

挠性枢轴支承扭转刚度的计算探讨^{*}

朱成龙

(上海市机电设计研究院)

提 要 挠性枢轴支承(Pivot)是一些用于航空、航天领域内的高精密装置的关键部件之一,它的扭转刚度及对应的变形状态是支承在工作时必须控制的重要性能指标,这些指标如不符合要求,整个装置将会失效。该数产品目前仍依靠进口。本文应用计算功能与 ADINA 相同的 MFEP 软件中的 MFGS 方法对有关支承样品的上述性能进行了非线性有限元计算和相应的线性有限元计算,计算结果表明,支承弹簧片插入弧形体中那部分的实际焊接深度对上述性能有很大的影响。此外,还计算了支承弹簧片的初始皱褶或簧片厚度的公差以及一个环形体约束状态的变化对支承扭转刚度的影响。最后为支承的研制工作提出了一些建议。

关键词 挠性枢轴支承,非线性扭转刚度,线性扭转刚度,弹簧片焊接深度

一、引 言

挠性枢轴支承是一种应用于有限角度偏转的独特的无摩擦的支承装置。它由固定在可旋转环形体和弧形体上扁平十字弹簧片组合而成,其构造如图 1 和图 2 所示。

由于该支承具有诸如无摩擦、无需润滑、对灰尘不敏感、抗辐射、不产生内摩擦腐蚀、适用于高真空、适于微型化,性能可控,使用寿命长,结构安装均较简单,成本低廉等一系列优点,所以它被广泛应用于宇宙飞行器、传感器、节流阀连杆装置中,也被用来作为火箭发动机的典型支架等。

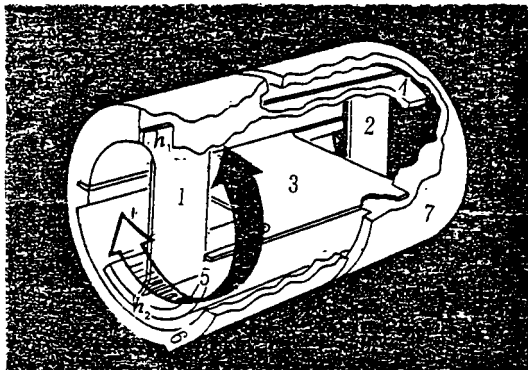
我院曾受某研究所的委托,就某种飞行器敏感器上一个光学扫描系统的柔性枢轴支承进行设计,并就其扭转刚度进行静态的非线性和线性有限元计算,计算结果分析表明,对应于相应的弧形体与簧片插入部分的不同的焊接结果(即联结条件),所有计算结果均是可靠

^{*} 本文收稿日期:1997 年 1 月

的, 计算精度是足够的, 计算结果显示了该频支承的独特性能, 而上述联结条件的变化将对计算结果产生重大影响。

二、计算方法和计算结果

1. 计算方案及其依据



1, 2, 3: 上、下、中弹簧片。 4, 5: 弧形体二件
6, 7: 环形套二件。 h_1, h_2 : 弹簧片插入弧形体深度

图1 柔性枢轴支承

如图1和图2所示, 飞行器姿态敏感器上支承一个光学扫描系统的柔性枢轴支承由环形套二件, 弧形体二件和弹簧片二种三件焊接在一起组成, 根据有关设计要求, 相应的尺寸公差为: 环形套外径 $\Phi_{0.016}^0$, 长度 12.6 ± 0.7 , 弹簧片厚度 $\delta 0.1 \pm 0.01$, 位于相互垂直的环形套(以及弧形体)中心旋转轴线平面内的上、下、中弹簧片中的每片簧片二端插入弧形体的深度 h_1, h_2 分别是 0.7mm 和 0.4mm , 相应的弧形体上的被插入槽的宽度为 $0.1 + 0.02\text{mm}$ 。其有关扭转性能指标为枢轴支承扭转角 $\varphi = 7^\circ$ 时, 支承两端面轴心偏移量 $e \leq 0.014\text{mm}$ 。

2. 第一计算方案

据估计, 当 $\varphi = 7^\circ$ 时, 弹簧片最大挠度(保守的估计):

$$W_{\max} = \frac{7^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 2.7\text{mm} = 0.329867228\text{mm}$$

