

随机结构动力分析的扩阶系统方法*

李 杰

(郑州工学院)

提 要 本文发展了一类用于随机结构系统动力分析的扩阶系统方法。基于随机空间的正交展开理论,文中推导给出了扩阶系统动力方程的一般公式。这组公式可以适用于同时具有随机质量、随机阻尼、随机刚度参数的多自由度动力系统。通过引入虚拟结构的概念,文中建议了形成扩阶系统动力矩阵的有限元方法。通过对比算例分析,证实了扩阶系统方法的可行性与可靠性。最后,讨论了一个很重要现象:随机系统均值反应与相应均值参数系统反应之间的差异并指出了此差异的意义。

关键词 随机结构, 动力分析, 扩阶系统

一、前 言

近年以来,在结构分析乃至结构设计中应该考虑结构模型参数的不确定性影响的观点,正在逐步为研究工作者和工程师们所接受。在这一背景下,关于随机结构分析的研究已成为结构分析领域里的热点问题之一^[1]。在过去二十年里已发表的研究文献,大体可以归纳为两类方法:随机模拟方法^[2,3]和随机摄动方法^[4-7]。后者常常被等地称作随机有限元方法^[6]。一般说来,随机模拟方法需要花费较大的计算工作量才能给出可用的结果。而70年代初以来逐步发展起来的随机摄动方法则存在两方面的局限性:其一,这类方法本质上不适用于参数离散性较大的结构分析问题;其二,尽管对于静力问题、稳定问题及动力特征值问题,随机摄动方法已发展为基本可行的分析工具,但对于动力响应分析问题,却因摄动方法本质上引入的动力永连项问题而使分析结果的精度随时间增长而迅速降低^[7]。

随机摄动法的上述问题,促使人们通过其它途径寻求随机结构分析的方法。八十年代末至九十年代初,一类基于正交多项式展开的思想开始被应用到随机结构分析领域中来^[8-10]。已有的研究表明,这类方法正在展示其旺盛的生命力。

* 本文收稿日期: 1994年7月

基于随机空间的正交展开理论,本文发展了一类用于一般随机结构系统分析的扩阶系统方法。文中,首先讨论了结构随机场的分解与随机场表示向独立随机变量集合表示的转换。从而使连续系统与一般离散多自由度系统都统一到一类随机参数表达形式上来。然后,本文导出了扩阶系统的动力方程的一般公式,并通过引入虚拟结构的概念,给出了形成扩阶系统动力矩阵的有限元方法。采用随机模拟方法进行算例检验,证实了文中建议方法的可靠性。

二、随机场向独立随机变量集合的转换

结构系统特性的随机性,主要表现为结构材料特性或结构几何尺寸的随机性。这种随机性,在本质上根源于主观世界反映客观世界的过程之中,在背景上则根源于对于设计的工程系统不能实现完全控制(非完全控制),对于现有的工程系统不能实现完备观测(非完备观测)。

在数学上,结构材料特性或结构几何尺寸的随机性可以用随机场(对于连续体系)或独立随机变量(对于经过模型化处理的离散体系)表示。现有研究表明,结构系统随机特性的随机场表示经一定数学处理后可以转换为独立随机变量集合的表达形式。例如,通过随机场的离散化技术(可采用中点法、局部平均法或形函数法等),可以将随机场表示转化为一般随机变量集合表示。进而,利用相关矩阵的谱分解技术,可以将一般随机变量集合转化为独立随机变量集合。我们称上述转换过程为随机场向独立随机变量集合转换的“两步法”。与此两步法相平行,也存在着其它途径的转换方式。例如,引用卡胡奈-李维(Karhunen Loeve)分解技术,可以直接将随机场转换为独立随机变量集合^[9]。但这种直接转换法将给出关于随机场相关核函数的积分方程。直接求解这类积分方程一般比较困难。而采用数值积分或迦辽金原则求解这类问题时,本质上将给出与前述两步法等价的结果。显然,引用两步法在概念上和实际操作上都优于后一方法。因此本文建议采用两步法实现随机场向独立随机变量集合的转换,并建议采用局部平均方法作为随机场离散的工具。

