第 11 卷第 1 期　　工　程　力　学　　Vol.11 No.1
1994 年 3 月　　ENGINEERING MECHANICS　　Mar. 1994

线性振动结构的识别*

张立翔　李崇孝　范家参
（云南工学院）

提　要　本文研究了具有复阻尼多自由度结构系统的识别问题。提出了一种基于复模态分析的识别方法，该方法通过构造各阶模态参数的灵敏度矩阵来形成海赛矩阵，将识别问题归结成一新变量（参数）集下的无约束优化问题。本方法具有物理力学意义明确，算法简捷，能自动实现模型定阶，收敛快，识别精度高且数据工作量小等特点。为了说明本方法的效果，一大型复杂结构的识别实例及比较结果在文中给出。本研究分线性和非线性两部分；非线性识别问题将在另一篇文中讨论。

关键词　识别，模态分析，振动

一、引　言

利用试验实测数据来识别和（或）建模多自由度动力系统是结构动力学领域里的一个重要研究课题。参数的识别方法可分为两大类，频域法和时域法。每种方法均有各自的优点和特性。频域分析法是一种发展较早并已有广泛应用的识别方法，在许多情况下已证明它是一种行之有效的方法。而时域法则是从本世纪 70 年代才逐渐发展完善起来的一种识别方法。该法直接利用系统的时域信号进行参数识别，而无需将测得的信号变换到频域中去。这就避免了由于数据变换而引起的截断误差，从而可提高识别的精度，尤其是对系统的模态阻尼。

主要的时域识别法有最小二乘复指数法（LSCE）[1]，多参考点时域法（PRTM）[2]，Ibrahim 时域法（ITD）[3~4]，时间序列分析法（TSM）[5~10] 及特征系统实现法（ERA）[11]等。LSCE 利用系统的脉冲响应函数作为时域响应数据进行识别，该法不受阻尼大小，模态密集程度及噪声干扰等的限制。PRTM 利用多激励点与多个响应点之间的脉冲响应，形成脉冲响应矩阵，建立脉冲矩阵与振型矩阵，特征值矩阵及模态参与因子矩阵之间的关系进行识别，该方法由于参数识别中使用的信息量大大增加，从而提高了识别的精度；ITD 法利用结构自由响应采样数据建立特征矩阵的数学模型，通过求解特征矩阵方程求得系统的特征值和特征向量，进而求出振动结构的模态频率和模态阻

* 云南省应用基础研究基金资助项目
* 本文收稿日期：1993 年 8 月

尼比，该法对模态频率的识别有较好的精度，但当存在噪声时，对特征值及特征向量的识别结果精度较差；TSM 是一种利用参数模型对有序的随机数据进行处理的一种方法，文献[6~9]先后成功地利用时序 ARMA 等模型进行振动结构的模态频率及模态阻尼比的识别，并成功地将 TSM 法用于非线性时变结构系统的识别[10]，时序模型进行参数识别，无量能泄漏，分辨率高，可方便地用于实际结构的在线模态分析，该法的主要缺点是模型的定阶比较困难；ERA 法利用现代控制论中的最小实现理论，使用实测的脉冲或自由响应数据，构造 Hankel 矩阵，并作奇异值分解，识别系统状态方程及观测方程的系统矩阵，测量矩阵及输出矩阵，通过求解系统矩阵的特征值问题，获得系统的特征值和特征向量，进而求结构的模态参数，该法具有较高的识别精度，但解题规模巨大，一般只能在大型计算机上实现。

本文提出了一种识别结构模态频率，模态阻尼比（粘性阻尼比及结构阻尼比）及振型的时域识别方法。该方法通过对系统进行复模态分析建立控制方程，并将控制方程按各阶系统参数作 Taylor 展开，构造出系统控制方程对各阶参数的灵敏度矩阵并形成海赛矩阵，使用最小二乘法将识别问题划成一新变量集下的无约束优化问题，照此求出系统参数，进而识别出振动结构的模态频率，模态阻尼比及振型。本研究分线性和非线性两部分，本文讨论线性系统的识别，非线性的识别将在另一篇文章中讨论。为了说明本方法的效果，文中给出了一大型复杂结构的识别结果。

二、模态分析及系统控制方程

设振动结构在外激励 $\underline{P}(t)$ 作用下的运动方程为：

$$[M]\ddot{\underline{X}}+[C]\dot{\underline{X}}+[K]\underline{X}=\underline{P} \tag{1}$$

