

钢筋混凝土梯形截面桁梁桥 侧倾稳定性分析

周建春 寿楠椿 刘光栋
(湖南大学) (郑州工学院) (湖南大学)

提 要 根据李国豪教授的桁梁桥挠曲扭转理论, 针对钢筋混凝土梯形截面桁梁桥的侧倾稳定性进行了研究。基于结构体系的变分原理, 本文导出了梯形截面桁梁桥侧倾失稳微分方程及相应的边界条件, 通过采用伽辽金法得到了相应的侧倾失稳临界荷载 q_{cr} 。文末给出了一个实际工程算例。

关键词 梯形截面桁梁桥、侧倾稳定性分析、桁梁桥挠曲扭转理论

一、概 述

钢筋混凝土薄壁箱梁是桥梁工程中的一种常见截面形式, 本文所研究的桁梁桥, 其结构形式是以刚结桁架作为腹“板”取代了薄壁箱梁的实体腹板。因此, 在通常情况下, 这种结构的侧向刚度会有不同程度的减弱。当采用悬臂拼装法或顶推法施工以及桥梁建成后通车时, 是否会发生侧倾失稳就成了设计与施工单位迫切需要解决的问题。本文根据李国豪教授的桁梁桥挠曲扭转理论^[1-2], 基于结构体系的变分原理导出了梯形截面桁梁桥侧倾失稳微分方程及相应的边界条件, 通过采用伽辽金法得到了相应的侧倾失稳临界荷载 q_{cr} 。最后给出了一个实际工程算例。

二、梯形截面桁梁桥侧倾失稳微分方程的建立

在下面推导过程中假定: (1)截面左右对称, 而上下可不对称(图1); (2)整个桁梁的截面尺寸沿梁轴不变; (3)截面内不设内横隔; (4)由剪切变形产生的 σ_x 的衰减(剪力滞后效应)不予考虑; (5)假设恒载 g 是左右对称的, 上、下桥道的活载 p 也是左右对称的, 二者之和为 $g+p=q$, 其作用点对M点和N点的超高分别为 r_1 和 r_2 。这里M为截面的剪切中心, N为畸变中心(图2); (6)所有变形均处于弹性范围内。

桁梁在荷载 q 作用下侧倾失稳状态的弹性平衡, 用体系最小总势能原理可表达如下

$$\delta U = \delta U_e + \delta U_s + \delta U_g = 0 \tag{1}$$

式中 δU 为体系总势能 U 的一阶变分, δU_e 为体系弹性应变能的一阶变分, δU_s 为竖向挠曲状态下的内力 $S(M,Q)$ 由于侧倾失稳变形 $U_0(z)$ 、 $\theta_1(z)$ 和 $\theta_2(z)$ 产生的势能的一阶变分, 其中 $U_0(z)$ 表示截面主轴原点O沿 x 轴的线位移, $\theta_1(z)$ 表示截面不变形的转角, $\theta_2(z)$ 表示截面周

边的畸变形^[1-2]; δU_g 为竖向荷载 g 由于侧倾失稳变形产生的势能的一阶变分。以上各项中, δU_s 的计算可参见文献[1~2], 本文仅讨论 δU_s 和 δU_g 的计算。

1. δU_s 的计算

令上、下桥道板截面面积为 $\bar{F}$, 纯抗剪的主桁腹杆系的等效腹板总面积为 $\bar{F}$, 荷载总面积为 $F = \bar{F} + \bar{F}$, 则竖向挠曲内为 $S(M, Q)$ 在侧倾失稳变形 $U_0(z)$ 、 $\theta_1(z)$ 和 $\theta_2(z)$ 上产生的势能变分 δU_s 可以写成

$$\delta U_s = - \int_{l \bar{F}} \sigma_z \delta \varepsilon_z dF dz - \int_{l \bar{F}} \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} dF dz - \int_{l \bar{F}} \tau_{xz} \delta \lambda_{xz} dF dz - \int_{l \bar{F}} \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} dF dz \quad (2)$$

式中 y 表示沿腹板方向的局部坐标, 如图 3 所示。

式(2)中的右端最后一项 $-\int_{l \bar{F}} \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} dF dz$, 当腹板与水平方向的夹角 θ 较大时, τ_{xz} 很小, 故下面推导时可略去该项的影响。

