第10卷第1期　　工　程　力　学　　Vol.10 No.1
1993年　3月　　ENGINEERING MECHANICS　　Mar.　1993

深梁杆件力学解

丁大钧　刘伟庆

（东南大学）

提要　深梁是工程中常遇到的结构构件之一，如浅仓中的仓壁等。由于深梁受力复杂，平截面假定在此已不适用，过去用三角级数或用差分法求解；在有限元法推广应用后，则往往用有限元法求解，但结构的受力机理并不能从这些数学运算中较清楚地看出。本文用杆件力学方法求解，不但受力概念清楚，也易为工程技术人员所掌握运用。

关键词　深梁，受力机理，杆件力学方法

一、基本概念

深梁和浅梁的受力不同点在于这时必须考虑水平纤维间σ_y的影响。

已知当没有体力或体力为常数的情况下用应力函数ϕ表示的平面问题基本方程式为[1]：

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=0 \qquad (a)$$

这时

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2},\sigma_y=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2},\tau_{xy}=-\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} \qquad (b)$$

当假定$\sigma_y=0$（即假定$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}=0$）时，则有

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=0 \qquad (c)$$

即$\frac{\partial^2\sigma_x}{\partial y^2}=0$，亦即$\sigma_x$沿梁高为线性分布，这即浅梁中的柏努里假定。

在浅梁中，已知$\sigma_y=0$，在中性轴上剪应力（图1）

$$\tau=\frac{\frac{P}{2}S}{bI}=\frac{P\left(b\frac{h}{2}\cdot\frac{h}{4}\right)}{2b\cdot\frac{bh^3}{12}}=\frac{3}{4}\frac{P}{bh}$$

水平剪力沿梁剪跨均匀分布，其值为$\frac{3}{4}\frac{P}{h}$。

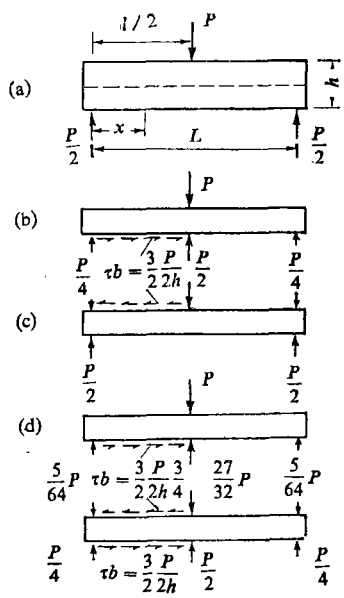

图1　浅梁

* 本文收稿日期为1992年2月

当将梁沿中性轴分为二根梁时，由于σ_y等于0，上面的梁亦仍集中支承在原支点处，这样，它除原弯矩$\frac{PL}{4}$和反向弯矩$\frac{PL}{8}$外，还将承受由水平剪力$\frac{3}{4}\frac{P}{h}$引起的附加弯矩$\triangle M=-\frac{3}{4}\frac{P}{h}x\frac{h}{4}$

$=-\frac{3}{16}Px$，即沿梁跨ΔM按线性分布，在支座处为零，在跨中为$-\frac{3}{32}PL$，与荷载P产生的弯矩按相同规律变化，也即考虑水平剪应力时的总弯矩为$\frac{Px}{4}-\frac{3}{16}Px=\frac{Px}{16}$，又$E\frac{I}{8}f=-\iint\frac{Px}{16}dx^2$，根据边界条件，可确定积分常数，最后求得的挠度$=\frac{Pl^2x}{48}\left(34\frac{x^2}{l^2}\right)$，与一般文献中给出的承受中心集载浅梁的挠度公式相同。

