

# 大型汽轮发电机组定子端部 绕组的固有振动分析\*

俞 微 王文亮 唐国安

(上海交通大学)

(上海复旦大学)

**提 要** 本文介绍了大型汽轮发电机组定子端部绕组的固有振动分析的一种高效方法,即扇区分析法。文章由两部分组成:首先从理论上扼要说明这一方法的思想 and 原理,然后把它应用到工程实际中——30 万千瓦汽轮发电机组定子汽端的实例分析。文末列出一系列图表,结果显示了扇区分析方法的优越性。

**关键词** 旋转对称性 扇区分析法 块循环矩阵

## 一、引 言

在大型汽轮发电机组的优化设计中,定子端部绕组的动力特性分析是人们十分关心的问题,这主要是由于发电机定子端部绕组需要长期承受电机运行时电磁作用所产生的稳态交变力,并须经受发电机突然短路时的巨大电磁力,这些力将激起端部绕组的动力响应,如果响应过大,会引起线棒绝缘的磨损,引线焊缝的震裂,影响机组安全运行,甚至造成灾难性事故。国内曾有几家大电站发生过类似事故,损失巨大。因此,发电机定子端部绕组的固有振动分析十分必要。

大型汽轮发电机组定子端部绕组是一个十分复杂的结构(图 1),以往国内还没有很细致的有限元分析方法。对于端部绕组的固有振动问题,人们或者利用实验方法,或者把它等效为一个轴对称壳来处理。本文充分利用定子端部绕组的旋转对称性,结合了块循环矩阵这一概念,给出了扇区分析法,从而彻底解决了端部绕组的细致分析问题。

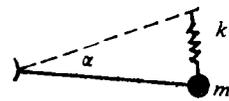
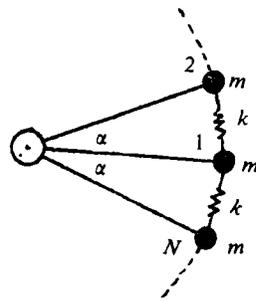


图 1 旋转对称结构及一扇区

\* 本文的实例分析是“七·五”上海市十四项重点攻关课题之一“大型汽轮发电机组定子端部绕组及引出线的减振研究”的一部分内容,获上海市“科技振兴奖”。

\* 本文收稿日期:1992 年 11 月,修改日期:1993 年 5 月

## 二、理论简述

### 1. 旋转对称结构:

图 1 中上图所示结构为一旋转对称结构, 即结构绕其中心轴旋转  $\alpha$  角度之后, 仍与原结构重合。易见, 轴对称结构是旋转对称结构的一个特例。

这里,  $2\pi/\alpha = N$ ,  $N$  为整数。

图 1 中下图称为旋转对称结构的一个扇区, 它完全代表了原结构的特征。整个结构由  $N$  个这样的扇区组成。

取扇区的局部坐标系, 使用有限元方法形成这一扇区的质量矩阵  $m$  和刚度矩阵  $k$ 。因为各扇区结构一样 (注意, 各扇区的局部坐标系仍是旋转对称性的), 所以, 在各自扇区对应的局部坐标系中, 每个扇区的质量矩阵和刚度矩阵必然相同。这样, 利用扇区的位移协调条件, 从一个扇区的质量矩阵和刚度矩阵可以形成整体结构的质量矩阵和刚度矩阵  $M$  和  $K$ , 且  $M$  和  $K$  均具形式  $R$ ——块循环矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \cdots & c_N \\ c_N^T & c_1 & c_2 & \cdots & c_{N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_2^T & c_3^T & c_4^T & \cdots & c_1 \end{bmatrix}$$

式中,  $c_1, \cdots, c_N$  均为  $n \times n$  方阵, 上标  $T$  表示转置,  $n$  为扇区的自由度数目,  $N$  为扇区个数。