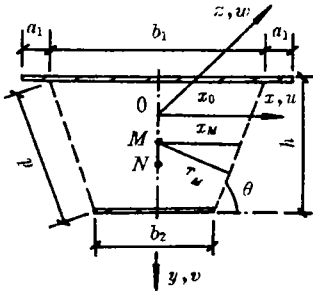


图1 截面形式

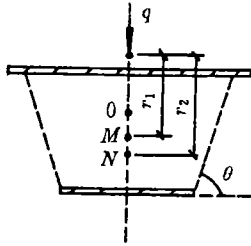


图2 桥面荷载示意图

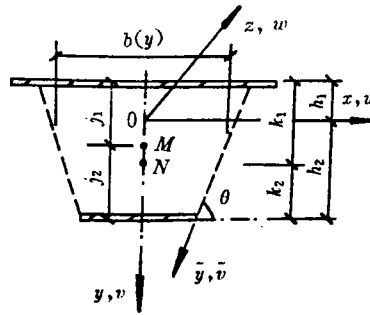


图3 沿腹板方向的局部坐标 $\tilde{y}$

在发生侧倾失稳时, 截面上任一点由此而产生的侧向和竖向位移可表达为^[1-2]

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(z) - y_1 \theta_1(z) - y_2 \theta_2(z) \\ v(x, y, z) &= v_0(z) + x \theta_1(z) - x \theta_2(z) \\ \bar{v}(z) &= -u_0(z) \cos \theta + v_0(z) \sin \theta + r_M \theta_1(z) - r_N \theta_2(z) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中

$$\theta_2(y, z) = \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \theta_2(z)$$

$b(y) = s + ty$, 这里 s 、 t 为常数, 其计算公式为

$$s = \frac{b_1 h_2 + b_2 h_1}{h_1 + h_2}, t = \frac{b_2 - b_1}{h_1 + h_2}$$

当 $\theta = 90^\circ$ 时, $b_1 = b_2 = b_N$, 所以 $s = b_N$, $t = 0$, $b(y) = b_N$, 此时上述有关结果均成为矩形截面桁梁桥的有关结果^[1-2]。

式(3)中位移产生的应变的非线性部分为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z &= -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \\ \text{对上、下桥道板} \quad \gamma_{yz} &= -\frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \\ \text{对左右腹板} \quad \gamma_{yz} &= -\frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由位移表达式知

$$\frac{\partial u}{\partial z} = u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z) \quad (5)$$

对于左右对称的截面, 竖向挠曲微分方程是独立的, 而侧倾失稳是在竖向挠曲之后发生的, 故在 $v(x, y, z)$ 的表达式中不再考虑 $v_0(z)$, 所以有

$$\begin{aligned} v(x, y, z) &= x \theta_1(z) - x \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \theta_2(z) \\ \therefore \frac{\partial v}{\partial z} &= x \theta'_1(z) - x \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \theta'_2(z) \end{aligned} \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入式(4)可得

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} [u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)]^2 - \frac{x^2}{2} [\theta'_1(z) - \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \theta'_2(z)]^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \therefore \delta \varepsilon_z &= [u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)] \cdot (\delta u'_0 - y_1 \delta \theta'_1 - y_2 \delta \theta'_2) \\ &\quad - x^2 [\theta'_1(z) - \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \theta'_2(z)] \cdot [\delta \theta'_1 - \left(\frac{b_N}{b(y)} + \frac{2y_2}{b(y)} \operatorname{ctg} \theta \right) \delta \theta'_2] \end{aligned} \quad (8)$$

同样可得上、下桥道板 γ_{yz} 的非线性项为

$$\begin{aligned} \gamma_{yz} &= -\frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - 0 \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = -[-\theta_1(z) - \theta_2(z)][u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)] \\ \therefore \delta \gamma_{yz} &= [u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)](\delta \theta_1 + \delta \theta_2) + [\theta_1(z) + \theta_2(z)](\delta u'_0 - y_1 \delta \theta'_1 - y_2 \delta \theta'_2) \end{aligned} \quad (9)$$

γ_{yz} 的非线性项可计算如下:

$$\begin{aligned} \therefore \gamma_{yz} &= [\theta_1(z) + \theta_2(z)][u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)] \sin \theta \\ \therefore \delta \gamma_{yz} &= (\delta \theta_1 + \delta \theta_2)[u'_0(z) - y_1 \theta'_1(z) - y_2 \theta'_2(z)] \sin \theta + \\ &\quad [\theta_1(z) + \theta_2(z)](\delta u'_0 - y_1 \delta \theta'_1 - y_2 \delta \theta'_2) \sin \theta \end{aligned} \quad (10)$$