式中，$[M]$ 为质量矩阵，$N\times N$ 阶；$[C]$ 为粘性阻尼矩阵，$N\times N$ 阶；$[K]=[K]_0+i[S]$ 为复刚度矩阵，$N\times N$ 阶，其中 $[S]$ 为结构阻尼矩阵，$i=\sqrt{-1}$。由于式(1)具有一般的阻尼形式，宜在状态空间中进行讨论，故将式(1)改写成如下状态方程：

$$[A]\dot{\underline{Q}}+[B]\underline{Q}=\underline{F} \tag{2}$$

式中，

$$[A]=\begin{bmatrix}[0] & [M]\\ [M] & [C]\end{bmatrix}_{(2N\times 2N)};\quad [B]=\begin{bmatrix}-[M] & [0]\\ [0] & [K]\end{bmatrix}_{(2N\times 2N)}$$

$$\underline{Q}=\begin{bmatrix}\dot{\underline{X}}\\ \underline{X}\end{bmatrix}_{(2N\times 1)};\quad \underline{F}=\begin{bmatrix}\underline{O}\\ \underline{P}\end{bmatrix}_{(2N\times 1)}$$

对应式(2)的 $2N$ 个特征值及 $2N$ 个特征向量可表示为：

$$\alpha_n=-\omega_n\xi_n-\omega_n\sqrt[4]{(1-\xi_n^2)^2+\gamma_n^2}\cdot\sin\frac{\theta_n}{2}+i\omega_n\sqrt[4]{(1-\xi_n^2)^2+\gamma_n^2}\cdot\cos\frac{\theta_n}{2} \tag{3a}$$

$$\alpha_n^* = -\omega_n\zeta_n - \omega_n\sqrt[4]{(1-\zeta_n^2)^2+\gamma_n^2}\cdot\sin\frac{\theta_n}{2} - i\omega_n\sqrt[4]{(1-\zeta_n^2)^2+\gamma_n^2}\cdot\cos\frac{\theta_n}{2} \tag{3b}$$

$$\theta_n = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\gamma_n}{1-\zeta_n^2} \tag{3c}$$

$$\underline{\Psi}_n = \begin{bmatrix} \alpha_n\underline{\phi}_n \\ \underline{\phi}_n \end{bmatrix}_{(2N\times 1)}; \tag{3d}$$

$$\underline{\Psi}_n^* = \begin{bmatrix} \alpha_n^*\underline{\phi}_n^* \\ \underline{\phi}_n^* \end{bmatrix}_{(2N\times 1)} \tag{3e}$$

式中，ω_n 为模态频率；ζ_n 为模态粘性阻尼比；γ_n 为模态结构阻尼比。利用正交关系，得：

$$\underline{\psi}_n^T[A]\underline{\psi}_m = \begin{cases} 0 & (n\neq m) \\ a_n & (n=m) \end{cases} \tag{4a}$$

$$\underline{\psi}_n^T[B]\underline{\psi}_m = \begin{cases} 0 & (n\neq m) \\ b_n = -\alpha_n a_n & (n=m) \end{cases} \tag{4b}$$

展开式（4a）和式（4b），有：

$$a_n = 2\alpha_n M_n + C_n \tag{5a}$$

$$b_n = -\alpha_n^2 M_n + K_n \tag{5b}$$

由上述方程可构造出如下关于 α_n 的二次方程

$$\alpha_n^2 M_n + \alpha_n C_n + K_n = 0 \tag{6}$$

由此可得

$$\alpha_n = -\omega_n\zeta_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta_n^2+i\gamma_n} \tag{7}$$

利用复三角表达式和棣莫佛（De Moirver）公式，式（7）等号右边的根号项可表示成：

$$\sqrt{1-\zeta_n^2+i\gamma_n} = \pm\sqrt[4]{(1-\zeta_n^2)^2+\gamma_n^2}\left(\cos\frac{\theta_n}{2} + i\sin\frac{\theta_n}{2}\right) \tag{8}$$

可以证明，为了保证系统的稳定，式（8）中的“±”号应和式（7）中的“±”号交叉取，即应保证 α_n 的实部为负数（<0），将式（8）代入式（7），并注意“±”号的选择，即得到式（3a）和（3b）。