式中 2.7mm 为减去插入弧形体部分长度($h_1 + h_2$)后的弹簧片长度之半, 相当于支承的“内”扭转半径。

此时, $W_{\max}/\delta = 3.299$, 即挠度超过簧片厚度3倍, 按照薄板弯曲理论^[1]和有关板弹簧设计理论^[2], 如果认为簧片插入弧形体后与有关设计要求的那样经钎焊后簧片在整个插入长度 0.7mm 和 0.4mm 上与弧形体焊牢成一体, 则簧片在 $\varphi \leq 7^\circ$ 时是处于几何非线性的大挠度状态, 而支承的其余部分处于线性状态, 这就是我们计算的第一方案。即应用 MFEP 软件中的“几何非线性”的板单元和“线性”的块元分别来描述弹簧片和支承结构的其余部分在扭

转角 $\varphi = 7^\circ$ 时的支承变形状态, 然后用 MFGS 方法来计算 $\varphi = 7.33^\circ$ 时的支承的变形状态和支承的扭转刚度, 有关计算单元图见 2。显然此时枢轴支承的扭转刚度是非线性的。

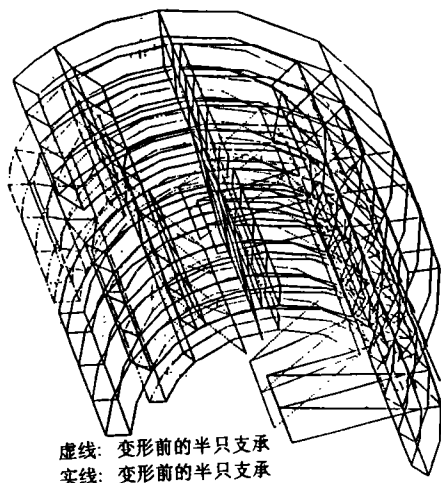


图 2 具有 54 只板单元的半只枢轴支承有限元素图

3. 计算的第二方案

(A) 用计算几何非线性问题的程序来计算支承在很小扭角下的线性扭转刚度。(B) 用计算线性问题的程序来计算支承对应于第一个方案的扭角 $\varphi = 7.33^\circ$ 时的扭转刚度。显然, 如果(B)的支承在 $\varphi = 7.33^\circ$ 时处于线性变形状态的假设符合实际情况, 则方案一的计算结果与方案二中(A)和(B)的计算结果应基本上一样, 因为在小变形的线性状态下, 任何结构的非线性解应自动收敛到相应的线性解。

4. 计算的第三方案

注意到枢轴支承的制造工艺和对成品的仔细观察, 簧片插入弧形体部分有可能未被完全焊牢, 甚至可能只在弧形体内表面仅沿“母线”焊牢, 故我们通过变化簧片插入部分的材料的弹性常数对簧片与弧形体的联结条件进行调整来模拟弧形体对簧片插入端约束的放松, 此时簧片仍处理成处于非线性状态, 支承的其余弹性体处于线性状态。

三、有限元计算模型和计算软件

为了考察计算的精度, 我们在计算方案一时用二种单元图进行了计算, 除了非线性的板单元(弹簧片)分别取为 58 只和 114 只外, 二种单元图均将支承的线性单元取为三组。第一组为环形体共 96 只高精度三维等参元, 第二组为弧形体与环形体联结部分共 40 只高精度三维等参元, 其中有 24 只曲边三棱柱退化元, 第三组为弧形体不与环形体联结部分共 32 只三维等参元, 取 58 只板单元的有限元素图共 730 个节点(图 2), 1986 个自由度, 取 114 只板单元的有限元素图共 770 个节点, 2226 个自由度(图 3)。

计算方案二和方案三时,我们取图 2 所示单元图作为计算模型。

所有三种计算方案均应用杭州自动化技术研究院软件所研制的 MFEP 微机有限元程序包,其计算程序部分与著名的 ADINA 软件相当,该程序包经国内有关专家鉴定,在国内颇有影响。