下面计算竖向挠曲内力 σ_z 的表达式。由材料力学

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{M_y}{F_{y^2}}, \quad \int_F \sigma_z \, dF = 0, \quad \int_F y_1 \sigma_z \, dF = \int_F (y - y_M) \sigma_z \, dF = \int_F y \sigma_z \, dF = M \\ \int_F y_2 \sigma_z \, dF &= \int_F (y - y_N) \sigma_z \, dF = \int_F y \sigma_z \, dF = M, \quad \int_F \tau_{yz} \, dF = \int_F \tau \, dF = Q = M' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \int_F y_1 \tau_y dF &= \int_F y_1 \tau_y dzf = \tau \int_F y_1 dF = \tau \left(\int_F y dF - \int_F y_M dF \right) = \tau \left(\int_h^{h_2} \frac{y t}{\sin \theta} dy - y_M F \right) \\ &= Q \left[\frac{1}{2} (h_2 - h_1) - y_M \right] = M' \left[\frac{1}{2} (h_2 - h_1) - y_M \right] = M' f_1\end{aligned}$$

同理有

$$\int_F y_2 \tau_y dF = M' f_2$$

其中

$$f_1 = \frac{1}{2} (h_2 - h_1) - y_M, f_2 = \frac{1}{2} (h_2 - h_1) - y_N$$

将式(8)~(10)以及上述有关表达式代入式(2)并做分部积分,使 $\delta u_0'$ 、 $\delta \theta_1'$ 和 $\delta \theta_2'$ 变为 δu_0 、 $\delta \theta_1$ 和 $\delta \theta_2$,并令

$$\eta_1 = \frac{F_y^3}{F_y^2} + \frac{F_{xy}^2}{F_y^2} - 2y_M, \quad \eta_2 = \frac{F_y^3}{F_y^2} + T_2 - 2y_N, \quad \eta_3 = \frac{F_y^3}{F_y^2} - T_1 - (y_M + y_N)$$

$$T_1 = \frac{b_N}{F_y^2} T_{xy}^2 + 2 \operatorname{ctg} \theta \cdot \frac{T_{y^2 x^2} - y_N T_{xy}^2}{F_y^2}, F_y^2 = \int_F y^2 dF,$$

$$F_{x^2 y} = \int_F x^2 y dF, F_{x^2 y^2} = \int_F x^2 y^2 dF$$

$$T_2 = b_N^2 \frac{T_{(x^2 y)}^2}{F_y^2} + 4b_N \operatorname{ctg} \theta \cdot \frac{1}{F_y^2} (T_{(x^2 y^2)} - T_{(x^2 y)}) +$$

$$4 \operatorname{ctg}^2 \theta \cdot \frac{1}{F_y^2} [T_{(x^2 y^2)} - 2y_N T_{(x^2 y^2)} + y_N^2 T_{(x^2 y)}]$$

$$T_{x^2 y^2} = \int_F \frac{x^2 y^2}{b(y)} dF, \quad T_{xy}^2 = \int_F \frac{x^2 y}{b(y)} dF, \quad (11)$$

$$T_{(x^2 y^2)} = \int_F \frac{x^2 y^2}{b^2(y)} dF, \quad T_{(x^2 y)} = \int_F \frac{x^2 y}{b^2(y)} dF$$

$$\begin{aligned}\therefore \delta U_s &= \int_l \{ \delta u_0 [M(\theta_1(z) + \theta_2(z))]' + \delta \theta_1 [Mu_0'(z) - m_{11} - m_{12}]' \\ &\quad + \delta \theta_2 [Mu_0'(z) - m_{21} - m_{22}] \} dx + [\text{边界项}]\end{aligned}$$

其中

$$m_{11} = \eta_1 [M\theta_1'(z)]' + M' f_1 \theta_1(z)$$

$$m_{12} = \eta_3 [M\theta_2'(z)]' + (f_1 - f_2) M' \theta_2'(z) + f_1 M' \theta_2(z)$$

$$m_{21} = \eta_3 [M\theta_2'(z)]' - (f_1 - f_2) M' \theta_2'(z) + f_1 M' \theta_2(z)$$

$$m_{22} = \eta_2 [M\theta_2'(z)]' + M' f_2 \theta_2(z)$$

2. δU_q 的计算

$$\delta U_q = - \int_l q \delta v dz \quad (12)$$

其中 q 为分布荷载, v 为相应于 q 的侧倾失稳时的位移。由 $\theta_1(z)$ 和 $\theta_2(z)$ 对 q 作用点所产生的向下位移为

$$v = \frac{1}{2}r_1\theta_1^2(z) + \frac{1}{2}r_2\theta_2^2(z)$$

$$\therefore \delta v = r_1\theta_1(z)\delta\theta_1 + r_2\theta_2(z)\delta\theta_2 \quad (13)$$

$$\therefore \delta U_q = -\int_l q\delta v dz = -\int_l [qr_1\theta_1(z)\delta\theta_1 + qr_2\theta_2(z)\delta\theta_2] dz$$