因为系偏心受压构件，截面模量为原模量的 1 / 4 ，即为$bh^2/24$，则这时跨中截面上的应力分别为：

$$\text{顶部}\sigma_u=\frac{Pl}{32}\Big/\frac{bh^2}{24}+\frac{3}{4}\frac{P}{h}\frac{l}{2}\Big/\frac{bh}{2}$$

$$=\frac{3}{4}\frac{Pl}{bh^2}+\frac{3}{4}\frac{Pl}{bh^2}=\frac{3}{2}\frac{Pl}{bh^2}$$

$$\text{底部}\sigma_l=-\frac{3Pl}{4bh^2}+\frac{3Pl}{4bh^2}=0$$

符合原计算。

对图1(c)所示的下半根梁，计算弯矩和上半根梁相同，挠度和应力分布自然亦相同。

当分为1/4厚的“浅梁”时，从图1(d)中可见，中间“浅梁”的上、下面都作用有水平剪应力。剪应力沿竖向截面为二次抛物线分布，此处的水平剪应力为中间平面上的3/ 4 ；而上面的“浅梁”则只作用有与下面连接面上相同的水平剪应力，这样支座反力必须调整，以维持这些“浅梁”的挠度相等，得到图1(d)中的内力分布。这时，对上面“浅梁”来说，则有$M_x=\frac{5P}{64}x-\frac{3}{4}\cdot\frac{p}{h}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{h}{8}=\frac{Px}{128}$，很显然，1/4厚“浅梁”惯性矩为原梁的1 /64，而原梁所承受的弯矩为$Px/2$，为此处“浅梁”弯矩的64倍，二者弯矩分布都为x的线性函数。因此，二梁各点挠度相同。

上述“浅梁”跨中的上、下边纤维应力分别为：

$$\sigma_u=\frac{Pl}{256}\frac{1}{b(h/4)^26}+\frac{3}{4}\cdot\frac{P}{h}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{l}{2}\Big/b(h/4)$$

$$=\frac{3}{8}\frac{Pl}{bh^2}+\frac{9Pl}{8bh^2}=\frac{3}{2}\frac{Pl}{bh^2}$$

$$\sigma_l=-\frac{3}{8}\frac{Pl}{bh^2}+\frac{9}{8}\frac{Pl}{bh^2}=\frac{3}{4}\frac{Pl}{bh^2}$$

亦符合原计算。

对下面的 1 / 4 厚梁：

$$M_x=\frac{11Px}{64}-\frac{3}{4}\frac{Px}{h}\left(1+\frac{3}{4}\right)\frac{h}{8}=\frac{Px}{128}$$

$$\sigma_u=\frac{3}{8}\frac{Pl}{bh^2}+\frac{3}{4}\frac{P}{h}\frac{l}{2}\left(1-\frac{3}{4}\right)\Big/b(h/4)=\frac{3}{8}\frac{Pl}{bh^2}+\frac{3}{8}\frac{Pl}{bh^2}=\frac{3}{4}\frac{Pl}{bh^2}$$

$$\sigma_l=0$$

亦符合原计算。

当梁承受均布荷载时，由剪应力在切开的梁中引起的附加弯矩沿跨中变化与 q 引起的弯矩有着相同的规律，而在切开面上分别向上下作用均布的 $\frac{q}{2}$，最后则和上面一样，可得出切开梁和原梁相同的挠度。

为了计算深梁，采用上述概念，将梁水平切开成若干根浅梁。对这些浅梁，利用水平应力 σ_x 成线性分布的假定计算，并考虑切开面上分布的 σ_y 对各浅梁挠度的影响（即在计算浅梁挠度时必须考虑各层纤维因 σ_y 而压缩的影响），最后可得出折线形 σ_x 图形，进而确定剪应力的分布，以作为设计的根据。