此外,在计算上述三个方案前后,我们将一长 86mm,宽 6mm,厚 0.3mm 的薄片 A、C、D、F 插入二个上下相联的 $6 \times 6 \times 6 \text{ mm}^3$ 立方块单元的交界面 A、B、E、F 中(图 4. A),二立方体同一侧的垂直面 m、k、G、I 被固定,故该薄片外露在二立方体单元外的部分相当于一个 $80 \times 6 \times 0.3 \text{ mm}^3$ 的悬臂板,我们用 MFEP 程序计算了此悬臂板结构(包括二个立方单元)的线性解,计算时该悬臂板被分成 28 只板单元,包括插入立方块中的 ABEF 的二只单元,以模拟支承弹簧片插入弧形体部分的结构,计算结果悬臂端 C(或 D)的垂直位移 $F_v = 63 \text{ mm}$,水平位移 $F_h = 0$ 。此结果与文[2]P. 68 图 5-2 侧所示悬臂板(本文图 4. B)的标准计算结果 $F_v = 63 \text{ mm}$, $F_h = 0$,基本上一致,图 4. B 的悬臂板的几何尺寸与悬臂端集中载荷与图 4(A)所示的悬臂板的几何尺寸和载荷完全一样,所以可以认为图 4(A)的线性解是可靠的, $F_v = 63 \text{ mm}$ 略大于标准解 60mm,可以理解为 BE 端的固定边界比图 4(B)所示标准悬臂板的“真正的”固定端稍“软”的缘故,另外,我们用 MFEP 程序计算了图 4(B)所示悬臂板的几何非线性解: $F_v = 41.88 \text{ mm}$, $F_h = 14.69 \text{ mm}$ 。文[2]对应的标准解为 $F_v = 42.6 \text{ mm}$ 和 $F_h = 15.52 \text{ mm}$,相对误差分别为 1.69% 和 5.2%,故我们认为该项支承计算中所应用到的 MFEP 软件中的有关部分以及簧片与弧形体的联接部分的处理是可信的,在上述所有几何非线性的计算中我们均应用了 BFGS 法来进行迭代,以避免应用修正牛顿迭代法可能出现的发散现象和应用牛顿迭代法出现耗时太多的缺点。

四、计 算 结 果

1. 第一方案计算结果

我们使用不同的载荷步和度量平衡迭代收敛的相对位移允许值和力的相对允许值对 $\delta = 0.1 \text{ mm}$ 的同一枢轴支承(一端环形体外表面)约束扭转状态下的 58 只薄板单元(弹簧片)的有限元模型(图 2)进行了三次计算,三次位移计算结果是对应点的位移值相差仅 $1 \mu\text{m}$ 左右(表 1 中状态 1, 状态 2, 状态 3 所对应的 x, z 位移计算结果);我们又用 114 只板单元(图 3)的有限元模型进行了计算,其对应的计算结果(表 1 中状态 4 所对应的 x, z 位移计算结果)与相应的 58 只薄板单元的计算结果(表 1 中状

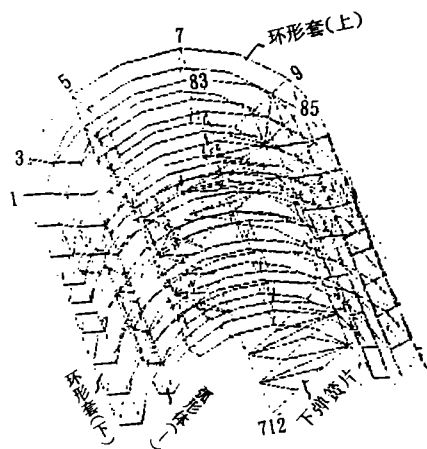


图 3 具有 114 只板单元的半只枢轴支承有限元素图

态 1- 3) 在对应点上误差仅 $1\mu\text{m}$ 左右。

表 1 支承位移部分计算结果 单位: mm

结 果 点号	状态 1		状态 2		状态 3		状态 4	
	x (mm)	z(10^{-2} mm)	x (mm)	z(10^{-2} mm)	x (mm)	z(10^{-2} mm)	x (mm)	z(10^{-2} mm)
13	0. 550860	0. 1268 10	0. 550847	0. 126887	0. 550878	0. 126842	0. 552118	0. 141650
89	0. 550413	- 0. 396377	0. 550401	- 0. 395757	0. 550432	- 0. 396124	0. 551606	- 0. 405894
165	0. 549969	- 0. 205955	0. 549957	- 0. 205908	0. 549987	- 0. 205937	0. 551095	- 0. 222819
241	0. 549536	- 0. 363736	0. 549524	- 0. 363702	0. 549554	- 0. 363724	0. 550598	- 0. 395696
329	0. 549268	- 0. 463179	0. 549255	- 0. 463154	0. 549286	- 0. 463171	0. 550289	- 0. 504561