对状态向量 $\underline{Q}$ 作复模态坐标变换，得：

$$\underline{Q} = [\underline{\psi}_1\underline{\psi}_2\cdots\underline{\psi}_n\underline{\psi}_1^*\cdots\cdots\underline{\psi}_n^*]\begin{bmatrix} \underline{\eta} \\ \underline{\eta}^* \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中 $\underline{\eta}$，$\underline{\eta}^*$ 为复模态坐标向量及其共轭。展开式（9）得：

$$\underline{Q} = \sum_{n=1}^{N}\psi_n\eta_n + \sum_{n=1}^{N}\psi_n^*\eta_n^* = \begin{bmatrix} \dot{\underline{X}} + \dot{\underline{X}}^* \\ \underline{X} + \underline{X}^* \end{bmatrix} \tag{10}$$

式中 $\dot{\underline{X}}^*$ 和 $\underline{X}^*$ 分别为 $\dot{\underline{X}}$ 和 $\underline{X}$ 的共轭复数。由此可知，振动结构的响应是复响应及其共轭之和。若令外激励 $\underline{P}(t) = \underline{P}_0 e^{i\Omega t}$，并代入式（2）利用复正交关系化简得：

$$a_n\dot{\eta}_n + b_n\eta_n = \underline{\phi}_n^T\underline{P}_0 e^{i\Omega t} \tag{11a}$$

$$a_n^*\dot{\eta}_n^* + b_n^*\eta_n^* = \underline{\phi}_n^{*T}\underline{P}_0 e^{i\Omega t} \tag{11b}$$

进而可得结构的位移响应向量和速度响应向量为：

$$\underline{X} = \sum_{n=1}^{N}\frac{\underline{\Phi}_n\underline{\Phi}_n^T\underline{P}}{(i\Omega-\alpha_n)a_n}e^{i\Omega t} + \sum_{n=1}^{N}\frac{\underline{\Phi}_n^*\underline{\Phi}_n^{*T}\underline{P}}{(i\Omega-\alpha_n^*)a_n^*}e^{i\Omega t} \tag{12a}$$

$$\underline{\dot{X}} = \sum_{n=1}^{N}\alpha_n\frac{\underline{\Phi}_n\underline{\Phi}_n^T\underline{P}^0}{(i\Omega-\alpha_n)a_n}e^{i\Omega t} + \sum_{n=1}^{N}\alpha_n^*\frac{\underline{\Phi}_n^*\underline{\Phi}_n^{*T}\underline{P}^0}{(i\Omega-\alpha_n^*)a_n^*}e^{i\Omega t} \tag{12b}$$

式中 Ω 为输入频率，α_n^* 为 α_n 的共轭，φ_n^* 为 φ_n 的共轭。设系统为单输入多输出系统（SIMO），并在 l 点激励，在 K 点测量（输出）时的控制方程可表示为：

$$\begin{aligned}X_{kl} = &\sum_{n=1}^{N}\left[\left(\frac{A_{nR}\lambda_{nR}-A_{nIM}\lambda_{nIM}}{\lambda_{nR}^2+\lambda_{nIM}^2}+\frac{A_{nR}\lambda_{nR}^*-A_{nIM}\lambda_{nIM}^*}{\lambda_{nR}^{*2}+\lambda_{nIM}^{*2}}\right)P_0\cos\Omega t\right.\\&\left.-\left(\frac{A_{nIM}\lambda_{nR}+A_{nR}\lambda_{nIM}}{\lambda_{nR}^2+\lambda_{nIM}^2}-\frac{A_{nIM}\lambda_{nR}^*+A_{nR}\lambda_{nIM}^*}{\lambda_{nR}^{*2}+\lambda_{nIM}^{*2}}\right)P_0\sin\Omega t\right]\\&+i\sum_{n=1}^{N}\left[\left(\frac{A_{nR}\lambda_{nR}-A_{nIM}\lambda_{nIM}}{\lambda_{nR}^2+\lambda_{nIM}^2}+\frac{A_{nR}\lambda_{nR}^*-A_{nIM}\lambda_{nIM}^*}{\lambda_{nR}^{*2}+\lambda_{nIM}^{*2}}\right)P_0\sin\Omega t\right.\\&\left.+\left(\frac{A_{nIM}\lambda_{nR}+A_{nR}\lambda_{nIM}}{\lambda_{nR}^2+\lambda_{nIM}^2}+\frac{A_{nIM}\lambda_{nR}^*+A_{nR}\lambda_{nIM}^*}{\lambda_{nR}^{*2}+\lambda_{nIM}^{*2}}\right)P_0\cos\Omega t\right]\end{aligned} \tag{13}$$

