

桥梁风致颤振临界状态的全域自动搜索法

华旭刚, 陈政清

(中南大学土木建筑学院, 湖南长沙 410075)

摘 要 : 本文进一步完善了桥梁风致颤振三维分析的多模态参与单参数搜索 M-S 法 : 实现了无量纲风速范围内多个可能颤振形态的全域自动搜索 ; 构造了考虑结构阻尼的自动迭代法 ; 分析过程不需任何人工干预。文末虎门桥算例展示了本文方法的优点 : 计算过程不需人工干预, 计算结果稳定。改进后的方法已在作者开发的大跨度桥梁空间静动力分析 NACS 程序的 Windows 版本中实现。桥梁设计人员可以直接应用 NACS 程序方便快捷地预测桥梁的颤振临界风速, 也可供桥梁抗风研究应用。

关键词 : 大跨度桥梁 ; 有限元 ; 颤振临界风速 ; 全域自动搜索 ;

中图分类号 : TU328 **文献标志码 :** A

1 引言

1940 年, 美国的旧 Tacoma 大桥因风振而坠落的故事震惊了桥梁工程界, 桥梁气动稳定问题的研究得到了普遍重视。尤其是现代桥梁日益向轻柔、大跨径方向发展, 基本自振周期已达到十秒以上, 使桥梁气动稳定问题日益突出, 确定桥梁颤振临界风速已成为大跨度桥梁设计中的一个基本问题。将现代有限元技术与桥梁空气动力学结合, 利用节段模型实验资料与全桥三维有限元模型对大跨度桥梁实施三维颤振分析, 是一种确定颤振临界风速的有效手段。颤振是一种自激振动, 取决于桥梁的结构特性、断面形式、风的攻角、风速等因素, 其求解可归结为某种特征值问题。谢霖明和项海帆(1985)^[1]提出了三维颤振分析的状态空间法, 他们将结构和气流作为一个系统来处理, 并用 M 个结构广义坐标和 N 个气动力模型变量作为描述该系统的状态参量, 把问题归结为 $M(N+2)$ 阶的状态空间颤振方程, 对它进行求解, 然后从 $M(N+2)$ 个根中识别出 M 个结构模态根, 过程较为复杂。英国的 T.J.A.Agar (1989)^[2], 美国的 A.Namini (1992)^[3]等提出的方法都采用有限元法, 可以考虑全桥的多模态参与作用, 选入 m 个参与振型后, 文献[2]、[3]方

法都归结为一个 $2m$ 阶的复特征值问题, 系数矩阵含有两个参数, 故需对两个参数作二维搜索来确定颤振临界风速, 使用很不方便。

陈政清(1992、1993、1994)^{[4]、[5]、[6]}提出了一种多模态参与单参数搜索 M-S 法, 该法最后归结为一个 m 阶的复特征值问题, 在无量纲风速范围内直接对无量纲风速 $\tilde{v}$ 进行搜索。M-S 法由于实现了单参数搜索, 计算十分简便快捷, 应用于我国虎门桥、江阴桥等多座大桥颤振分析, 均能与全桥模型试验基本吻合。同时, 在实际应用中也发现了 M-S 法尚需进一步改进的地方 : (1) 当考虑结构阻尼时, 需要人工对颤振频率进行迭代 ; (2) 若结构存在多个可能的颤振状态时, 不能自动搜索出无量纲风速范围内的所有颤振状态。此外, 受篇幅限制, 陈政清在文献[4]~[6]中只对 M-S 法理论作了简略的介绍。

本文给出了多模态参与单参数搜索 M-S 法的全套理论与计算方法, 在此基础上进一步完善了桥梁风致颤振三维分析的 M-S 法 : 实现了无量纲风速范围内多个可能颤振形态的全域自动搜索, 构造了考虑结构阻尼的自动迭代的方法。经改进后的 M-S 法的分析过程不需任何人工干预, 不要求使用者具备很深的桥梁风振知识, 计算结果稳定。全部计算