令 $B(u), u \in \Omega$ 表示一定义于区域 Ω 内的多维高斯随机场。这一随机场由其均值函数 $B_0(u)$, 方差函数 $\sigma^2(u)$ 和名义方差函数 $\rho(u, u')$ 所完全描述。则 $B(u)$ 可被表示为:

$$B(u) = B_0(u) + B_e(u) \quad (1)$$

这里 $B_e(u)$ 是一个具有零均值函数的随机场,其方差函数同于 $B(u)$ 。

设将区域 Ω 划分成 N 个单元,则随机场内的第 i 个单元的局部平均可定义为:

$$v_i = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} B(u) du \quad u \in \Omega_i \quad (2)$$

这里 Ω_i 为第 i 单元的体积。

局部平均变量 v_i 的均值是:

$$v_{oi} = E(v_i) = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} B_0(u) du \quad u \in \Omega_i \quad (3)$$

而第 i 个单元和第 j 个单元之间的互协方差为:

$$R_{ij} = \text{Cov}(v_i, v_j) = \frac{1}{\Omega_i \Omega_j} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_j} \sigma(u) \sigma(u') \rho(u, u') du du' \quad (4)$$

这样,所有局部平均变量 v_i 将形成一个随机矢量,且可被表示为:

$$V = V_0 + V_\sigma \quad V_0 = \{v_{0i}\} \quad (5)$$

其中 V_σ 为零均值随机矢量,其方差矩阵为:

$$R = [R_{ij}] \quad (6)$$

引用相关矩阵的谱分解技术,可以将(5)转化为用独立随机变量集合表示的形式,即:

$$V = V_0 + \sum_{i=1}^N \Phi_i \sqrt{\lambda_i} b_i \quad (7)$$

其中 b_i 为标准化独立随机变量。 λ_i 与 Φ_i 分别为相关矩阵 R 的特征值及特征向量,可由下式解出:

$$R \Phi_i = \lambda_i \Phi_i \quad (8)$$

在实际问题中,通常与自最大特征值依次降低的前几阶特征值相应的随机变量即可反映随机场的主要概率特征,因此,可在式(7)中取 $r < N$ 代替 N 。由此,可得到一个缩减的独立随机变量集合。

值得指出,上述关于随机场的描述是针对连续系统的。在另一方面,对于经过模型化处理的离散多自由度系统,往往可以近似地假定各单元随机变量具有独立同分布性质或各子集随机变量彼此独立。两种假设都可以导致与式(7)相类似的随机矢量表达式:

$$V_0 = V_0 + V_a b \quad (9)$$

式中 b 为独立随机变量序列, V_a 为对角名义方差矩阵,即:

$$V_a = \text{diag}(v_{a1}, v_{a2}, \dots, v_{ar}) \quad (9a)$$

其中 v_{ai} 为随机变量 v_i 的名义方差。

由上述分析可知,无论是连续化体系还是经模型化处理的离散多自由度系统,其系统特性的随机性最终都可以用一独立随机变量集合表示。这一事实,为下述随机结构的分析方法提供了方便。

三、动力矩阵

根据有限元方法,一般多自由度动力系统的刚度矩阵可以表示为:

$$K = \sum_{i=1}^N T_i^T K_i^* T_i \quad (10)$$

式中, N 为有限单元个数, T_i 为决定于结构形式的定位矩阵, K_i^* 为第 i 单元的单元刚度矩阵。

当弹性模量 E , 或更一般地,截面抵抗矩 EI 的分布被处理为一个随机场时,基于上节讨论,可以用式(7)或式(9)所示的独立随机变量集合表达上述系统特性的随机性,将此类表达代入式(10)并经一定推演则可给出:

$$K = K_0 + \sum_{j=1}^{N_k} K_j b_j \quad (11)$$

式中, N_k 为独立的刚度独立随机变量个数.

$$K_0 = \sum_{i=1}^N T_i^T K_{ai}^e T_i \quad (12)$$

$$K_j = \sum_{i=1}^N T_i^T (K_{aj}^e)_i T_i \quad (13)$$

对于具体结构, 均值矩阵 K_{ai}^e 与名义方差矩阵 K_{aj}^e 不难获得.

