

文章编号: 1000-4750(1999)03-0140-05

钢筋混凝土吊车梁的混凝土疲劳概率分析

杨伟军¹, 赵传智², 郭在林²

(1. 长沙交通学院, 长沙 410076; 2. 武汉冶金科技大学, 武汉 430070)

摘 要: 本文基于吊车荷载随机数学模型和混凝土的疲劳试验结果, 进行了钢筋混凝土吊车梁混凝土的疲劳累积损伤概率分析, 提出了钢筋混凝土吊车梁的混凝土疲劳可靠性分析和疲劳寿命估计方法。

关键词: 疲劳可靠性; 混凝土; 吊车梁
中国分类号: TU311.2; 375.1

文献标识码: A

1 前言

随着大规模工业建设的发展, 工业厂房的不断老化, 吊车梁的疲劳累积损伤及其概率分析研究已显得越来越重要, 对此问题的研究将为工业厂房的维修工程决策和耐久性设计打下基础。吊车荷载是在工业厂房使用期间长期、间断性地作用在结构上的重要荷载, 吊车梁在它的作用下会发生疲劳破坏, 疲劳破坏实质上是一个累积损伤过程。关于结构的疲劳破坏机理和疲劳失效的概率分析, 工程界进行了比较深入系统的研究^[1]。这些研究, 大都针对航空业和机械业, 在土木学科仅着力于铁路桥梁, 对于钢筋混凝土吊车梁的疲劳失效及其概率分析缺乏研究^[2]。这些分析方法, 要进行多重数值积分, 计算复杂, 没有考虑吊车荷载的特殊性。

钢筋混凝土吊车梁的疲劳失效涉及到钢筋的疲劳失效和混凝土的疲劳失效, 本文试图充分考虑吊车荷载的随机性, 对钢筋混凝土吊车梁中的混凝土进行疲劳累积损伤的概率分析。

2 疲劳累积损伤分析

疲劳失效模式可由应力幅值 s 与循环次数 N 表示。为了描述 $s - N$ 曲线的规律, 人们提出了以下两种常用的数学模型。幂函数模型

$$s^a N = c \quad (1)$$

和指数函数模型

收稿日期: 1997-9

作者简介: 杨伟军(1962-), 男, 博士, 副教授

$$Ne^{as} = c \quad (2)$$

式中: a 和 c 为通过实验测定的材料常数。

式(2)两边取对数并简化常数后可变成

$$bs + \lg N = d \quad (3)$$

国内外对混凝土常幅疲劳强度做过一定数量的研究^[3], 表明较适用指数函数模型来描述。文献[4]以混凝土疲劳变形增量为失效依据提出应力幅与重复次数关系为

$$\frac{f_{\max}}{f_c} = \frac{f_{\min}}{f_c} + (1 - \frac{f_{\min}}{f_c})(1.09 - 0.074 \lg N) \quad (4)$$

式中: f_{\max} 、 f_{\min} 为重复应力上、下限;

f_c 为混凝土静载轴心抗压强度。

变化(4)式得

$$\frac{f_{\max} - f_{\min}}{0.074(f_c - f_{\min})} + \lg N = 14.729 \quad (5)$$

对于吊车梁而言, 当吊行车走在其它跨时, 即只有吊车梁及其附件自重作用时, 混凝土中的应力达到最小值 f_{\min} 。由于恒载相对变异很小, 可认为 f_{\min} 为常值。而 $f_{\max} - f_{\min}$ 为应力幅值, 所以式(5)与式(3)一致为指数函数模型。

上述为常幅疲劳试验结果, 当应力幅值 s 不是常数时, 可利用 Palmgren-Miner 线性累积损伤准则, 其累积损伤公式为:

$$\Delta = \sum_i \Delta_i = \sum_i \frac{N_i}{N(s_i)}$$

当累积损伤的期望值 $E[\Delta] = 1$ 时, 构件发生疲劳破坏。式中: Δ_i 是在应力幅值 s_i 下循环次数为 N_i 时的累积损伤; $N(s_i)$ 是在应力幅值 s_i 下的允许循环数。

对于应力循环幅值连续变化的情况, 设 s 的概率密度函数为 $f_s(s)$, 则

$$E[\Delta] = \int_0^{\infty} \frac{\bar{N} f_s(s)}{N(s)} ds$$

式中: \bar{N} 为构件的平均寿命或循环次数的峰值期望数。

由式(2)得

$$N(s) = ce^{-as} \quad (6)$$

$$E[\Delta] = \int_0^{\infty} \frac{\bar{N} f_s(s)}{ce^{-as}} ds = \bar{N} \int_0^{\infty} e^{as} f_s(s) ds / c$$