3. 侧倾失稳微分方程的建立

利用文献[1~2]的 δU 及上面求得的 δU_s 和 δU_q 由式(1)可得梯形截面桁梁桥侧倾失稳微分方程为

$$([DC] + [G]) \begin{Bmatrix} u_0(z) \\ \theta_1(z) \\ \theta_2(z) \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (14)$$

$$[DC] = \begin{bmatrix} D_{xx}p^4 & 0 & 0 \\ 0 & D_{\omega_A}^2 p^4 - Cp^2 & D_{\omega_A\omega_B} p^4 - e_3 Cp^2 \\ 0 & D_{\omega_A\omega_B} p^4 - ce_3 p^2 & D_{\omega_B}^2 p^4 - ce_3 p^2 + 2A \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & p^2 M & p^2 M \\ Mp^2 & -(\eta_1 pMp + f_1 M' + qr_1) & -(\eta_3 pMp + (f_1 - f_2)M'p + f_1 M'') \\ Mp^2 & -(\eta_3 pMp - (f_1 - f_2)M'p + f_2 M'') & -(\eta_2 pMp + f_2 M'' + qr_2) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(15)中有关符号的含义同文献[1~2]。其中 D_{xx} 和其余D值可分别乘以折减系数 μ_B 和 μ_D ，以考虑腹杆系剪切变形的影响^[1~2]。

4. 桥门架协调方程

在上述有关式子的分部积分中，留下了一些积分边界项。现以桥门架协调方程的形式来计及这些项。经过上述运算，可得到梯形截面桁梁桥的桥门架协调方程如下（ $z=0$ 处）

$$A_0[\theta_2(z)] = \frac{1}{2}(1+e_3)[\theta_1'(0) + e_3\theta_2'(0)] - \{h_2 D_{xx} u'0''(0) + \frac{1}{2}(D_{\omega_A}^2 + D_{\omega_A\omega_B})\theta_1''(0) + \frac{1}{2}(D_{\omega_A\omega_B} + D_{\omega_B}^2)\theta_2''(0)\} \quad (17)$$

当 $\theta=90^\circ$ 时， $\text{ctg } \theta=0, e_1=e_2=e_3=0, \lambda=1$ ，上述所有公式均化为矩形截面桁梁桥的相应公式^[1~2]。

三、用伽辽金法计算梯形截面桁梁桥侧倾失稳临界荷载

作为示例，针对全跨承受均布荷载 q （恒载+等代活载）的简支梯形截面桁梁桥，下面用伽辽金法计算侧倾失稳临界荷载 q_{cr} 。由结构力学可知，实心等截面简支梁当承受全跨均布荷载 q 时，其弯矩 $M(z)$ 图近似于一个半波正弦曲线，即

$$M(z) = M_c \sin \zeta z \quad (18)$$

其中 $\zeta = \frac{\pi}{l}$, l 为跨度, M_c 为跨中弯矩, 取侧倾失稳时近似位移函数为

$$\left. \begin{aligned} u_0(z) &= \left[k_2 \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) + j_2 \right] \alpha_0 + \frac{h}{2} \alpha \sin \zeta z \\ \theta_1(z) &= \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) \alpha_0 + \alpha_1 \sin \zeta z \\ \theta_2(z) &= \alpha_0 + \alpha_2 \sin \zeta z \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式(19)满足下列 $z=0$ 和 $z=1$ 时的边界条件, 即

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \left[k_2 \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) + j_2 \right] \alpha_0 \\ u_0'' &= [\theta_1'] = [\theta_2'] = 0, [\theta_2] = \alpha_0 \\ [\theta_1] &= \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) [\theta_2] = \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