式中，

$$\lambda_{nR} = (\alpha_{nIM}-\Omega)a_{nIM} - \alpha_{nR}a_{nR} \tag{14a}$$

$$\lambda_{nIM} = (\alpha_{nIM}-\Omega)a_{nR} + \alpha_{nR}a_{nIM} \tag{14b}$$

$$\lambda_{nR}^* = (\alpha_{nIM}+\Omega)a_{nIM} - \alpha_{nR}a_{nR} \tag{14c}$$

$$\lambda_{nIM}^* = (\alpha_{nIM}+\Omega)a_{nR} + \alpha_{nR}a_{nIM} \tag{14d}$$

$$A_{nR} = \varphi_{nkR}\varphi_{nlR} - \varphi_{nkIM}\varphi_{nlIM} \tag{14e}$$

$$A_{nIM} = \varphi_{nkIM}\varphi_{nlR} + \varphi_{nkR}\varphi_{nlIM} \tag{14f}$$

其中，下标“R”表示复数的实部，“IM”表示复数的虚部，φ_n 为 $\underline{\phi}_n$ 中的元素。显然，如果在 l 点激励，l 点测量，则式（14e～14f）变成：

$$A_{nR} = \varphi_{nlR}^2 - \varphi_{nlIM}^2 \tag{15a}$$

$$A_{nIM} = 2\varphi_{nlR}\varphi_{nlIM} \tag{15b}$$

三、系统参数估计

由系统控制方程式（13）可知，对于每一阶模态，需识别的系统参数为 6 个，即

$$\underline{\beta}_n = [\lambda_{nR}\lambda_{nIM}\lambda_{nR}^*\lambda_{nIM}^*A_{nR}A_{nIM}]^T \tag{16}$$

设系统由 N 个模态参与迭加计算的响应 $X^{[N]}$（为书写方便，省去下标 $_{kl}$）可用由（$N-1$）个模态参与迭加时的响应 $X^{[N-1]}$ 的一阶 Taylor 展式表示，即式（13）可以写

成：

$$
\begin{aligned}
X^{(1)} &= \bar{X}^{(0)} + \frac{\partial X^{(1)}}{\partial \underline{\beta}_1^T}(\underline{\beta}_1 - \underline{\beta}_0) \\
X^{(2)} &= X^{(1)} + \frac{\partial X^{(2)}}{\partial \underline{\beta}_2^T}(\underline{\beta}_2 - \underline{\beta}_1) \\
X^{(3)} &= X^{(2)} + \frac{\partial X^{(3)}}{\partial \underline{\beta}_3^T}(\underline{\beta}_3 - \underline{\beta}_2) \\
&\vdots \\
X^{(N)} &= X^{(N-1)} + \frac{\partial X^{N}}{\partial \underline{\beta}_N^T}(\underline{\beta}_N - \underline{\beta}_{N-1})
\end{aligned}
\tag{17}
$$

式中 $\bar{X}^{(0)}$ 和 β^0 为初始起动参数，$\frac{\partial X^{(n)}}{\partial \underline{\beta}_n^T}$定义为系统对参数 $\underline{\beta}_n(n=1,2,\cdots\cdots N)$的灵敏度矩阵，记为

$$
\frac{\partial X^{(n)}}{\partial \underline{\beta}_n^T} = [S_n]_{(1\times 6)} \tag{18}
$$

则式（17）可写成如下形式

$$
X^{(N)} = \bar{X}^{(0)} + [S_1]\underline{E}_1 + [S_2]\underline{E}_2 + \cdots\cdots [S_N]\underline{E}_N \tag{19}
$$

式中，$\underline{E}_N = \underline{\beta}_n - \underline{\beta}_{n-1} = [e_1 e_2 \cdots\cdots e_6]^T$。这样，参数 $\underline{\beta}_n$ 的识别被转化成求新参数 $\underline{E}_n$ 的问题。而 $\underline{E}_n$ 与 $\underline{\beta}_n$ 之间的关系如下：

$$
\begin{aligned}
\underline{\beta}_1 - \underline{\beta}_0 &= \underline{E}_1 \\
\underline{\beta}_2 - \underline{\beta}_1 &= \underline{E}_2 \\
&\vdots \\
\underline{\beta}_N - \underline{\beta}_{N-1} &= \underline{E}_N
\end{aligned}
\tag{20}
$$