二、深梁受力机理

在跨中，σ_y 向下逐渐减小，至梁底为 0，并不断地向支座集中（图2(a)）。因此，在各水平纤维层内，支座上 σ_y 是大于跨中的。由于 σ_y 各截面压缩变形是不相同的，因此，在图 2 (b)中，梁下面支座处位移为 0，而顶部位移为 v_u^*，顶部跨中位移 v_u，v_u 又大于跨中底面位移 v_l；变形后，梁上表面将向上拱起，由此梁顶面纤维将被附加拉长，下表面纤维亦将是这样。而在上下表面纤维处，梁端水平变位 u 将向外伸出，即这些纤维将受拉，梁中部纤维将必然因缩短而受压，以维持水平力的平衡。梁的附加位移（不考虑荷载时）曲线将如图 2 (b) 中虚线所示，跨中截面相应附加应力图形如图2(b)中点划线所示，即上、下部受拉，中部受压。当不考虑 σ_y 时，由荷载引起的应力曲线为线性分布，如图2(c)中虚线所示。以此（虚线）为基线，将图2(b)中附加应力图形描绘上去，则得总的应力图形如图2(c)中阴影线所示。从图中可见，中性轴下移了，在支座附近，中性轴下移得略多些，最大剪应力的截面亦相应下移，梁上部剪应力较小。

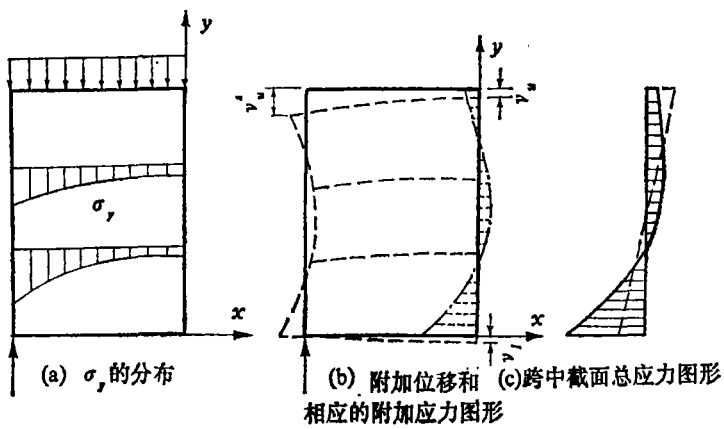

图 2 深梁受力特点

根据河海大学张子明副教授用有限元法(144个单元)计算表明，水平位移图形与图2(b)所绘示的示意图是相似的，而在数值上支座处则较图示大很多。此外，梁顶竖向位移变化极小，而中点略大些，与图示不同。

三、近似计算

如上所述，在深梁中各水平截面上σ_y的分布如图3(a)所示。假定支座截面σ_y。与跨中截面σ_y之差$\Delta\sigma_y$按二次抛物线分布，并假定在跨中沿截面高度按正弦曲线分布如图3(b)所示。

当我们将深梁沿水平截面切开分成若干根“浅梁”时，σ_y即为它们的荷载。各“浅梁”中由于q（最上一根“浅梁”）及σ_y引起的弯矩自上向下逐渐增大。

设图3(a)中梁宽为单位1，照上述假定，则有

$$\sigma_y l+2\int_0^{l/2} ax^2dx=ql$$

$$a=\frac{12}{l^2}(q-\sigma_y)$$

则
$$\triangle\sigma_y=ax^2-\frac{12}{l^2}(q-\sigma_y)\frac{l^2}{4}=3(q-\sigma_y) \qquad (1)$$