收稿日期 : 2000-10-22 ; 修改日期 : 2001-02-16

基金项目 : 国家自然科学基金资助项目(59778043)和重点项目(59895410)联合资助

作者简介 : 华旭刚(1978), 男, 浙江义乌人, 桥梁工程研究生, 主要从事大跨度桥梁抗风研究

陈政清(1947), 男, 湖南湘潭人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事大跨度桥梁非线性和抗风研究

过程已在作者开发的大跨桥梁空间非线性静、动力分析程序 NACS 的 Windows 版本中实现。一般桥梁设计人员均可以直接应用 NACS 程序方便快捷地预测桥梁的颤振临界风速。

2 多模态参与单参数搜索 M-S 法^[4] [5] [6]

2.1 基本假定：

条带假定：主梁为直线梁，沿跨度方向气动性能一致。

风垂直作用于主梁。

忽略塔、缆索的气动效应。

2.2 大跨度桥梁的三维颤振运动方程：

N 个自由度体系的振动方程为：

$$[M]\{\ddot{a}\} + [C]\{\dot{a}\} + [K]\{a\} = \{F\} \quad (1)$$

$\{F\}$ 为自激力矩阵，按 Scanlan 气动力表达式，主梁单位长度上受到的气动升力 L 和气动扭矩 M 可以表示为竖向振动 h 和扭转振动 a 的函数：

气动升力：

$$L = \frac{1}{2} r V^2 (2B) [KH_1^* \frac{\dot{h}}{V} + KH_2^* \frac{B\dot{a}}{V} + K^2 H_3^* a + K^2 H_4^* \frac{h}{B}] \quad (2a)$$

气动扭矩：

$$M = \frac{1}{2} r V^2 (2B^2) [KA_1^* \frac{\dot{h}}{V} + KA_2^* \frac{B\dot{a}}{V} + K^2 A_3^* a + K^2 A_4^* \frac{h}{B}] \quad (2b)$$

式中： V 为风速， r 为空气的质量密度， B 为桥面宽， K 为无量纲频率，其表达式为 $K = \frac{Bw}{V}$ ， w 为振动圆频率，其中风速 V 、振动圆频率 w 都是待确定的量。 $H_i^*, A_i^* (i=1,2,3,4)$ 称为无量纲气动导数，它们是无量纲风速 $\tilde{V} = V/(fB)$ 的函数，且与桥梁截面的几何形状有关。

对一个主梁单元而言，竖向振动 h 和扭转振动 a 可以用单元插值函数表示：

$$h = [N]\{a\}^e \quad \dot{h} = [N]\{\dot{a}\}^e \quad (3a)$$

$$a = [N']\{a\}^e \quad \dot{a} = [N']\{\dot{a}\}^e \quad (3b)$$

将式(3)代入(2)，沿梁单元长度积分，可将梁单元上气动力表示为单元节点气动力矢量：

$$\{F\}_e = w^2 [A]^e \{a\}^e + w^2 [B]^e \{\frac{\dot{a}}{w}\}^e \quad (4)$$

式(4)中 $[A]^e$ ， $[B]^e$ 矩阵称为单元气动力矩阵，它们

是气动导数 H_i^*, A_i^* 的函数，其具体表达式取决于形函数 $[N], [N']$ 的选取。对全桥主梁单元循环，可得到全桥气动力矩阵：

$$\{F\} = w^2 [A]\{a\} + w^2 [B]\{\frac{\dot{a}}{w}\} \quad (5)$$

从结构的固有振型中选取 m 个振型 $[F]_{N \times m}$ ，可以将自由度 $\{a\}$ 表示为

$$\{a\} = [\tilde{F}]\{x\} \quad (6)$$

其中， $\{x\} = \{x_1, \dots, x_m\}^T$ 为 m 个振型的广义坐标。

利用振型的正交性质，由(1)、(4)、(6)可以得到

$$\{\ddot{x}\} + [\tilde{C}]\{\dot{x}\} + [L]\{x\} = w^2 ([\tilde{A}]\{x\} + [\tilde{B}]\{\frac{\dot{x}}{w}\}) \quad (7)$$