令  $V$  为范德蒙块矩阵, 这里:

$$V = [V_0, V_1, \cdots, V_{N-1}]$$

其中,

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} I_n \beta_1^s \\ \vdots \\ I_n \beta_N^s \end{bmatrix} \quad s = 0, 1, \cdots, N-1$$

$$\beta_j = e^{i(j-1)\alpha} \quad j = 1, 2, \cdots, N$$

$$I_n \text{ 为 } n \times n \text{ 单位阵}$$

于是得:

$$V^* R V = \text{diag} (A_r)$$

其中,

$$A_r = \sum_{j=1}^N c_j e^{i(j-1)r\alpha} \quad r = 0, \cdots, N-1$$

\* 表示共轭转置

因而特征值问题  $(K - \lambda M)P = 0$  可类似变换, 化为块对角阵形式, 这样求解阶数从  $N \times n$  降为  $n$ 。

从以上分析可见: 一个循环对称结构, 只须分析一个扇区即可形成整体结构的质量矩阵和刚度矩阵, 再利用范德蒙矩阵可使问题求解阶数降为原来的  $1/N$ 。即相当于只

从一个扇区出发就能够得到整个结构的固有振动信息，这一方法称之为扇区分析法<sup>[6]</sup>。

### 2. 发电机定子端部绕组:

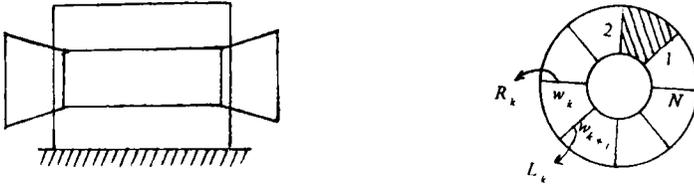


图 2 端部绕组示意图

左上图为定子的剖面图，两个锥形口即为我们所要分析的端部绕组。右上图为端部绕组的正视示意图，其中，1, ..., N 为压板。若取阴影部分为一个扇区，则整个端部绕组可以划分为 N 个等同扇区。

每一扇取一局部坐标系，全部局部坐标系仍具有 N 旋转对称性。具体分析方法如下:

(1) 任取一扇区  $W_k$ :  $k = 1, \dots, N$

定义  $W_k$  中结点位移向量为:  $\delta_k = \{\delta_{kr}^T, \delta_{ki}^T\}^T$

其中,  $\delta_{kr}$  为扇区右边界  $R_k$  上结点位移向量;  $\delta_{ki}$  为扇区内部结点位移向量。扇区  $W_k$  不包括左边界  $L_k$

(2) 扩充扇区  $W_k$ : 扇区  $W_k$  加上左边界  $L_k$

定义  $W'_k$  中结点位移向量:  $\delta'_k = \{\delta_{kr}^T, \delta_{ki}^T, \delta_{k'l}^T\}^T$

这里,  $\delta_{k'l}$  为扇区  $W_{k+1}$  的右边界结点位移向量, 它在  $W_{k+1}$  的局部坐标系中表出。之所以引入扩充扇区是为了进行不同扇区的质量矩阵和刚度矩阵的叠加。

(3) 记  $\delta_{k_0} = \{\delta_{kr}^T, \delta_{ki}^T, \delta_{k'l_0}^T\}^T$

$\delta_{k'l_0}$  为扇区  $W_k$  的左边界位移向量。

比较  $\delta_{k_0}$  与  $\delta'_k$ , 则有:

$$\delta_{k_0} = T \times \delta'_k \quad T \text{ 为转换矩阵}$$

令  $\delta_{k_0}$  对应下的结构为  $S_k$ 。

(4) 若  $\bar{m}_k, \bar{k}_k$  为对应位移向量  $\delta_{k_0}$  的质量矩阵和刚度矩阵, 则在  $\delta'_k$  下扩充扇区的质量矩阵, 刚度矩阵分别为<sup>[4]</sup>:

$$m_k = T^T \times \bar{m}_k \times T$$

$$k_k = T^T \times \bar{k}_k \times T$$

由每个扇区的一致性易见:

$$m_1 = \dots = m_N = m$$

$$k_2 = \dots = k_N = k$$

记,

$$m = \begin{bmatrix} m_{rr} & m_{ri} & m_{rl} \\ m_{ir} & m_{ii} & m_{il} \\ m_{lr} & m_{li} & m_{ll} \end{bmatrix}$$