新参数 $\underline{E}_n$ 求出后，则可由式（20）求系统参数 $\underline{\beta}_n$。这样变换有三个优点，(1) 控制方程简捷，且方程为未知参数 $\underline{E}_n$ 的线性表达式；(2) 易于模型定阶，并能在算法中实现自动定阶；(3) 数据处理工作量少，收敛速度快，有较高的识别精度，易于在微机上实现。事实上，式（19）表示的实际是一“回归系数”为 $\underline{E}_n$ 的 AR 模型。

1. 识别算法

式（19）可改写成

$$
X^{(N)} = \bar{X}^{(0)} + [H]\underline{P}_s \tag{21}
$$

式中，

$$
[H] = [[S_1][S_2]\cdots\cdots[S_N]],\quad \underline{P}_s = [\underline{E}_1^T \underline{E}_2^T \cdots\cdots \underline{E}_N^T]^T
$$

由式（21）可构造如下最小二乘误差函数

$$
J = \sum_{m=1}^{M} [\hat{X} - (\bar{X}^{(0)} + [H]\underline{P}_s)]_m^2 \tag{22}
$$

式中，$\hat{X}$ 为实测响应，m 为采样点号，M 为采样点数，展开式（22），成

$$J=\sum_{m=1}^{M}(\hat{X}^2-2\hat{X}\bar{X}^{(0)}+\bar{X}^{(0)2}-2\hat{X}\bar{X}^{(0)}[H]\underline{P}_e+\underline{P}_e^T[H]^T[H]\underline{P}_e)_m \tag{23}$$

式（23）表示的是一个无约束的优化问题，求解这问题的方法可有多种，本研究中，采用共轭方向法。为此设

$$\underline{P}_e^{k+1}=\underline{P}_e^k+\delta_k\underline{D}^k \tag{24}$$

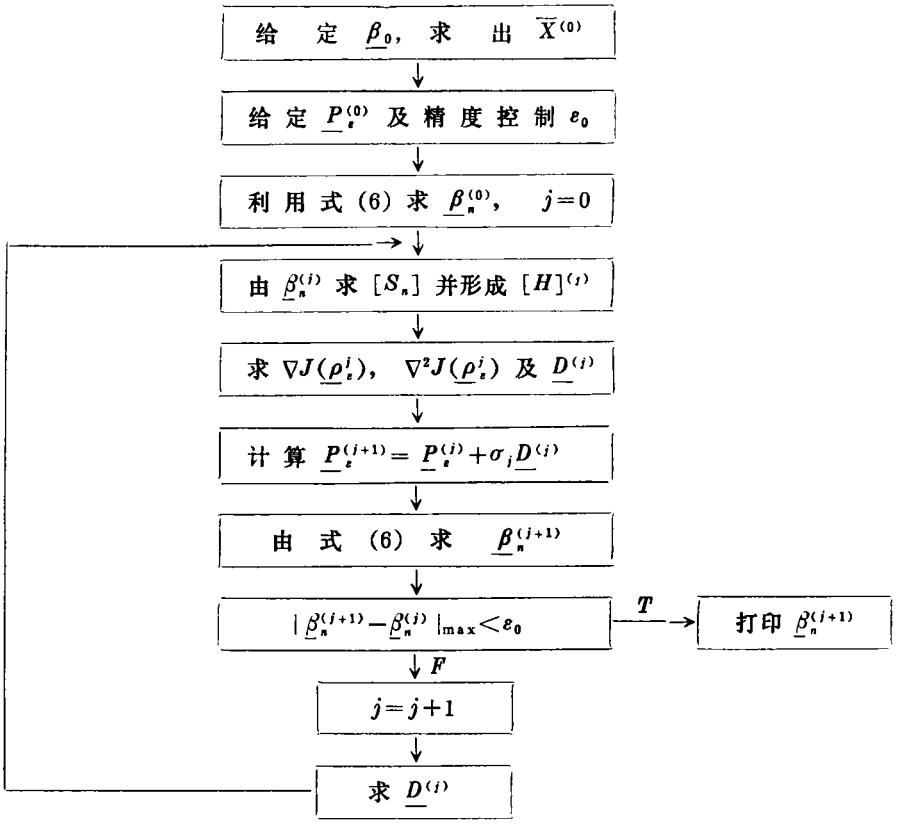
$$\delta_x=-\frac{(\nabla J(\underline{P}_e^k)^T\underline{D}^k}{(\underline{D}^k)^T\nabla^2J(\underline{P}_e^K)\underline{D}^k} \tag{25}$$