式中：

$$\begin{aligned} [\tilde{A}] &= [F]^T [A] [F] \\ [\tilde{B}] &= [F]^T [B] [F] \\ [\tilde{C}] &= [F]^T [C] [F] \end{aligned} \quad (8)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} w_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & w_m^2 \end{bmatrix}$$

因阻尼不易测量，一般假定振型阻尼为对角阵

$$[\tilde{C}] = \begin{bmatrix} 2wx_1 & & & \\ & 2wx_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2wx_m \end{bmatrix}$$

设结构在气动荷载作用下的广义坐标为

$$\{x\} = \{X\} e^{i\omega t} \quad (9)$$

将(9)代入(7)，得到：

$$[L]\{X\} = w^2 ([I + \tilde{A}] + i[\tilde{B} - \frac{1}{w}\tilde{C}])\{X\}$$

令

$$[\tilde{M}] = [I + \tilde{A}] + i[\tilde{B} - \frac{1}{w}\tilde{C}], \quad l = w^2$$

可得

$$[L]\{X\} = l[\tilde{M}]\{X\} \quad (10)$$

式(10)是一个 m 阶复特征值方程，如果在某一无量纲风速 $\tilde{V} = V/(fB)$ 下，使得特征方程的 m 个复特征值中有一个 l_i 的虚部几乎为零，由式(9)可知结构在气动荷载作用下处于自激振动临界状态，颤振即将发生，这个虚部为零的特征值 l_i 即是颤振临界特征值 l_f ，与 l_f 相对应的一对共轭特征向量则确定了各个振型参与颤振的状态。由 l_f 与对应的无

量纲风速 $\tilde{V}_f$ 可解出此时的颤振临界风速 V_f 和颤振频率 w_f :

$$w_f = \sqrt{l_f} \quad (11a)$$

$$V_f = \tilde{V}_f w_f B / (2p) \quad (11b)$$

至此问题已全部解出。

2.3 颤振临界状态的特征运动

设振型 j 的自振圆频率为 w_j , 正则振型为 $\{F_j\}$, 在颤振临界状态下的广义坐标即是由式(10)确定的一对共轭特征向量, 设其实部、虚部分别为 p_j, q_j , 那么颤振临界状态下结构各自由度的特征运动方程可以表示为

$$\{x\} = \sum_{j=1}^m \{F_j\} r_j \cos(w_j t - q_j) \quad (12)$$

式中

$$r_j = \sqrt{(A^2 + B^2)(P_j^2 + Q_j^2)} \quad (13a)$$

$$q_j = \arctg \frac{Bp_j + Aq_j}{Ap_j - Bq_j} \quad (13b)$$

分别为第 j 个振型在颤振临界状态时的振幅和相位角。

式(13)中 A 、 B 是一个任意复常数的实、虚部。可以证明 对于任意两个振型 j 和 k 相对振幅 r_j / r_k 以及相位差 $q_j - q_k$ 均与 A, B 无关。因此它们是描述颤振特征运动本质的两个重要参数。

但是, 由于各个振型的变形不同, r_j / r_k 还不能准确描述各个振型对颤振的贡献。因此, 需从能量的观点考虑这一问题。

2.4 振型能量-时间曲线及平均能量比

多自由度体系的总能量为

$$E = \frac{1}{2} \{a\}^T [K] \{a\} + \frac{1}{2} \{\dot{a}\}^T [M] \{\dot{a}\} \quad (14)$$

将式(12)代入(14)并由振型的正交性, 可以得到任一振型 j 在时刻 t 的能量

$$E_j = \frac{1}{4} r_j^2 (w_j^2 + w_f^2) + \frac{1}{4} r_j^2 (w_j^2 - w_f^2) \cos 2(w_f t - q_j) \quad (15)$$