表 1 中状态 1 载荷步等于 5, 度量平衡迭代收敛的相对位移允许值 $DOL= 0. 004$, 力的相对允许值 $RTOL= 0. 1$; 状态 2, 载荷步= 10, $DOL= 0. 004$, $RTOL= 0. 1$; 状态 3, 载荷步= 10, $DOL= 0. 001$, $RTOL= 0. 01$ 。以上均是用 58 只板单元的有限元模型(图 2) 计算结果: 状态 4 是用 114 只板单元的有限元模型(图 3) 计算结果, 其载荷步= 10, $DTOL= 0. 004$, $RTOL= 0. 1$ 。状态 1 到 4 的计算结果均对应于外荷载 $M_{\max}= 14. 4\text{kg} \cdot \text{m}$ 。表 1 中节点 13, 89, 165, 241, 329 均位于支承约束的另一园环外表面的同一母线上, 从表上所列相应点位移误差均为 $1\mu\text{m}$ 左右, 可见(未被列入表中的其它所有对应点位移误差范围均在 $1\mu\text{m}$ 左右), 我们的计算是稳定的, 收敛的, 且是满足精度要求的。

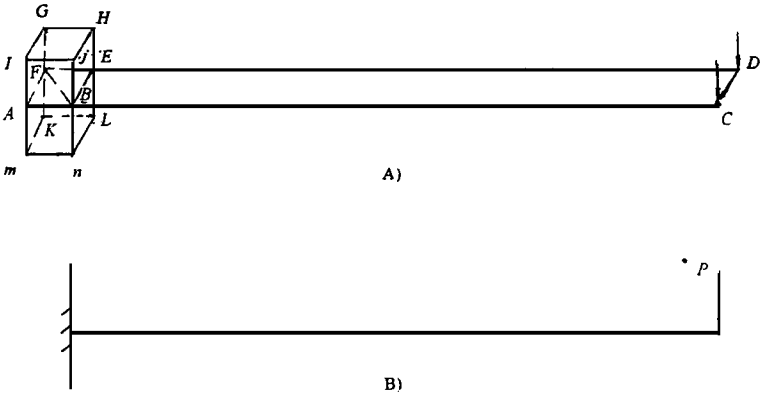


图 4

图 5 给出了一组计算结果, 可见此时扭转刚度 $K\varphi$ 在扭角 $\varphi \leq 7. 33^{\circ}$ 时是非线性的。图 5 (A) $M - \varphi$ 图具有典型的几何非线性慢硬化现象, 这与本文开头所述的计算依据是吻合的, $\varphi = 7. 33^{\circ}$ 时, 支承两端中心偏移 $1. 4\mu\text{m}$ 。

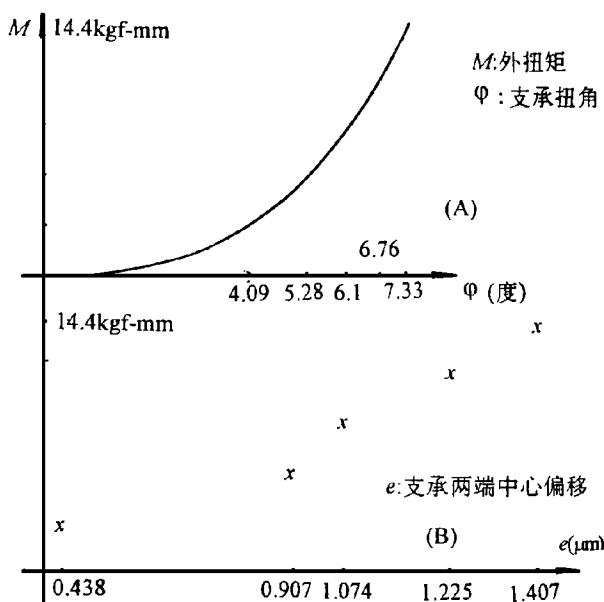


图 5

2. 第二方案计算结果

当 $\varphi \leq 0.3^\circ$ 时, 该第二方案(A)与(B)的对应的 K_φ 的计算结果基本上是一致的, 即 $K_\varphi = 0.379 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad}$ 。(A)的计算分五步, 第一步与第五步对应的 K_φ 的相对误差为 9.326%, 在第五步时即 $\varphi = 0.3^\circ$ 时支承环形体最大位移 $y_b = 0.196 \text{ mm}$, $y_{13}/\delta \approx 1/5$ 。这个结果正好符合一般筏板的小变形假设, 即筏板弯曲变形的最大位移小于板厚五倍时筏板处于小变形线性状态^[1]。此时支承 K_φ 的非线性解将收敛到线性解。