$$\underline{D}^k=-\nabla J(\underline{P}_e^K)+\frac{(\nabla J(\underline{P}_e^k)^T\nabla J(\underline{P}_e^k)}{(\nabla J(\underline{P}_e^{k-1}))^T\nabla J(\underline{P}_e^K)}\cdot D^{k-1} \tag{26}$$

$$\nabla J=\sum_{m=1}^{M}(-2\hat{X}\bar{X}^{(0)}+[H]^T+2[H]^T[H]\underline{P}_k)_m \tag{27}$$

$$\nabla^2J=\sum_{m=1}^{M}(2[H]^T[H])_m \tag{28}$$

式（28）即为灵敏度矩阵直接构造出的海赛矩阵。计算过程可用如下框图表示：



由上述过程求出 $\underline{\beta}_n(n=1,2,\cdots\cdots N)$ 后，利用式（14a～14d）可求出系统的特征

值的实部与虚部 α_{nR} 和 α_{nIM}。利用式（15a～15b），令 $l=1,2,\cdots\cdots N$，可求得特征向量 $\underline{\phi}_n$ 得 $\underline{\phi}_n^*$。如果粘性阻尼比 ξ_n 和结构阻尼比 γ_n 的如下关系[12]成立。

$$\gamma_n = 2\xi_n \tag{29}$$

则在小阻尼情况下，如下两式成立

$$\alpha_{nR}^2 + \alpha_{nIM}^2 = \omega_n^2 \frac{1+\xi_n^2}{1-\xi_n^2} \tag{30}$$

$$\alpha_{nIM}^2 = (\alpha_{nR}^2 + \alpha_{nIM}^2)(1-\xi_n^2)\cos^2\frac{\xi_n}{1-\xi_n^2} \tag{31}$$

由式（29），（30）和（31）可求出模态频率 ω_n，模态阻尼比 ξ_n 及 γ_n。

2. 模型定阶

设结构的有效模态数为 N_e，则定义

$$\left|\frac{X^{(N_e+1)} - X^{(N_e)}}{X^{(N_e)}}\right| < \varepsilon_0 \tag{32}$$

成立，也即

$$|[S_{N_e+1}]\underline{E}_{N_e+1}| < \varepsilon_0 |X^{(N_e)}| \tag{33}$$

将式（21）代入式（33），得

$$|[S_{N_e+1}]\underline{E}_{N_e+1}| < |\bar{X}_{(0)} + [H]\underline{P}_e|\varepsilon_0 \tag{34}$$

因此，只要在算法中加入式（34）的判据，即可实现自动定阶。

四、应用实例—漫湾水电站拦污栅结构识别

漫湾水电站是澜沧江梯级开发的第一级工程，总装机 150 万千瓦，电站进水口的拦污栅结构设计布置特殊，体形复杂，且位于高烈度地震区（8°）。为了全面准确地了解栅结构抗震方面的性能，我们进行了动力特性等方面的试验和研究。库空工况识别的 1～6 阶模态参数及振型系数见表 1 和表 2～7。

表 1 各阶模态参数对比表（$\gamma_n = 2\xi_n$）

阶次	特征值 α_n, α_n^*	模态阻尼比 ξ_n		模态频率 f_n(Hz)		
		识别值	实测值	识别值	实测值	比例阻尼理论计算值
1	−15.70128±i604.5518	0.0129837	0.0065	96.2581	115.2	120.586
2	−7.849874±i985.1750	0.0039840		156.8750	150.0	157.687
3	−23.5410±i1330.6786	0.0088485		211.8832	212.8	242.820
4	−15.699510±i1460.1418	0.0053761		232.5033	227.3	249.028
5	−15.69960±i1570.0422	0.0049998		250.0036	263.2	264.960
6	−23.54916±i1817.3552	0.0064791		289.3817		