类似地, 当考虑系统质量特性或系统阻尼特性的随机性时, 可给出如下随机质量与随机阻尼的表达式:

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{N_m} M_j b_j \quad (14)$$

$$C = C_0 + \sum_{j=1}^{N_c} C_j b_j \quad (15)$$

式中 N_m 与 N_c 分别为质量独立随机变量数目与阻尼独立随机变量数目.

四、随机结构分析

一般多自由度随机动力系统的动力平衡方程可以表示为:

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = F(t) \quad (16)$$

其中 $F(t)$ 为确定性外荷载; Y 为位移反应矢量; M 、 C 、 K 分别是随机质量、随机阻尼与随机刚度矩阵.

引入记号:

$$A_{ms} = \begin{cases} M_j & s \leq N_m \quad j = s \\ 0 & s > N_m \end{cases} \quad (17a)$$

$$A_{cs} = \begin{cases} 0 & s \leq N_m \\ C_j & N_m < s \leq N_m + N_c \quad j = s - N_m \\ 0 & s > N_m + N_c \end{cases} \quad (17b)$$

$$A_{ks} = \begin{cases} 0 & s \leq N_m + N_c \\ K_j & s > N_m + N_c \quad j = s - (N_m + N_c) \end{cases} \quad (17c)$$

以及:

$$A_{m0} = M_0 \quad A_{c0} = C_0 \quad A_{k0} = K_0 \quad (18)$$

注意到式(11)、(14)、(15), 则方程(16)可以写为:

$$(A_{m0} + \sum_{s=1}^R A_{ms} b_s) \ddot{Y} + (A_{c0} + \sum_{s=1}^R A_{cs} b_s) \dot{Y} + (A_{k0} + \sum_{s=1}^R A_{ks} b_s) Y = F(t) \quad (19a)$$

$$\text{或} \quad \bar{A}_m \ddot{Y} + \bar{A}_c \dot{Y} + \bar{A}_k Y = F(t) \quad (19b)$$

式(19a)中, $R = N_m + N_c + N_k$ 。

从泛函分析的观点考察,随机结构的动力反应可以被认为是随机函数空间中的轨迹。

令 H 表示由基函数 $\{H_i(b)\}_{i=0}^{\infty}$ 所张成的希尔伯特空间,则轨迹 Y 可以表示为下述形式:

$$Y(b, t) = \sum_{i=0}^{\infty} X_i(t) H_i(b) \quad (20)$$

此处 $X_i(t)$ 为一般确定性时间过程矢量,其数学直观含义为 Y 在基函数坐标轴上的投影。

如果已知反应 Y 的协方差函数,则可利用关于 Y 的 Karhunen Loeve 分解给出的本征向量作为基函数 $H_i(b)$ 。然而,在(19)式被求解之前, Y 的协方差函数是未知的。因此,为了求得 Y 的概率解答,应为空间 H 选择一组合适的正交基函数。在新近的研究报告中, Ghanem 和 Spanos 在静力随机有限元问题研究中引入了混沌正交多项式展开逼近结构静力位移^{[8][9]},而 Jensen 和 Iwan 则在动力随机有限元问题中引入了一般正交多项式作为动力反应空间中的基函数^[10]。比较而言,混沌正交多项式仅适应于高斯随机场情况,而一般正交多项式由于类型较多,选择余地比较大,故可适应于不同分布的随机变量。有鉴于此,本文选取一般正交多项式作为空间 H 中的基函数系。

对于多维随机空间 H , 定义

$$H_l(b) = \prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \quad (21)$$

其中 $H_{l_s}(b_s)$ 为关于变量 b_s 的 l_s 阶正交多项式。根据随机变量的不同分布类型,可以选取不同的正交多项式。例如,对于正态分布随机变量,可以选取加权 Hermit 多项式;对于均匀分布随机变量,可以选取 Legendre 多项式等等。

可以证明,函数 $H_l(b)$ 具有以下正交特性

$$E\left[\prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \prod_{s=1}^R H_{k_s}(b_s)\right] = \begin{cases} 1 & \text{当 } l_s = k_s \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (22)$$

其中 $E[\cdot]$ 表示期望算子。

于是,随机结构系统(19)的反应 Y , 可以用以下级数逼近之:

$$Y(b, t) = \sum_{\substack{0 \leq l_s \leq N_s \\ 1 \leq s \leq R}} X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t) \prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \quad (23)$$