在各切开的“浅梁”的上、下面上，压缩变形不同，在此取平均值计算（图4）。

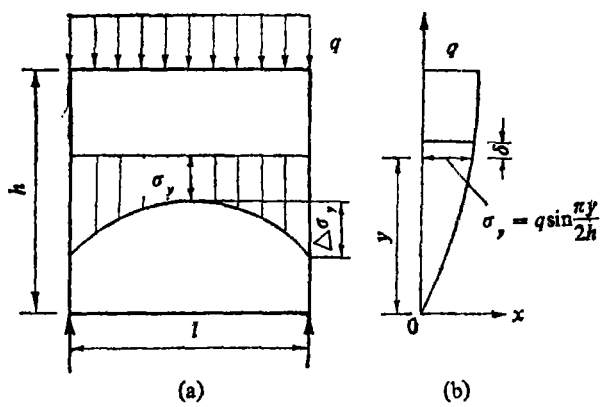

图3　σ_y的分布

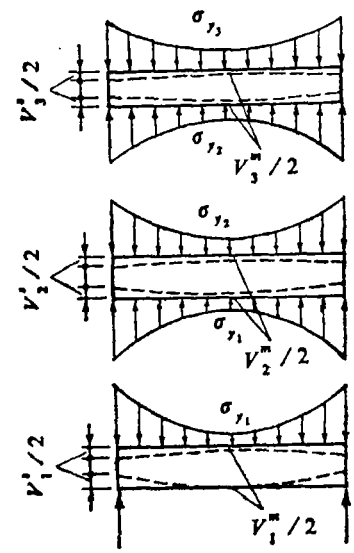

图4　σ_y和压缩变形

根据跨度中点位移相同，有

$$v_{1u}=v_{2l},\quad v_{2u}=v_{3l},\quad \cdots\cdots \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned}
v_{1u}&=\tfrac{1}{2}v_1^s+v_{1b}+\tfrac{1}{2}v_1^m\\
v_{2l}&=v_1^s+\tfrac{1}{2}v_2^s+v_{2b}-\tfrac{1}{2}v_2^m\\
v_{2u}&=v_1^s+\tfrac{1}{2}v_2^s+v_{2b}+\tfrac{1}{2}v_2^m\\
v_{3l}&=v_1^s+v_2^s+\tfrac{1}{2}v_3^s+v_{3b}-\tfrac{1}{2}v_3^m\\
&\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

在（2）和（3）式中，有下角码u及l的项分别为切开“浅梁”的上面和下面的位移值，下角b表示由弯曲引起的位移，上角码m表示跨中。

则由 $v_{1u}=v_{2l}$

$$\frac{1}{2}v_1^s+v_{1b}+\frac{1}{2}v_1^m=v_1^s+\frac{1}{2}v_2^s+v_{2b}-\frac{1}{2}v_2^m$$

得
$$v_{1b}=v_{2b}+\frac{1}{2}[(v_1^s-v_1^m)+(v_2^s-v_2^m)] \tag{4}$$

应指出的是，在v_{1u}中的$\frac{1}{2}v_1^s$，实际是最下边的"浅梁"底部压缩变形v_{1l}^s，v_{2l}中的v_1^s则为$v_{1l}^s+v_{1u}^s$。可见，在上面位移相等的计算中，v_{1l}^s是消去的(下同)。因此，底梁支座反压力的分布与近似计算无关，在图4中所示的σ_y是假定作一定分布的，而不是绝对集中的，否则，压缩变形将为∞。

由$v_{2u}=v_{3l}$，得

$$v_{2b}=v_{3b}+\frac{1}{2}[(v_2^s-v_2^m)+(v_3^s-v_3^m)] \tag{5}$$

……

$$v_{ib}=v_{(i+1)b}+\frac{1}{2}[(v_i^s-v_i^m)+(v_{i+1}^s-v_{i+1}^m)] \tag{6}$$

已知
$$v_i^s-v_i^m=\frac{\int_i(\sigma_y+\Delta\sigma_y)dy-\int_i\sigma_y dy}{\delta E}\delta$$

$$=\frac{\int_i\Delta\sigma_y dy}{E}=\frac{\int_i 3(q-\sigma_y)dy}{E} \tag{7a}$$

因此，有
$$v_i^s-v_i^m=\frac{3q}{E}\int_i\left(1-\sin\frac{\pi y}{2h}\right)dy \tag{7b}$$

$$v_{ib}=v_{(i+1)b}+\frac{3q}{2E}\left[\int_i\left(1-\sin\frac{\pi y}{2h}\right)dy+\int_{i+1}\left(1-\sin\frac{\pi y}{2h}\right)dy\right] \tag{8}$$

假定10等分，则

$$\int_1\sin\frac{\pi y}{2h}dy=-\frac{2h}{\pi}\cos\frac{\pi y}{2h}\Big|_0^{h/10}=0.078\delta \tag{9a}$$