注：表中参数为模型参数

表 2 一阶振型系数 $\underline{\phi}_1$ 得 $\underline{\phi}_1^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	−1.71056	−0.972266
11	1.46889	−1.60602
12	−0.73541	−0.382489
17	1.12318	−1.85453
18	−1.16345	−1.99784
19	−1.09335	0.682216
20	−1.05536	0.042451
25	2.57692	−2.07994
26	1.85451	−0.111479
27	−3.76960	−2.33167
28	−0.08756	−0.48244
33	−0.023984	−3.01365
34	0.818202	−1.55067
35	3.08316	−1.53121
36	1.01404	−1.51113

$f_1=96.2581Hz$, $\zeta_1=0.0129837$

表 3 二阶振型系数 $\underline{\phi}_2$ 得 $\underline{\phi}_2^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	1.24750	−0.012508
11	−2.42155	−2.80120
12	0.203449	−1.09879
17	2.31986	0.145594
18	−0.037973	−0.852843
19	−0.835464	0.421049
20	−0.697677	0.228266
25	0.291704	1.00467
26	0.736345	−2.78305
27	2.16023	1.75582
28	0.84954	−0.106203
33	−2.48992	0.732282
34	−3.51622	2.48883
35	−0.40290	0.345049
36	−2.84930	−1.96932

$f_2=156.876$Hz, $\zeta_2=0.00398397$

表 4 三阶振型系数 $\underline{\phi}_3$ 得 $\underline{\phi}_3^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	−1.33570	0.628513
11	−0.355359	1.80380
12	−0.590757	0.096026
17	0.071783	0.316363
18	−0.488486	−0.428893
19	0.472584	−0.302945
20	0.142433	1.23339
25	−0.024697	1.10882
26	0.45599	−0.54382
27	1.59448	−2.22872
28	0.149503	0.38060
33	0.278852	−0.898438
34	0.667092	3.34439
35	−0.051117	0.421048
36	0.445123	0.840446

$f_3=211.883$Hz, $\zeta_3=0.00884848$

表 5 四阶振型系数 $\underline{\phi}_4$ 得 $\underline{\phi}_4^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	0.643599	1.08925
11	−1.39882	−0.204865
12	−0.534995	−0.462794
17	0.228878	−0.285358
18	−0.022853	0.736497
19	−0.778502	−1.12235
20	0.122102	−0.276568
25	−0.858860	−0.930502
26	0.448679	0.665650
27	3.58979	0.856066
28	−0.065486	0.274106
33	0.759062	3.24265
34	2.63499	2.88664
35	1.18699	2.12840
36	−0.512862	0.740539

$f_4=232.503$Hz, $\zeta_4=0.00537612$

表 6 五阶振型系数 $\underline{\phi}_5$ 得 $\underline{\phi}_5^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	−0.960638	−1.34337
11	0.373667	−1.07312
12	0.066947	−0.522104
17	1.07711	1.24524
18	1.67187	−0.048066
19	2.63686	−1.29413
20	0.223672	2.76379
25	−2.67516	−1.92203
26	0.918055	−0.388597
27	3.40880	1.19970
28	−2.37917	−0.429839
33	6.35910	2.75046
34	−0.551582	3.40753
35	2.68001	5.24415
36	−1.65883	1.12718

$f_5=250.003\text{Hz}$, $\zeta_5=0.00499984$

表 7 六阶振型系数 $\underline{\phi}_6$ 得 $\underline{\phi}_6^*$（横河向）

点 号	实 部	虚 部
9	1	0
10	−0.153162	0.149237
11	0.00055	−0.0776318
12	−0.350215	−0.125633
17	−0.02976	−0.1630
18	0.0362752	−0.434707
19	−0.257104	0.414903
20	−0.010608	0.246427
25	−1.02602	−0.320665
26	1.14135	0.000468
27	0.770459	0.415430
28	0.242293	0.198755
33	0.057219	−0.065997
34	−0.131784	0.0227486
35	0.722819	−0.156229
36	0.050505	0.004539