这里,  $r$  为对应右边界位移列阵;  $i$  为对应内部位移列阵;  $l$  为对应左边界位移列阵。

(5) 总装: 依位移边界条件易得总体质量矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} m_{rr} + m_{ll} & m_{ri} & m_{rl} & 0 & \cdots & m_{lr} & m_{li} \\ m_{ir} & m_{ii} & m_{il} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ m_{lr} & m_{li} & m_{ll} + m_{rr} & m_{ri} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ir} & m_{ii} & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{rl} & 0 & 0 & 0 & \cdots & m_{rr} + m_{ll} & m_{ri} \\ m_{li} & 0 & 0 & 0 & \cdots & m_{lr} & m_{li} \end{bmatrix}$$

为清楚起见, 记

$$u_1 = \begin{bmatrix} m_{rr} + m_{ll} & m_{ri} \\ m_{ir} & m_{ii} \end{bmatrix} \quad u_2 = \begin{bmatrix} m_{rl} & 0 \\ m_{li} & 0 \end{bmatrix}$$

则有:

$$M = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & 0 & \cdots & 0 & u_2^T \\ u_2^T & u_1 & u_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_2 & 0 & 0 & \cdots & u_2^T & u_1 \end{bmatrix}$$

易见,  $M$  为一块循环矩阵。设  $\delta_k$  阶数为  $n$ , 扇区为  $N$  个, 则  $u_1, u_2$  均为  $n \times n$  方阵,  $M$  为  $N$  阶块循环阵。

同样, 易求整体刚度矩阵  $K$ , 于是特征值问题即为:

$$[K - \lambda M]P = 0$$

这一问题可依照上一节方法求解<sup>[5]</sup>。

### 三、实例分析

基于上述理论, 设计了有限元程序及其相应的后处理程序<sup>[6]</sup>, 并且利用这一程序对 30 万千瓦汽轮发电机组的定子汽端 (图 3), 进行了固有振动分析。

实测实验是由上海机械学院和上海电机厂联合进行的, 我们的工作是从理论上的分析计算。实验报告给出了多个机组的测试结果, 包括机组端部绕组的汽端和励端的实测结果。针对课题要求, 我们对 10 号机组汽端做了详细的有限元计算, 所采用的方法即为扇区分析法, 并与实验给出的结果予以比较。理论上, 我们共给出了 60 个 280Hz 以下的固有频率, 足以满足要求。但由于实验报告只提供了晃动、椭圆等 5 个实测结

果, 即没有实测数据相比较, 这里不再全部列出。

下表列出了相应于实测结果的固有频率计算值。其中所定义的相对误差为: (计算值 - 实测值)/实测值  $\times 100$ 。

	实测频率	计算频率	相对误差
晃动	38.30	45.86	19.76
椭圆 1	53.50	47.38	-11.43
椭圆 2	62.30	67.53	8.37
$\Delta$	71.10	73.77	3.76
$\square$	82.00	76.75	-6.40

从上面表中可以看到, 实测结果与计算结果之间误差均不大于 20%。满足了课题要求。它表明, 实际建造的机组定子端部绕组, 在振动特性方面与图纸设计要求是基本上相符合的。