而它在一个周期内的平均能量是

$$\bar{E}_j = \frac{1}{4} r_j^2 (w_j^2 + w_f^2) \quad (16)$$

为扣除任意常数 A, B 的影响, 定义各个振型的平均能量百分比为

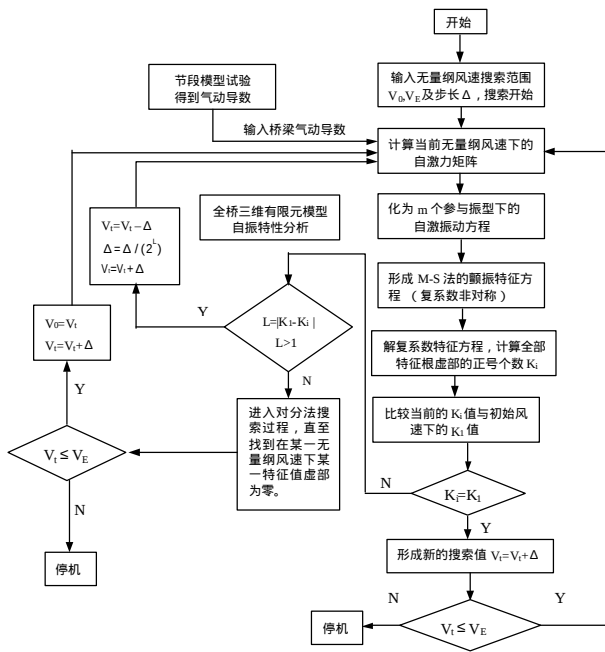
$$e_j = \bar{E}_j / \sum_{j=1}^m \bar{E}_j \quad (17)$$

e_j 取最大的那个振型就是颤振的主要振型或危险振型, 式(15)与式(17)为比较各振型参与作用提供了一个统一定量的尺度。

3 M-S 法全域自动搜索的实现过程

式(10)是一个 m 阶的复系数非对称方程, 形式上类似于一般广义特征值问题, 但由于 $[\tilde{M}]$ 本身含有未知量, 故必须用搜索法对无量纲风速进行搜索求解, NACS 程序中使用的是对分搜索求解法。值得指出的是: 考虑了多个振型的参与作用后, 结构可能存在多个颤振状态, 例如反对称振型耦合状态或正对称振型耦合状态; 一阶振型耦合或二阶振型耦合等多种可能状态, 而且无量纲风速最低并不意味着颤振临界风速最低。因此, 必须搜索出无量纲风速范围内的所有可能的颤振状态, 从而确定最低颤振临界风速和相应的颤振频率。另一方面, 考虑结构本身阻尼还需要特殊的迭代技术。由式(10)可知, 若不考虑结构阻尼, 即 $[\tilde{C}] = 0$ 时, $[\tilde{M}]$ 中只是无量纲风速 $\tilde{V}$ 的函数, 可直接对无量纲风速进行搜索, 计算出不考虑结构阻尼时的颤振临界风速和颤振频率, 实例计算表明, 此时的颤振频率与有阻尼时的颤振频率相当接近, 颤振临界风速较有阻尼时低, 结果偏于保守; 若考虑结构阻尼, 即 $[\tilde{C}] \neq 0$ 时, 则 $[\tilde{M}]$ 是无量纲风速 $\tilde{V}$ 和 w 的函数, 而 w 也是未知量, 为此, 我们采取迭代法来解决: 仍以无量纲风速 $\tilde{V}$ 为参数进行搜索, 在式(10)的 $[\tilde{M}]$ 的表达式中取 w 的初始值为 w_f^0 , 计算 $[\tilde{M}]$, 然后按一般特征值问题求解式(10), 得到 m 个特征值 $l_i, i=1, 2, \dots, m$ 。如果在某个无量纲风速 $\tilde{V} = \tilde{V}_f$ 下, l_i 中有一个 l_f 其虚部为 0, 则 $w_f^{(1)} = \sqrt{l_f}$, 再代入(10)中形成新的 $[\tilde{M}]$ 阵并再次对 $\tilde{V}$ 进行搜索求解。如此循环, 直到满足 $\left| \frac{w_f^{(k)} - w_f^{(k-1)}}{w_f^{(k)}} \right| \leq x$ 为止。