此处 N_s 为关于变量 b_s 的展开阶数; $X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t)$ 为相应于(20)式中 $X_i(t)$ 的确定性函数,并称 $l_1 l_2 \dots l_R$ 为脚标向量。

将式(23)代入式(19),两边同乘以 $\prod_{s=1}^R H_{k_s}(b_s)$ 然后关于随机矢量 b 取期望,经过一系列推导,可以得出如下方程:

总体动力方程:

$$A_m \ddot{X}_l + A_c \dot{X}_l + A_k X_l = F_l(t) \quad (24)$$

分量表达:

$$\sum_{p=1}^{MN} [(a_m)_{lp} \ddot{X}_p(t) + (a_c)_{lp} \dot{X}_p(t) + (a_k)_{lp} X_p(t)] = F_l(t) \quad (25)$$

上式中,忽略脚标 m, c, k , 有分块矩阵 $a_{l,p}$ 的表达式如下:

$$a_{l,p} = A_0 \delta_{l,p} + \sum_{s=1}^R A_s (\gamma_{k_s-1} \delta_{l-\xi_s,p} + \beta_{k_s} \delta_{l,p} + a_{k_s+1} \delta_{l+\xi_s,p}) \quad (0 \leq k_s \leq N_s) \quad (26)$$

其中
$$\xi_s = \begin{cases} 1 & s = R \\ \prod_{j=1}^{R-s} (N_{R-j} + 1) & s < R \end{cases} \quad (27)$$

而
$$MN = \prod_{s=1}^R (N_s + 1) \quad (28)$$

$$l = 1 + \sum_{s=1}^R k_s \prod_{j=s+1}^R (N_j + 1) \quad (29)$$

$$f_l = f_{k_1 k_2 \dots k_R} = F(t) \prod_{s=1}^R \delta_{0 k_s} \quad (30)$$

式(26)中 α 、 β 和 γ 源于下述正交多项式的递推公式:

$$b_s H_{k_s}(b_s) = \alpha_{k_s} H_{k_s-1}(b_s) + \beta_{k_s} H_{k_s}(b_s) + \gamma_{k_s} H_{k_s+1}(b_s) \quad (31)$$

显然,式(24)在形式上类似于原系统(16),但是系统的阶数增加了,与此同时,原来的随机结构系统分析问题转化为确定性系统的分析问题。通过系统的扩阶使问题从随机结构分析问题转化为确定性结构分析问题,显然为这一方法的广泛应用奠定了基础。本文称上述方法为扩阶系统方法,而式(24)~(30)则称为扩阶系统的动力控制方程。

值得指出的是,在此前的研究中,Jensen和Iwan在分析随机单自由度体系和连续体系(均仅限于刚度或阻尼具有随机性)时曾采用了与本文类似的思路,但是其给出的推证结果是错误的。详细分析导致其错误结果的原因可以发现:其一,在Jensen等的结果中没有注意到式(22)中的恒等条件;其二,其使用递推关系(31)时,混淆了脚标与多项式阶数的关系。因此,Jensen等的文章中仅得出了本文推证过程中的一个中间结果,且这个中间结果颠倒了扩阶矩阵中非对角线元素的位置。本文则不仅将Jensen等所考虑的特殊问题推广为全面考虑各种随机因素的一般动力系统,而且独立地导出了正确的公式,并给出了形式十分紧凑、明了的扩阶系统的控制方程。事实上,本文在推证上述动力控制方程时,采用了关于随机变量进行次序正交分解的思路。这一思路,对于将本文方法推广到复合随机振动乃至模糊随机振动之中去,具有基础的理论意义。

根据式(23),关于不同随机变量的展开阶数是可以改变的。关于扩阶矩阵 A_m , A_c 和 A_k 的分析表明,当各变量采用同阶展开时,扩阶矩阵将保持对称性,而当各变量采用变阶展开时,扩阶矩阵的对称性可能被破坏。

