分吻合。

表1 复合材料板的基体弹模及泊松比的反演

Table 1 Back analyses of  $E_m$  and  $\mu_m$  of composite plates

| 搜索次数 | $E_m(10^9 \text{Pa})$ | $\mu_m$ |
|------|-----------------------|---------|
| 初始值  | 0.00000               | 0.0000  |
| 1    | 5.27568               | 0.0000  |
| 2    | 5.27568               | 0.2028  |
| 3    | 5.20825               | 0.2002  |
| 4    | 5.20401               | 0.2002  |
| 5    | 5.20801               | 0.2003  |
| 6    | 5.09108               | 0.2766  |
| 7    | 5.05826               | 0.2766  |
| 8    | 5.03784               | 0.2899  |
| 9    | 5.02588               | 0.2899  |
| 10   | 5.01776               | 0.2952  |
| 11   | 5.00027               | 0.2998  |
| 12   | 5.00043               | 0.2998  |
| 13   | 5.00014               | 0.2999  |
| 结束   | 5.00014               | 0.2999  |

### 4 结束语

细观元法对于具有微结构新材料构件及结构分析, 特别是其破坏与反演分析, 是一种十分有效的简便方法。细观元法进一步研究与应用将可用来解决具有微结构新材料构件及结构的破坏控制与可控性设计计算。

## 参考文献:

- [1] 曹志远. 复杂结构分析的超级元法[J]. 力学与实践, 1992, 14(4): 10 .  
Cao Zhiyuan. Super element method for the analysis of complicated structures[J]. Mechanics and Practice, 1992, 14(4):10
- [2] 曹志远. 超级有限元法的发展与应用[C]. 计算力学理论与应用, 北京: 科学出版社, 1992:188.  
Cao Zhiyuan. Development and application of super element method[C]. Theory of Computational Mechanics and Its Applications, Beijing: Science Press, 1992:188.
- [3] 朱伯芳. 有限元理论与应用[M]. 北京: 水利电力出版社, 1979.
- Zhu Bofang. Theory and applications of finite element method[M], Beijing: Hydraulic and Electric Press, 1979.
- [4] 王震鸣. 复合材料力学和复合材料结构力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.  
Wang Zhenming. Mechanics and structural mechanics of Composite Materials[M]. Beijing: China Machine Press, 1991.
- [5] 陈开周. 最优化计算方法[M]. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1991.  
Chen Kaizhou. Computational methods of optimization [M]. Xi'an: Northwest Communication Engineering Institute Press, 1991.

## DAMAGE AND BACK ANALYSIS OF COMPOSITE STRUCTURES

CAO Zhi -yuan , TANG Shou-gao,FU Zhi-ping

(Dept.Of Engineering Mechanics and Technology,Key Laboratory of Solid Mechanics of MOE,Tongji University,Shanghai 200092)

**Abstract:** In this paper, a microelement method for the interrelation analysis between the microstructure of material and the mactoscopic response of structural member is presented.Based on macroscopic analysis,the micro-mechanical results are obtained and the microscale structural characters are reflected in the damage and back analysis of members made of composite materials.

**Key words:** microelement;material with microstructure;destruction;back analysis