图 1 是全域自动搜索求解全过程流程图。由流程图可见, 经改进后的 M-S 法仅在计算开始第一步要求选取无量纲风速搜索范围及步长, 以后全过程自动进行, 无需人工干预, 因此使用非常方便。同时, 因计算过程中只需求解 M 阶特征值问题, 且为单参数搜索, 计算时间很短, 一般 PC 机上只需 1 分钟左右。



(注: 图中省略了对每个颤振形态的颤振频率进行自动迭代的过程)

图 1 多模态参与单参数全域自动搜索 M-S 法计算框图

Fig.1 Flow chart of computation of M-S method

4 算例

本文以广东虎门大桥施工阶段颤振分析为例说明全域自动搜索的重要性。虎门大桥是主跨为 888 米的单跨悬索桥, 主梁采用轻型钢箱梁, 桥面宽为 35.6 米^[8]。以虎门大桥第 8 个施工阶段为计算模型, 主梁拼装长度为 885 米, 其三维有限元模型见图 2, 计算模型共有 558 个节点, 667 个单元。应用 NACS 程序自振计算模块计算出该桥前 30 阶振型, 从中选出含有主梁竖向振动和扭转振动分量的 15 个振型进行全桥的三维颤振分析(因为只有它们才对颤振自激有贡献) 这样可以从多个可能的颤振形态中选出颤振临界风速最低的危险颤振形态。

从上述分析知危险颤振状态发生在第三颤振点, 最低颤振临界风速 $V_f = 88.38 \text{ m/s}$, 相应的颤振频率为 $w_f = 1.825 \text{ rad/s}$ 。耦合颤振形态以第 13 阶振型(一阶对称扭转 $w_{13} = 1.904 \text{ rad/s}$, 能量百分比为 28.7%)、第 5 阶振型(一阶对称竖弯 $w_5 = 1.408 \text{ rad/s}$, 能量百分比 22.2%)和第 14 阶振型(二阶对称竖弯 $w_{14} = 1.914 \text{ rad/s}$, 能量百分比为 21.0%)为主, 辅以少量的高阶对称竖弯振型。

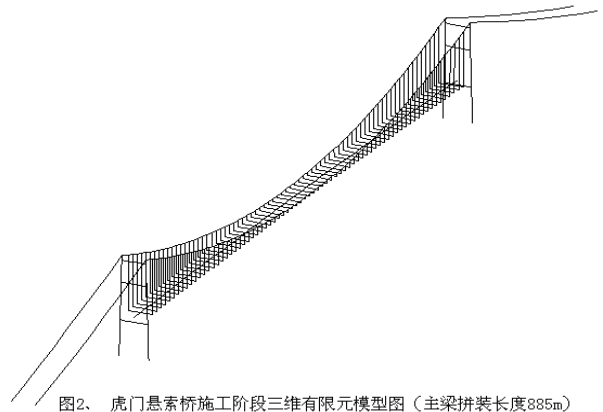


图2、虎门悬索桥施工阶段三维有限元模型图(主梁拼装长度885m)
Fig.2 3D FEM model of Humen suspension bridge during 8th erection stage

颤振分析按 NACS 程序多模态参与单参数全域自动搜索法进行, 利用攻角为 0° 时的气动导数进行三维颤振分析, 各阶振型阻尼系数均取为 0.005。在无量纲风速 1~10 范围内共搜索出 4 个颤振状态, 计算结果见表 1。

表 1 虎门大桥颤振分析结果

Table 1 Flutter analysis result of Humen suspension bridge

颤振点	无量纲风速	颤振频率	风速	主要参与振型*	颤振形态
1	7.625	2.334	100.84	19+22**	正对称竖弯 +正对称扭转
2	8.266	2.062	96.58	18**+15+19+11	正对称扭转 +正对称竖弯
3	8.547	1.825	88.38	13**+5+14	正对称扭转 +正对称竖弯
4	9.008	2.379	121.41	26**+2+3	反对称扭转 +反对称竖弯

(* 参与振型按能量百分比排序, ** 为扭转振型)