支承 K_φ 的上述线性解与支承的近似的线性解 K_φ' (即将支承三个簧片近似处理为悬臂薄板, 求出相对应于 y_{13} 的最大位移时的悬臂端载荷再转化成相应的 K_φ'), $K_\varphi' = 0.246 \text{ kgf} \cdot \text{cm/rad}$ 相接近, 当转角为 7° 时, 支承中心偏移仅 $0.00206 \mu\text{m}$, 显然它也是能满足中心偏移量 $e < 14 \mu\text{m}$ 的技术指标的。

在此我们已经可以认为, 由于计算方案一的非线性解收敛, 稳定, 精度满足要求, 线性区内非线性解收敛于线性解且此线性解与近似的线性解相接近, 所以只地设计要求簧片插入弧形体部分与弧形体完全焊牢符合实际情况, 则方案一的 K_φ 解应是支承 K_φ 的正确解。

3. 第三方案计算结果

方案三的计算结果表明, 即使我们将簧片插入部分材料的弹性常数降低到足够小, 以模拟该插入部分的焊接不太牢或焊接深度不足 h_1 和 h_2 , 此时, 插入部分放松了对簧片的与弧形体交界截面的约束, 但计算结果表明, 在 $\varphi \leq 7^\circ$ 内, 枢轴支承的刚度仍呈明显的慢硬化现象, 也就是说, 只要簧片沿插入部分均被焊住, 尽管由于种种原因对簧片二端的约束被放松, 但 K_φ 总是非线性的。表 2, 表 3, 表 4 列出了这种方案的有关计算结果, 计算表 2 结果时弹簧

片 $E=1500\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.35$; 表 3 中结果对应 $E=750\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.28$, 表 4 时簧片一端插入部分 $E=0.1\text{kgf/mm}^2$, 另一端插入部分 $E=7000\text{kg/mm}^2$, ν 均为 0.28, 计算表 1 时 $E=2.1\times10^4\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.3$ 。所有计算除簧片外 $E=2.1\times10^4\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.3$ 。

表 2 $E=1500\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.35$ 时支承扭转刚度 $K\varphi$ 单位: $\text{kgf}\cdot\text{cm/rad}$

支承扭转角(度)	1.9725 ⁰	3.7655 ⁰	5.21015 ⁰	6.19927 ⁰	6.47670 ⁰
$K\varphi$	0.278853	0.441235	0.63343	0.79854	0.84925

表 3 $E=750\text{kgf/mm}^2$, $\nu=0.28$ 时支承 $K\varphi$ 单位: $\text{kgf}\cdot\text{cm/rad}$

支承扭转角(度)	3.46214 ^o	5.0050	6.03752	6.8465	7.52259
$K\varphi$	0.2383	0.32969	0.409965	0.48203	0.548387

表 4 簧片一插入端 $E=0.1\text{kgf/mm}^2$, 另一端 $E=7000\text{kgf/mm}^2$
 ν 均为 0.28 时支承 $K\varphi$ 单位: $\text{kgf}\cdot\text{cm/rad}$

支承扭转角(度)	0.9217 ^o	1.942 ^o	2.8 ^o	3.73 ^o	4.05 ^o
$K\varphi$	0.1186	0.226	0.386	0.59	0.6788

表 1, 表 2, 表 3, 表 4 的计算结果还表明, E 值愈小, 即簧片插入部分 h_1, h_2 对簧片与弧形体交界的横截面的约束愈“松”, $K\varphi$ 值愈小并向线性化靠拢。

由于我们不知道簧片插入部分与弧形体的实际联结情况, 所以, 我们上述降低插入部分弹簧片弹性模量的模拟只能是近似的, 定性的。

五、讨 论

1、我们分别用 MFEP 软件的几何非线性解法和线性解法求得了弹簧片在整个插入长度上与弧形体相焊牢的枢轴支承在小变形时的线性扭转刚度 $K\varphi$, 二种解法是一致的, $K\varphi=0.379\text{kgf}\cdot\text{cm/rad}$, 而且用上述二种解法计算了相应的算例, 计算结果与标准解一致, $K\varphi$ 与近似解 $K\varphi'$ 相当, 所以可以认为 MFEP 软件的相应部分是可信的, 计算的力学模型是可信的。

2、我们用上述软件的几何非线性部分和线性部分求得了簧片与弧形体在联结槽内全部焊牢的支承扭转刚度非线性解, 由于我们的计算模型完全按设计要求建立起来的, 除了将其建立起有限元组成的计算模型外未作任何额外的简化; 且计算结果稳定, 收敛, 计算精度符合要求, 计算软件相关部分可靠, 在小变形, 小转角时非线性解收敛于线性解, 线性解可信。所以, 可以认为, 只要有关设计要求的簧片插入弧形体部分完全被钎焊焊牢与实际情况相一