设方程(16)的初始条件为:

$$Y(0) = Y_0 \quad \dot{Y}(0) = \dot{Y}_0 \quad (32)$$

其中 Y_0 和 $\dot{Y}_0$ 为确定性矢量。则扩阶方程(24)的初始条件为:

$$X_I(0) = X_{k_1 k_2 \dots k_R}(0) = Y_0 \prod_{s=1}^R \delta_{0k_s} \quad (33)$$

$$\dot{X}_I(0) = \dot{X}_{k_1 k_2 \dots k_R}(0) = \dot{Y}_0 \prod_{s=1}^R \delta_{0k_s} \quad (34)$$

结合上述初始条件,扩阶系统方程(24)可以引用任何一种确定性动力系统的动力分析方法求解。在本文数值算例中,采用了时域数值积分法,并选用Numark β 法作为分析工具。

在解出扩阶系统的解答之后,原随机结构系统反应的统计结果可以简单地算出。例如,位移反应的均值与方差反应分别为:

$$E[Y(t)] = X_{00 \dots 0}(t) \quad (35)$$

$$V_{\sigma}[Y(t)] = \sum_{\substack{1 \leq l_1 \leq N_1 \\ 1 \leq s \leq R}} X_{l_1 l_2 \dots l_R}^T(t) X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t) \quad (36)$$

结构速度反应与加速度反应的统计值亦可类似算出。原则上,各类反应的相关函数与谱密度函数等亦可类似算出。但是,考虑到随机结构系统在确定性输入下的反应一般为复杂的非平稳过程,故这里就不再列出有关结果了。

五、虚拟结构方法

尽管名义方差矩阵 M_j , C_j 和 K_j 可以利用式(13)~(15)计算得出,但这显然是不经济的。如果能够采用一般有限元分析中的直接刚度法来形成上述名义方差矩阵,则问题就会大大地得到简化。虚拟结构方法就是基于这一目的提出的。

对于连续系统,引用本文第二节所述的两步转换法给出独立随机变量之后,可以以下述单元作元素形成虚拟结构

$$k_{aj} = \eta \sqrt{\lambda_j} \Phi_j \quad (37)$$

其中 η 为结构形式参数; λ_j 与 Φ_j 分别为相关结构分解的特征值与特征向量。

对于离散系统,设同类随机变量(质量、阻尼、刚度分别归为一类)可以划分为 r 个子集,在每个子集中的随机变量具有同分布性质。则可以针对每个子集建立虚拟结构。例如,设刚度参数的第 i 个子集具有 3 个元素, $S_i = (l, m, p)$, 则相应的虚拟结构将具有如下单元参数:

$$\begin{aligned} k_{aj} &= (0, \dots, k_{a_i}, 0, \dots, k_{a_i}, 0, \dots, k_{a_i}, 0, \dots, 0) \\ j &= 1, \dots, m, \dots, l, \dots, p, \dots, N \end{aligned} \quad (38)$$

这里 k_{a_i} 为单元参数的名义方差。

针对上述虚拟结构,便可利用类似于直接刚度集成的方式形成名义方差矩阵。

六、随机结构均值反应与均值参数结构反应的差异

系统(16)的随机反应可以划分为两部分:

$$Y = Y_1 + Y_2 \quad (39)$$

其中 Y_1 对应于系统均值参数的反应,而 Y_2 为与系统变异参数相联系的反应。

显然, Y_1 为如下均值参数系统动力方程的解答:

$$M_0 \ddot{Y}_1 + C_0 \dot{Y}_1 + K_0 Y_1 = F(t) \quad (40)$$

均值参数系统的反应是不同于随机结构的均值反应 $E(Y)$ 的,事实上,存在:

$$E(Y) = Y_1 + E(Y_2) \quad (41)$$

在系统均值参数反应与系统均值反应之间存在差异项 $E(Y_2)$,这一重要事实被以往的研究者们忽略了。由于差异项 $E(Y_2)$ 将随参数变异性的增大而增大(本文提供的例子将证实这一点),因此忽略上述差异可能会导致结构可靠度评价或结构系统识别的重要失误。事实上,任何结构模型都是对现实世界中原型的一种抽象,诚如本文第2节所述,由于对于设计结构的非完全控制与对于现存结构的非完备观测背景的限制,合理的结构分析模型应采用随机结构的分析模型。结构系统越是复杂,越应如此。而传统的力学分析模型,则基本上是针对均值参数系统的分析。我们注意到,这种分析甚至不能正确反映原型结构系统的均值反应。因此,从工程设计、工程可靠度评价、工程系统识别与工程结构控制各个方面考察,上述发现都具有重要意义。