本例计算在配置 PII-350 CPU 的 PC 机上进行, 计算时间仅需 30 秒。

5 结论

本文给出了桥梁风致颤振的多模态参与单参数搜索 M-S 法的全套理论与计算方法, 进一步完善了桥梁风致颤振分析的 M-S 法, 实现了无量纲风速范围内多个可能颤振形态的全域自动搜索, 构造了考虑阻尼时的自动迭代法。整个搜索过程不需人工干预, 能自动搜索出无量纲风速范围内所有可能的颤振形态, 可以一目了然地从所有的颤振形态中选

出颤振临界风速最低的危险颤振形态,确定大跨度桥梁的最低颤振临界风速。实例计算表明,该方法计算稳定、简便。近5年来,M-S法在我国虎门悬索桥、江阴悬索桥等十多座大型桥梁的实际应用中均已获得满意结果,与全桥风洞试验基本一致。经改进的M-S法的全部计算过程已编入大跨桥梁空间静动力分析NACS程序的Windows版本,可供桥梁设计人员在桥式方案比选阶段及早预测颤振临界风速范围,也可供桥梁抗风研究应用。

参考文献:

- [1] 谢霆明, 项海帆. 桥梁三维颤振分析的状态空间法[J]. 同济大学学报, 1985, 12(3): 1-13.
Xie Jiming, Xiang Haifan. State-Space Method for 3-D Flutter Analysis of Bridge Structures[J]. Journal of Tongji University, 1985, 12(3): 1-13(in Chinese).
- [2] T. J. A. Agar. Aerodynamic flutter analysis of suspension bridges by a model technique[J]. Eng. Struc, 1989, 11(2): 75-82.
- [3] A. Namini, P. Albrecht and H. Bosch. Finite Element-based flutter analysis of cable-suspended bridges[J]. Journal of Structural Engineering, 1992, 118(6): 1509-1525.
- [4] 陈政清. 桥梁颤振临界风速值上下限预测与多模式

参与效应. 结构风工程新进展及应用[C]. 上海: 同济大学出版社, 1993. 197-203.

Chen Zhengqing. The prediction of the upper and lower limits of bridge flutter critical velocities and the effects of Multimode participating[C]. The application and progress of structural wind engineering. Shanghai: The press of Tongji University, 1993. 197-203(in Chinese).

- [5] Z. Q. Chen and T. J. A. Agar. Finite Element-based flutter analysis of cable-suspended bridges (Discussion)[J]. Journal of Structural Engineering, 1994.3, 120(3): 1044-1046.
- [6] 陈政清. 桥梁颤振临界状态的三维分析与机理研究[C]. 一九九四年斜拉桥国际学术讨论会论文集, 上海, 1994. 302-306.
Chen Zhengqing. The three dimensional analysis and behaviour investigation on the critical flutter state of bridges[C]. Proc. Sym. on cable-stayed bridge. Shanghai, 1994. 302-306(in Chinese).
- [7] 虎门悬索桥抗风稳定性试验研究之四—施工阶段抗风稳定性研究[R]. 上海: 同济大学风洞实验室, 1995.
The aerodynamic stability report of Humen bridge in erection stage[R]. Tongji University, Shanghai, 1995.

WIND-INDUCED FLUTTER ANALYSIS OF LONG-SPAN BRIDGES WITH FULLY AUTOMATIC SEARCHING METHOD

HUA Xu-gang, CHEN Zheng-qing

(College of Civil and Architecture, Central South University, Hunan Changsha 410075)

Abstract: In this paper, the method of Multimode Participating and the Single Parameter searching method (M-S method) for the three dimensional wind-induced bridge flutter analysis are improved. Automatic search of all possible critical flutter states within the full range of reduced velocity is implemented. A method of automatic iteration is presented, which is necessary when the structural damping is considered. The whole analysis procedure can automatically be carried out. The example of Humen suspension bridge is studied, showing that the analysis procedure is automatic and the result is stable. The improved method has been incorporated into the Windows version program NACS developed by the authors of this paper. The program NACS can be used directly to predict critical flutter wind velocity of bridges.

Key words: long-span bridge; finite element method; critical flutter wind velocity; fully automatic searching method