致, 则图 5 所示的支承的扭转刚度的非线性解应是正确的。它也是符合文[2]中所述的板弹簧在大变形形态下呈非线性性质的结论的。当支承扭角为 7.3° 时, 支承两端中心偏移为 $1.4\mu\text{m}$, 考虑到支承的同心度要求和装配误差, 支承是满足中心偏移量 $e < 14\mu\text{m}$ 的技术指标要求的。

3、计算结果表明, 由于支承簧片的初始皱褶或簧片厚度的公差以及支承一个外园环外园柱表面的约束状态(即支承在约束扭转状态下或自由扭转状态下)以及约束点的多少的改变均不会改变支承的扭转刚度 K_φ 值的非线性性质(指 $\varphi < 70^\circ$ 时); 但是由于支承簧片厚度仅为 0.1mm , 嵌入簧片的弧形体上的槽的宽度仅 $0.1^{+0.02}\text{mm}$, 使用的焊接方法是钎焊, 焊接时簧片未用保持架定位, 根据对试制品的观察, 焊接结果其深度可能不到 0.7mm 和 0.4mm , 甚至可能只是弹簧片仅与弧形体内表面“母线”相焊牢, 这样会使支承扭转刚度 K_φ 值降低并使解趋向线性化, 这也是支承 K_φ 值有一定离散度的原因之一。

4、计算结果表明, 支承簧片初始皱褶以及支承环形体外园柱表面上的紧匝载荷均可降低支承的扭转刚度, 因这些因素降低了支承簧片在扭转时的面内力, 但不能改变 K_φ 值的非线性性质。

六、结 束 语

用 MFEP 微机程序(其计算部分程序与 ADINA 软件功能相当)的几何非线性部分来计算枢轴支承的扭转刚度 K_φ 值的结果是可信的精度是足够的, 计算是更具普遍性的。除了枢轴支承的几何尺寸, 材料外, 枢轴支承的弹簧片在弧形体联结槽内的钎焊实际效果, 也就是生产支承的焊接工艺也将直接影响支承的 K_φ 值, 为此作者认为, 解剖成品以彻底弄清相应工艺条件下的上述焊接结果对成功地获得优质的符合设计要求的枢轴支承是必要的。此外, 枢轴支承在飞行器内将以一定频率作扭转振动多年, 故对支承作相应的动态和疲劳研究也是必要的。当然相应的测量以用非接触式的方法为宜。

鸣谢: 在完成本文的过程中, 本人多次受到上海市应用数学和力学研究所付所长赵兴华教授和杭州自动化技术研究院软件研究所尹相生高级工程师的指导和帮助, 复旦大学应用力学系唐国安付教授对本文提出了有益的建议, 本院胡鼎炜教授级高工, 金宗儒、廖建平、徐正祁、孙泰德等高级工程师均对本工作的完成提供了有益的指导和帮助, 在此一并致谢。

参 考 文 献

- 1 欧阳畅, 马文华等. 弹性, 塑性, 有限元. 湖南科学技术出版社, 1983
- 2 北京工业学院 401 教研室编精密机械另件与部件设计. 国防工业出版社, 1980

DISCUSSION ON THE CALCULATIONS OF THE TORSIONAL STIFFNESS OF A PIVOT

Zhu Chenglong

(Shanghai Institute of Mechanical and Electrical Engineering)

Abstract Pivot is one of the key elements of some highly precise devices used in the fields of aviation and aerospace etc. The torsional stiffnesses versus torsional angles and the corresponding deformation of the pivot under torsion are very important behaviors that must be controlled when the pivot is in use. If the behaviors do not satisfy the requirement, the whole device will be out of action. To date, these kinds of products still rely on import. Employing the MFGS method geometric nonlinear part and linear part of MFEP software, whose calculating of capabilities are the same as those of ADINA software, we calculated these above mentioned behavior of related pivot specimen. The analysis shows that the actual welding depth between the rotating sleeve and flat crossed spring will affect the calculation results to a great extent. Also, the effect caused by the original wrinkle and the thickness tolerance of the flat crossed spring, and the changes of constrained conditions of a sleeve on the torsional stiffness of the pivot were observed. At last, the paper proposed some suggestions for further research and manufacture of the pivot.

Key words pivot, nonlinear torsional stiffness, linear torsional stiffness, welded depth of the flat crossed spring