七、算 例

为验证本文提出的扩阶系统方法,已经计算了大量算例。这些算例包括考虑结构质量变异特性、阻尼变异特性、刚度变异特性及其各种组合的情形。这里限于篇幅,仅给出其中若干例子。给出例子的目的在于:(1)说明本文提出方法的有效性;(2)指出均值参数结构反应与随机系统均值反应之间的差异。

为实现第一个目的,选取一两自由度随机结构系统,系统质量与刚度参数具有变异性。(分析表明,阻尼特性的变异在非共振情况下一般影响不大,故本文算例不加介绍)。假设该系统为一剪切型结构体系,其单元参数为:

$$\begin{aligned} m_{10} = m_{20} = 1, & \quad k_{10} = k_{20} = 39.48 \\ \delta_{m1} = \delta_{m2} = 0.1 & \quad \delta_{k1} = \delta_{k2} = 0.2 \end{aligned}$$

此处 δ 为随机参数的均方差与均值之比。随机参数的概率分布均假定为正态,系统阻尼比为0.05。

选取两类系统输入进行计算,其一为作用于每个质量上的正弦荷载。

$$f_1(t) = f_2(t) = \sin(\omega_s t) \quad \omega_s = 3.1416$$

其二为地震记录输入(取EL-Centro记录N-S分量)。

分别按一阶展开和四阶展开形成扩阶系统,采用时域数值积分方法进行扩阶系统分析。与此同时,利用Monte Carlo模拟技术进行了原随机结构系统的分析。图1与图2为正弦荷载输入情形下的计算均值反应及方差反应比较。可见,对于均值反应估计而言,一阶展开已经足够,而对于方差反应估计,则需要4阶多项式展开。

地震波作用下随机结构的分析结果与上类似(图3、图4)。在另一方面,图5反映出了均

值参数系统反应与随机结构均值反应的差异,在这一例子中的计算参数同于图1及图2。可以发现,上述差异随时间增长而增长。而图6则进一步说明,上述差异随系统参数变异性的增大而增大。对本例而言,当参数变异系数大于0.1时,上述差异必须在结构设计、评价、识别、控制中加以考虑。

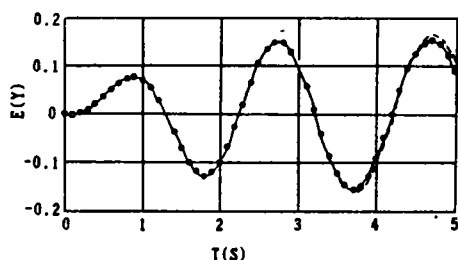


图1 均值比较 (○: 5000次模拟结果;
实线: 4阶展开; 虚线: 1阶展开)

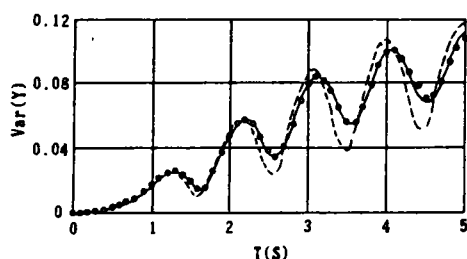


图2 反应方差比较 (图例同图1)

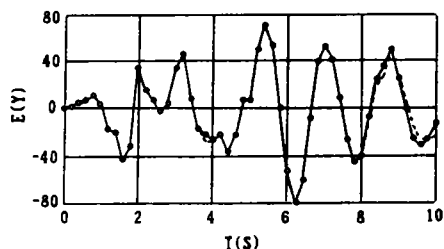


图3 均值比较 (图例同图1)

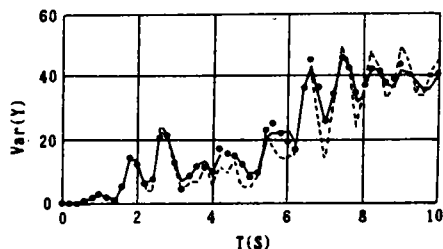


图4 反应方差比较 (图例同图1)