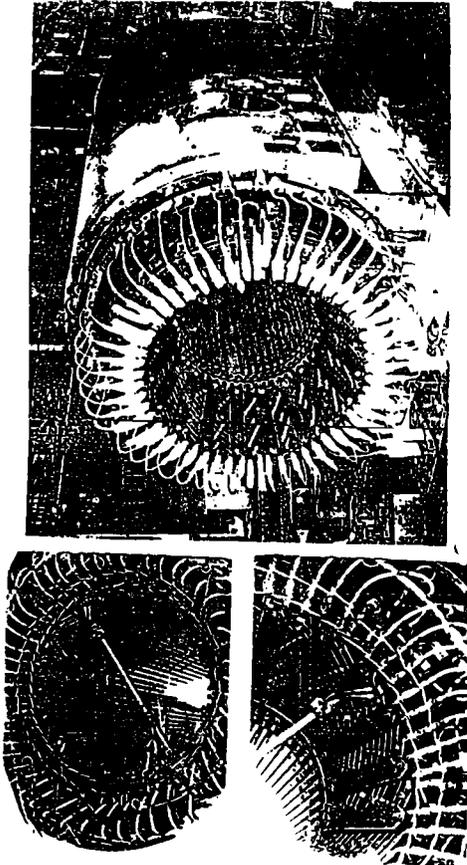


图 3 300MW 汽轮发电机端部绕组

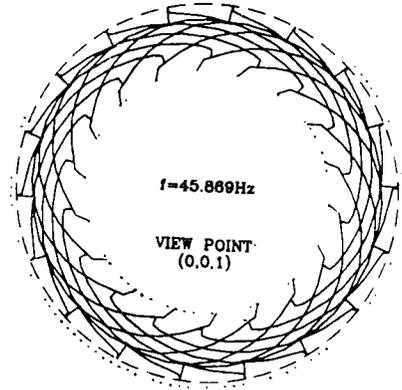


图 4 晃动变形一阶振型

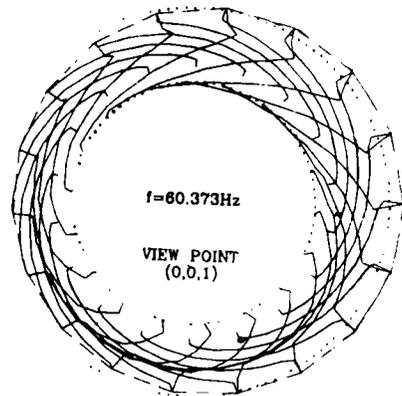


图 5 晃动变形二阶振型

图 4~图 11 是振型计算结果的一部分图示。其中图 4、图 6、图 7、图 9、图 11 振型均在实验中被测到。在图 4~图 11 中, 为了便于观察, 只画出了部分结构, 即在