$f_6=289.381\text{Hz}$, $\zeta_6=0.00647909$

五、结 语

本文研究了具有复阻尼多自由度振动结构的模态参数的时域识别方法。该方法通过建立基于复模态分析的控制方程，并对此方程进行分解变换，构造出一新的易于进行参数识别的数学模型。事实上，由式（19）可以看出，新构造出的这种模型实际上是一个“回归系数”为 $\underline{E}_n$ 的时间序列自回归模型，即 AR 模型。但它具有普通 AR 模型所不具有的特点，如模型的物理力学意义清楚；便于定阶；数据及计算工作量小；迭代收敛快等。该方法的另一特点是能同时考虑一般粘性阻尼和结构阻尼的影响和作用，由式（3a），（3b）可以看出，结构阻尼的存在与否对系统的特征值 α_n 的影响是极显著的（其实部增加近倍），这一差异或影响在实例中也反映得极为明显，在系统中同时考虑两种阻尼的影响是合理的，也是必要的。

参 考 文 献

[1] D. J. Ewins, Modal testing: theory and practice, Research Studies Press Ltd, Letchworth, England, 1986.

[2] J. Lourida n etel, Time Domain Parameter Identification Methods for Linear Modal Analysis: A Unifying Approach, J. of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 108(1), 1986.

[3] S. R. Ibrahim, and E. C. Mikulcik, A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters From the Free Response Shock and Vibration Bull, 47(4), 1977.

[4] S. R. Pappa,and S. R. Ibrahim, A Parametric study of the ITD Modal Identification Algorithm, Shock and Vibration Bull, 51(3), 1981.

[5] W. Gersch, and S. Luo, Discrete Time Series Synthesis of Randomly Excited Structural System Response, J. Acoustical Sco. of Am , 51(1), 1972.

[6] W. Gersch, and J. Yonemoto, Synthesis of Multivariate Random Vibration Systems: a two-stage Least Squares ARMA Model Approach, J. Sound and Vibration, 52(4), 1977.

[7] S. M. Pandit, and S. M. Wu, Time Series and System Analysis With Application, John Wiley and Sons, New York, N. Y., 1983.

[8] Z. Wang, and T. Fang, A Time-Domain Method for Identifying Modal Parameters, J. Appl. Mech. 53(3) 1986.

[9] Y. L. Pi, and N. C. Mickleborough, Modal Identification of Vibrating Structures Using ARMA MoDel, J. of Ellgg Mech. 115(10), 1989.

[10] E. Safak, and M. Celebi, Recorded Seismic Response of Pacific Plaza, I: System Identification, J. of Struct. Engg 118(6), 1992.

[11] J. N. Juang, R. S Pappa, An Eigen system Realization Algorithm (ERA) for Modal Parameter Identification and Modal Reduction, NASA/JPL Workshop on Identification and Control of Flexible Space Structures, 1984.

[12] R.W. 克拉夫, J. 彭津著, 王光远等译, 结构动力学, 科学出版社, 1985。

IDENTIFICATION OF LINEAR VIBRATING STRUCTURES

Zhang Lixiang Li Chongxiao Fan Jiashen

(Yunnan Institute of Technology)

Abstract In this paper, a time-domain identification method based on the complex modal analysis technique is presented for the multi-degree-of-freedom structural systems with visco and hysterestic dampings, in which the identifying problem is converted into an unconstraint optimization procedure with a set of new variables (systematical parameters) by means of a tranformation that the Hessian matrix is created with the sensitivity matrix of the structural system. The approach has the advantages of concise algorithm, rapid convergence rate, high estimate accuracy, and realization of auto-selection of model order, etc. A numerical

example is presented to illustrate the effectiveness of this method. The present paper is the first of two companion papers. The nonlinear identification of the same problem is given in the second paper.

Key words identification, modal analysis, vibration

(上接第 132 页)

THE APPLICATION OF THE MIXED-ENERGY CONDENSATION METHOD TO THE CONSTRAINED NONLINEAR CONTROL SYSTEM

Deng Zichen
(Northwestern Polytechnical University)

Abstract Based on the analogy principle between structural mechanics and optimal control, the multi-level substructure method in structural mechanics is used for the computation of the constrained nonlinear control system. The nonlinear system and its constraint are linearized first, and the definition of the time-interval mixed-energy is given, then the condensation formulas of the time-inter val are obtained according to variational principle. Finally the iterative algorithm is established for the solution of the constrained nonlinear control system, the corresponding numerical example is given.

Key wordr nonlinear, constraint, multi-level substructural method, mixed-energy, time-interval, condensation formulas