把所假设的 $M(z)$ 及所选取的 $u_0(z)$ 、 $\theta_1(z)$ 和 $\theta_2(z)$ 代入式(14), 可知它们不能满足侧倾失稳微分方程。作为一个近似, 我们使用伽辽金法, 即只要求侧倾失稳微分方程(14)左边的项 $F(z) = ([DC] + [G])\{\delta\}$ 在虚位移 $\{\delta\xi\}$ 上所做的功之总和等于零即可。即

$$\int_0^1 F(z) \delta\xi \, dz = 0 \quad (21)$$

由所设的实际位移表达式(19)可得

$$\begin{aligned} \{\xi\} &= \begin{Bmatrix} u_0(z) \\ \theta_1(z) \\ \theta_2(z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left[k_2 \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) + j_2 \right] \alpha_0 + \frac{h}{2} \alpha \sin \zeta z \\ \left(\frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta \right) \alpha_0 + \alpha_1 \sin \zeta z \\ \alpha_0 + \alpha_2 \sin \zeta z \end{Bmatrix} \\ \therefore \{\delta\xi\} &= \begin{Bmatrix} \delta u_0(z) \\ \delta\theta_1(z) \\ \delta\theta_2(z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{h}{2} \sin \zeta z \delta\alpha \\ \sin \zeta z \delta\alpha_1 \\ \sin \zeta z \delta\alpha_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

把式(14)、式(22)代入式(21)并做积分运算, 便可得出关于参数 α 、 α_0 、 α_1 和 α_2 的三个方程, 再将这三个方程与式(17)联立, 即可求得 α 、 α_0 、 α_1 和 α_2 , 进而可求出 q_{cr} 。令

$$I = 1 + \frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta = I + J, J = \frac{b_N}{b_2} + \frac{2j_2}{b_2} \operatorname{ctg} \theta$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha & c \\ d_1 & d_{12} & d_2 \end{bmatrix} = \frac{4}{h^2 D_{xx}} \begin{bmatrix} \frac{2A_0}{\zeta^3} & \frac{2A}{\zeta^4} & \frac{C}{\zeta^2} \\ D_{\omega_A} & D_{\omega_A \omega_B} & D_{\omega_B} \end{bmatrix}, [\bar{h}, \bar{f}, \bar{\eta}, \bar{r}] = \frac{2}{h} [h_2 f, \eta, r]$$

$$\omega = \frac{4}{3\pi} s = \frac{8M_c}{3\pi h D_{xx} \zeta^2}, s = \frac{2M_c}{h D_{xx} \zeta^2}, n = \frac{q}{M_c \zeta^2}, \text{ (对于简支梁 } n = \frac{8}{l^2 \zeta^2} \text{)}$$

则四个关于 α 、 α_0 、 α_1 、 α_2 的联立方程为

$$\left. \begin{aligned} & -\alpha_0 \alpha_0 + 2\bar{h}_2 \alpha + [(1+e_3)c^* + d_1 + d_{12}] \alpha_1 + [(1+e_3)e_3 c^* + d_{12} + d_2] \alpha_2 = 0 \\ & -\frac{1}{2} \cdot \frac{3\pi}{2} w \alpha_0 + a - 2w(\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \\ & -(-\frac{3\pi}{4} I \bar{f}_1 + 3n J \bar{r}_1) w \alpha_0 - 2w \alpha + [d_1 + c^* + (\bar{\eta}_1 + 2\bar{f}_1 - \frac{3\pi}{4} n \bar{r}_1) w] \alpha_1 + \\ & [d_{12} + e_3 c^* + (\bar{\eta}_3 + \bar{f}_1 + \bar{f}_2) w] \alpha_2 = 0 \\ & [\frac{4\alpha}{\pi} - (-\frac{3\pi I}{4} \bar{f}_2 + 3n \bar{r}_2) w] \alpha_0 - 2w \alpha + [d_{12} + e_3 c^* + (\bar{\eta}_3 + \bar{f}_1 + \bar{f}_2) w] \alpha_1 + \\ & [d_2 + \alpha + e_3 c^* + (\bar{\eta}_2 + 2\bar{f}_2 - \frac{3\pi}{4} n \bar{r}_2) w] \alpha_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

四、算 例

一跨度为45m的钢筋混凝土梯形截面简支桁梁桥如图4所示. 计算其侧倾失稳临界荷载 q_{cr} . 结构主要参数的计算结果如下:

截面面积 $F=2.6244\text{m}^2$, $h_1=0.9141\text{m}$,

$h^2=2.0289\text{m}$, $x_0=2.5333\text{m}$,

$c=0.8040$, $y_M=-0.5542\text{m}$,

$k_1=0.3599\text{m}$, $k_2=2.5831\text{m}$,

$y_N=-0.5432\text{m}$, $j_1=0.3709\text{m}$,

$j_2=2.5721\text{m}$,

$D_{xx}=33.3684 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$,

$D_{\omega_A^2}=20.2082 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^4$,

$D_{\omega_A \omega_B}=7.8525 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^4$,

$D_{\omega_B^2}=27.4383 \times 10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^4$,

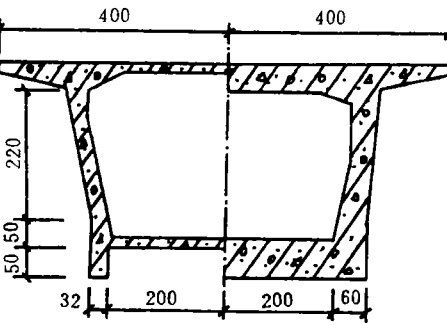


图4 横截面示意图(长度单位为cm)

$T_1=-0.9015$, $T_2=-0.2488$, $\eta_1=0.9406$, $\eta_2=1.9357$, $\eta_3=3.0970$, $\mu_B=0.9547$, $\mu_D=0.8826$

将以上有关系数代入式(23)并展开联立方程组的系数行列式, 可得侧倾失稳方程如下

$$27.4364 w^3 - 66.7075 w^2 + 20.9772 w + 3.1200 = 0$$

解此一元三次方程, 可得相应的侧倾失稳临界荷载 q_{cr} 为

$$q_{cr} = \frac{8 \times 27676 \times 10^7}{45^2} = 1.0934 \times 10^4 \text{ kN/m}$$

由这里求出的 q_{cr} , 可以算出相应的临界压应力 σ_{cr} , 可知它早已超过了材料的弹性极限 σ_E , 故此时材料实际上已处于弹塑性阶段. 同文献[1~2]的思想, 可近似引用一个折减系数(即稳定系数)来对临界荷载进行折减, 以求得接近实际情况的临界荷载.

文献[3]在讨论钢筋混凝土矩形截面简支梁两端承受弯矩 M 的侧倾稳定问题时,建议取 $\phi=0.5$ 作为承载能力的折减系数。按此建议得到折减后的临界荷载 q'_{cr} 为

$$q'_{cr} = jq_{cr} = 0.5 \times 1.0934 \times 10^4 = 5467 \text{ kN/m}$$

需要说明的是,本文仅针对承受均布荷载作用的钢筋混凝土梯形截面简支桁梁桥用伽辽金法求得了相应的临界荷载。实际上,根据本文所建立的梯形截面桁梁桥侧倾稳定的总势能泛函,利用有限元法可以很方便地对简支或连续桁梁桥进行侧倾稳定性分析。另外,本文的解答与用组合薄壁杆件侧倾稳定分析的有限元法所得结果很接近^[4~5],可根据实际情况予以选用。

参 考 文 献

- 1 李国豪. 桁梁扭转理论—桁梁桥的扭转、稳定和振动. 北京: 人民交通出版社, 1975
- 2 李国豪. 桥梁与结构理论研究. 上海: 上海科学技术出版社, 1983
- 3 R Park & T Raulay. Reinforced Concrete Structures. New York: John Wiley & Sons, 1975
- 4 周建春. 钢筋混凝土梯形截面桁梁桥侧倾稳定性研究(硕士论文). 郑州工学院, 1989:1-15
- 5 Zhou Jianchun, Shou Nanchun & Wang Yongzhong. The Lateral Buckling Analysis of Truss Beam Bridge with Box Section Using Microcomputer. In: Proceedings of ŠEPMEŠC III, Macau, 1990

LATERAL STABILITY ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE TRUSS BEAM BRIDGE WITH TRAPEZOID SECTION

Zhou Jianchun
(Hunan University)

Shou Nanchun
(Zhengzhou Institute of Technology)

Liu Guangdong
(Hunan University)

Abstract In this paper, the theory of flexure and torsion for the truss beam bridge is adopted to drive differential equations of the elastic lateral stability for the truss beam bridge with a trapezoid section. The lateral stability of a simply supported truss beam bridge is analyzed by using the Galerkin's method. Finally the critical load q_{cr} for its lateral instability is obtained.

Key words truss beam bridge with trapezoid section, analysis of lateral stability, flexure and torsion theory for truss beam bridge