考虑疲劳破坏时 $E[\Delta] = 1$, 则

$$\bar{N} = \frac{c}{\int_0^{\infty} e^{as} f_s(s) ds} \quad (7)$$

3 应力幅值的数学模型

由于恒荷载的变异性很小, 式(3)、(5)的应力幅值完全是吊车荷载产生的效应。又考虑

吊车梁的正常使用状态,因而吊车荷载效应(吊车梁内力)的概率分布反映了应力幅值 s 的概率分布。吊车荷载效应不仅在时间上是随机的,而且还与吊车的空间随机位置和多台吊车随机相遇有关。这里假定: 厂房按平面排架, 吊车梁为简支; 应用 Turkstra 组合规则, 其中 1 台吊车处于最不利位置, 另 1 台吊车的位置服从均匀分布随机处于柱一侧 n 个柱距范围内(见图 1)。则吊车荷载效应(跨中截面弯矩)为:

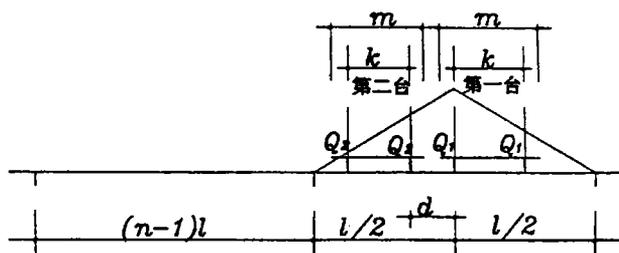


图 1 吊车荷载效应

$$s = \begin{cases} Q_1 \left[\frac{l}{4} + \max\left(\frac{l}{4} - \frac{k}{2}, 0\right) \right] + Q_2 \left[\left(\frac{l}{4} - \frac{d}{2}\right) + \max\left(\frac{l}{4} - \frac{d}{2} - \frac{k}{2}, 0\right) \right] & d = m - k \sim l/2 \\ Q_1 \left[\frac{l}{4} + \max\left(\frac{l}{4} - \frac{k}{2}, 0\right) \right] & d = l/2 \sim nl \end{cases} \quad (8)$$

式中: Q_1, Q_2 —第 1, 2 吊车的轮载, 极值 I 型分布随机变量;

d —吊车位置参数, 均匀分布随机变量;

l —吊车梁跨度;

m, k —吊车的车宽及轮距, 常量。

运用 Monte-Carlo 方法对随机变量函数 $s=R(Q_i, d_i)$ 进行数学模拟。根据 Q_i 和 d_i 的分布类型及统计参数可产生一组服从各自分布的随机数, 利用这组随机数, 由 $R(Q_i, d_i)$ 可计算出一个 s 值, 重复这个步骤 m 次, 即样本量为 m , 可产生 m 个抽样值 s_1, s_2, \dots, s_m , 统计整理后, 可得到 s 的概率分布和统计参数。得到吊车荷载效应的分布宜采用极值 I 型分布, 其分布函数和密度函数为:

$$F_s(s) = \exp\{-\exp[-\alpha(s - \mu)]\} \quad (9)$$

$$f_s(s) = \alpha \exp\{-\alpha(s - \mu) - \exp[-\alpha(s - \mu)]\} \quad (10)$$

式中参数 α 、 μ 根据吊车吨位和吊车工作制由上述分析方法统计分析得到。

4 疲劳累积损伤的概率分析

4.1 疲劳寿命估计

把式(10)代入式(7), 则有

$$\int_0^{\infty} e^{\alpha s} f_s(s) ds = \alpha \int_0^{\infty} e^{-(\alpha - a)s + \alpha \mu} e^{-e^{-\alpha(s - \mu)}} ds$$

令 $t = e^{-\alpha(s - \mu)}$ 则上式变为

$$\int_0^{\infty} e^{\alpha s} f_s(s) ds = e^{a\mu} \int_0^{\infty} t^{\beta - 1} e^{-t} dt = e^{a\mu} \Gamma(\beta)$$

代入(7)式得到疲劳寿命期望值

$$\bar{N} = \frac{C}{e^{a\mu} \Gamma(\beta)} \quad (11)$$

式中: $\beta = 1 - a/\alpha$

$\Gamma(\cdot)$ —伽马函数

利用式(11)可对吊车梁混凝土的疲劳寿命进行估计。

4.2 疲劳可靠度分析

如果用随机变量 T 描述构件的疲劳寿命,即表示构件从开始工作到失效的连续正常工作时间,则构件在时刻 t 的可靠度 $R(t)$ 为随机变量 T 大于时间 t 的概率。

$$R(t) = P(T > t)$$

构件的失效概率分布函数为

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(t) dt$$

式中: $f(t)$ 表示构件的失效概率密度函数。

$$R(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt$$

随机疲劳试验表明,疲劳寿命或循环次数的分布可用对数正态分布或威布尔分布来描述,本文采用对数正态分布,其密度函数和分布函数分别为:

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma_{\ln t}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu_{\ln t}}{\sigma_{\ln t}}\right)^2\right]$$

$$F(t) = \frac{1}{\sigma_{\ln t}\sqrt{2\pi}} \int_0^t \frac{1}{x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln t}}{\sigma_{\ln t}}\right)^2\right] dx$$

式中 $\mu_{\ln t}$ 和 $\sigma_{\ln t}$ 分别称作对数均值和对数均方差; t 为疲劳寿命,可用时间或循环次数表示。

改用循环次数 N 来表示疲劳寿命,则

$$R(N) = 1 - F(N) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln N - \mu_{\ln N}}{\sigma_{\ln N}}\right) = \Phi\left(\frac{\mu_{\ln N} - \ln N}{\sigma_{\ln N}}\right) \quad (12)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

变化式(6)有

$$\ln N = \ln c - as \quad (13)$$

故由 s 的统计参数和上式可求得 $\mu_{\ln N}$ 、 $\sigma_{\ln N}$ 。

5 算例分析和结论

有一单层单跨工业厂房,设置 300kN 吊车 2 台,中级工作制,钢筋混凝土排架结构,6m 跨钢筋混凝土吊车梁,混凝土为 C30。混凝土疲劳失效模式采用式(5);吊车荷载效应分布及其统计参数由本文第三部分方法得到,进而得到应力幅值的单位值的均值和均方差分别为 0.273 和 0.060。根据前述分析步骤,由式(11)得到疲劳寿命期望值 $\bar{N} = 2.1 \times 10^9$ 次;由式(12)得到当循环次数 N 分别为 10^9 、 10^8 、 10^7 次时的疲劳可靠度(表 1)。

表 1

N	10^9	10^8	10^7
$R(N)$	0.9948	0.999961	0.999999

由大量算例分析和式(11)、式(12)的推导可得出结论:

1、本文基于吊车荷载随机数学模型和混凝土的疲劳试验结果,提出了钢筋混凝土吊车梁的混凝土疲劳可靠性分析方法,这一方法对服役厂房的维修决策和耐久性设计提供了初步的理论基础。

2、本文提出的方法简单、直观,避免了常规方法的大量多重积分运算,且直接反映了各参数对疲劳可靠性的影响情况。

3、混凝土应力设计值与混凝土强度的比值关系可通过设计调整确定,因而本文提出的方法也可用于疲劳可靠性设计。

4、在工业厂房中,服役期吊车荷载循环次数 N 一般在 10^5 - 10^8 之间,计算分析表明:现行规范设计是满足混凝土疲劳可靠度要求的。

5、若确定可靠概率水准 $R(N)$, 则由式(12)可反求得服役期(循环次数)

$$N = \exp\{\mu_{\ln N} - \sigma_{\ln N} \Phi^{-1}[R(N)]\} \quad (14)$$

式中 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态分布函数的反函数。以一般延性构件目标可靠概率 $R(N) = 0.9995166$ 代入得到服役期(循环次数) $N = 2.003 \times 10^8$ 次。若已知单位时间吊车荷载平均循环次数,则可得到服役年限,因而本文方法可用于可靠性预测。

参考文献:

- [1] 高镇同, 熊峻江. 疲劳/断裂可靠性研究现状与展望. 机械强度, 1995.17(3): 61-82.
- [2] 中国土木工程学会桥梁及结构工程学会结构可靠度委员会. 结构可靠性研究的十年. 南京: 工程结构可靠性全国第三届学术交流会议论文集, 1992.1-20.
- [3] 戴公连, 徐名枢. 铁路混凝土桥疲劳可靠度研究. 南京: 工程结构可靠性全国第三届学术交流会议论文集, 1992. 387-393.
- [4] 铁道部科学研究院混凝土疲劳专题组. 混凝土在等幅和变幅重复应力下疲劳性能的研究. 铁道部科学研究院, 1990.

PROBABILISTIC ANALYSIS OF CONCRETE FATIGUE IN REINFORCED CONCRETE CRANE-BEAMS

YANG Wei-jun¹, ZHAO Chuan-zhi², GUO Zai-lin²

(1. ChangSha Communications University, Changsha 410076; 2. Wuhan Yejin University of Science & Technology, Wuhan 430070)

Abstract: In this paper, based on the random mathematical model of crane-load and the results of concrete fatigue experiments, the concrete fatigue cumulative damage in reinforced concrete crane-beams is discussed. A method is put forward for the estimation of fatigue reliability and fatigue life of concrete in reinforced concrete crane-beams.

Key words: fatigue reliability; concrete; crane-beam