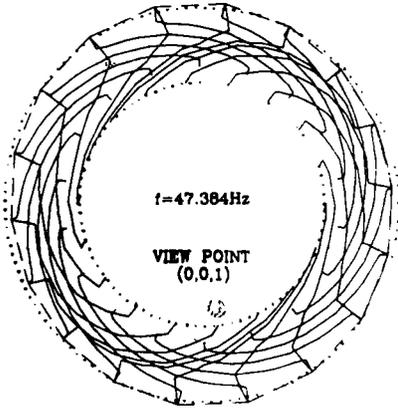


图 6 椭圆状变形一阶振型

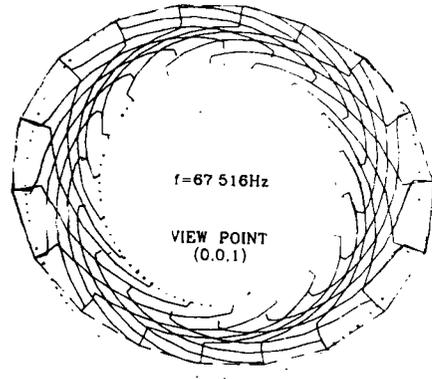


图 7 椭圆状变形二阶振型

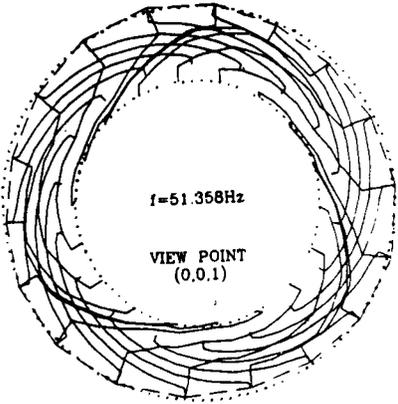


图 8 三角状变形一阶振型

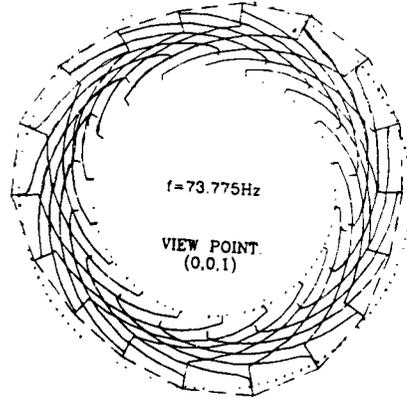


图 9 三角状变形二阶振型

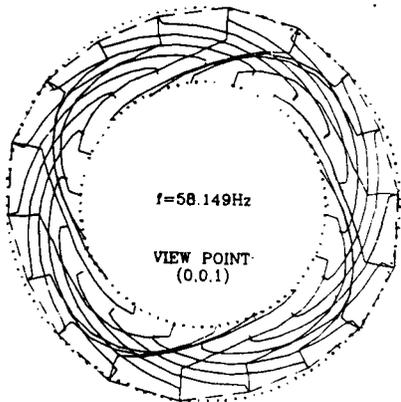


图 10 菱状变形一阶振型

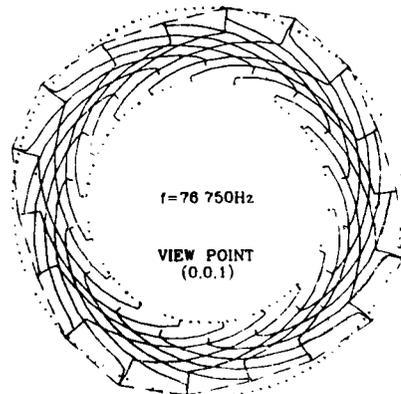


图 11 菱状变形二阶振型

一个扇区中只取一根导线。内外圆点表示静止时端部绕组的包络，外圈虚线表示变形后端部绕组的包络。从中，我们可以方便地识别振型及了解振动情况。

#### 四、小 结

在本文中，我们给出了扇区分析法的原理及这一方法在工程应用中的实例。本文的目的是解决大型汽轮发电机组端部绕组的理论分析问题，文中的实例证实了这一方法的实效性。通过这一方法，我们可以预先分析定子端部绕组固有振动特性，并可以由改变参数方法进行一系列理论分析，从而达到优化端部绕组结构、为实际生产服务的最终目的。

#### 参 考 文 献

- [1] 王文亮，盘片耦合系统的固有模态分析——CN 群上对称结构的模态分析 固体力学学报，1，1988。
- [2] 钟万勰等，群论在结构分析中的应用，大连工学院学报，1，1978，1—20。
- [3] Cao zhihao, A note on Symmetric Block Circulate Matrix, Journal of Mathematical Research and Exploration, Vol. 10, No. 3, 1990.
- [4] 俞微，大型发电机组定子端部绕组的有限元模型归纳，CVTA93 论文集（已录用）。
- [5] 俞微，发电机定子端部绕组的固有振动分析，复旦大学硕士论文，1992。
- [6] 唐国安，俞微，发电机定子端部绕组的模态分析及通用程序，复旦大学应用力学系科学技术报告（内部资料），1992。

## THE FREE VIBRATION ANALYSIS OF LARGE GENERATOR'S END-WINDING

Yu Wei

Wang Wenliang Tang Guoan

(Shanghai Jiaotong University)

(Shanghai Fudan University)

**Abstract** A dynamic analysis technique for the free vibration of generator's end-winding is presented. The whole paper is composed of two parts. First, it briefly describes the property of rotationally periodical structure and the sector analysis method. Then, to illustrate the use of the above method, its application to the calculation of the normal modes for three-hundred-thousand-watt turbogenerator's end-winding with inner water-cooled stator and rotor is given.

**Key words** rotational periodicity, sector-analysis method, block circulant matrix