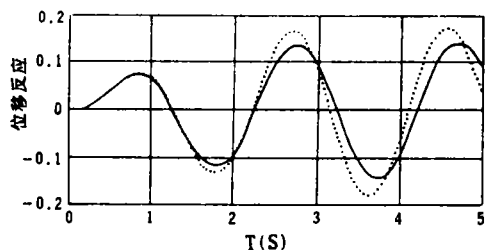


图5 随机结构均值反应(实线)与
均值参数系统反应(虚线)比较

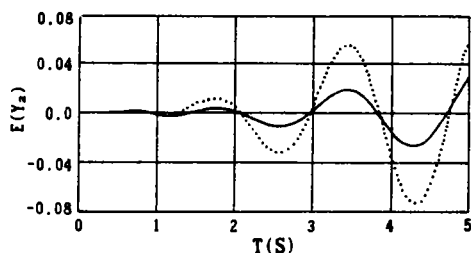


图6 不同变异系数时的差异反应
(实线: $\delta = 0.1$; 虚线: $\delta = 0.2$)

八、结 论

本文发展了一类用于随机结构动力分析的扩阶系统方法。文中所推导的扩阶系统动力控制方程可以用于各类离散多自由度系统或连续系统,并可以综合地考虑质量、阻尼及刚度随机性的影响,从而使本文方法具有很强的普遍适用性。值得指出,本文方法亦可推广应用于随机结构的静力分析与稳定性分析问题之中去。这一前景使作者深信:一代新的有

限元分析技术将在不久的将来形成。

最后,作者希望再次强调随机系统均值反应与均值参数系统反应之间差异的重要性。这一差异无论在结构设计、结构可靠度评估、结构系统识别乃至结构控制中都可能变成关键性因素而必须认真地加以考虑。

致谢 感谢英国Sussex大学工程学院和J.B.Roberts教授在本文研究中所提供的帮助。

参 考 文 献

- 1 李杰. 结构动力分析的若干发展趋势. 结构工程科学发展青年专家研讨会论文集, 哈尔滨, 1992. 世界地震工程, 1993; (2): 1-12
- 2 Shinozuka, M. Probability modelling of concrete structures. Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE, 1972; 98:1433-1451
- 3 Shinozuka, M. Newman expansion for stochastic finite element analysis. Journal of the Engineering Mechanics, 1988;114:1335-1354
- 4 Liu W K, Besterfield G H and Belytschko P. Variational approach to probabilistic finite elements. Journal of the Engineering Mechanics, 1988;114:2115-2133
- 5 Kleiber M and Hien T D. The Stochastic finite element method: basic perturbation technique and computer implementation. Wiley Press, 1992
- 6 Benaroya H and Reliak M. Finite element method in probabilistic structural analysis, A selective Review. Applied Mechanics Review, 1988;41:201-213
- 7 朱位秋. 随机振动. 北京科学出版社, 1992
- 8 Ghanem R and Spanos P D. Polynomial chaos in stochastic finite elements. Journal of Applied Mechanics. 1990; 57:197-202
- 9 Ghanem R and Spanos P D. Spectral stochastic finite element formulation for reliability analysis. Journal of the Engineering Mechanics, 1991;117:2351-2372
- 10 Jensen H and Iwan, W D. Response variability in structural dynamics. Earthquake Engineering and structural Dynamics, 1991;20:949-959

AN EXPANDED ORDER SYSTEM METHOD FOR THE DYNAMIC ANALYSIS OF STOCHASTIC STRUCTURES

Li Jie

(Zhengzhou Institute of Technology)

Abstract By applying an orthogonal expansion technique in random space, a general formula for an expanded order system is established. This formula can be used for various multi-degree-of-freedom stochastic structural systems which possess random mass, damping and stiffness parameters. For the continuous random field, a two-step method is suggested to convert it into an expression of independent random variables. A subjunctive structure method is employed to form a basic matrix for the expanded order system. The proposed method is validated through an analysis of simulated data. Finally, the difference between the mean response of a stochastic system and the response of the corresponding "mean parameter system" is discussed.

Kay words expanded order system, stochastic structures, dynamic analysis