同样得出

$$\int_2\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.233\delta,\ \int_3\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.382\delta,$$

$$\int_4\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.522\delta,\int_5\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.649\delta,\int_6\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.760\delta$$

$$\int_7\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.852\delta,\int_8\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.923\delta,\int_9\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.971\delta$$

$$\int_{10}\sin\frac{\pi y}{2h}dy=0.996\delta \tag{9b}$$

则
$$\left.\begin{aligned}&v_{1b}=v_{2b}+2.534\frac{q\delta}{E},\quad v_{2b}=v_{3b}+2.078\frac{q\delta}{E},\quad v_{3b}=v_{4b}+1.644\frac{q\delta}{E}\\&v_{4b}=v_{5b}+1.244\frac{q\delta}{E},\quad v_{5b}==v_{6b}+0.877\frac{q\delta}{E},\quad v_{6b}=v_{7b}+0.582\frac{q\delta}{E}\\&v_{7b}=v_{8b}+0.338\frac{q\delta}{E},\quad v_{8b}=v_{9b}+0.159\frac{q\delta}{E},\quad v_{9b}=v_{10b}+0.050\frac{q\delta}{E}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

弯曲位移可按下式计算：

$$v_{ib}=\alpha_i\frac{\sigma_{x,\,i-1}+\Delta\sigma_{x,\,i-1}-\sigma_{xi}-\Delta\sigma_{xi}}{\delta E}l^2$$

为了简单，将$\sigma_{x,\,i-1}$，$\Delta\sigma_{x,\,i-1}$写作σ_{i-1}，$\Delta\sigma_{i-1}$……，则

$$v_{ib}=\alpha_i\frac{\sigma_{i-1}+\Delta\sigma_{i-1}-\sigma_i-\Delta\sigma_i}{\delta E}l_2 \tag{11}$$

将上式代入（8）式，并注意到$\sigma_{i-1}-\sigma_i=\sigma_i-\sigma_{i+1}$，如取：

$$\left.\begin{aligned}&\alpha_1=0.120,\alpha_2=0.118,\alpha_3=0.117,\alpha_4=0.115,\alpha_5=0.113\\&\alpha_6=0.112,\alpha_7=0.110,\alpha_8=0.108,\alpha_9=0.107,\alpha_{10}=0.105\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

从（12）式中的值可见，α_i与α_{i+1}相差不大。取平均值计算，则（8）式将成为：

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\sigma_0-2\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2=0.213q\left(\frac{h}{l}\right)^2\\&\cdots\cdots\cdots\\&\Delta\sigma_4-2\Delta\sigma_5+\Delta\sigma_6=0.0788q\left(\frac{h}{l}\right)^2\\&\cdots\cdots\cdots\\&\Delta\sigma_8-2\Delta\sigma_9+\Delta\sigma_{10}=0.0047\left(\frac{h}{l}\right)^2\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

因为梁在荷载下引起的弯矩已由σ_x平衡，则对$\Delta\sigma$将有$\Sigma M=0$和$\Sigma X=0$，化简后则有

$$\left.\begin{aligned}&0.167\Delta\sigma_0+\Delta\sigma_1+2\Delta\sigma_2+3\Delta\sigma_3+4\Delta\sigma_4+5\Delta\sigma_5+6\Delta\sigma_6\\&\quad+7\Delta\sigma_7+8\Delta\sigma_8+9\Delta\sigma_9+4.833\Delta\sigma_{10}=0\\&\Delta\sigma_0+2(\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\Delta\sigma_3+\Delta\sigma_4+\Delta\sigma_5+\Delta\sigma_6+\Delta\sigma_7\\&\quad+\Delta\sigma_8+\Delta\sigma_9)+\Delta\sigma_{10}=0\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

在方程组（13）、（14）中，共有11个方程式，包含11个未知数，用矩阵表示如下：

$$\left\{\begin{array}{cccccccccccc}
1&-2&1&&&&&&&&&\\
&1&-2&1&&&&&&&&\\
&&1&-2&1&&&&&&&\\
&&&1&-2&1&&&&&&\\
&&&&1&-2&1&&&&&\\
&&&&&1&-2&1&&&&\\
&&&&&&1&-2&1&&&\\
&&&&&&&1&-2&1&&\\
&&&&&&&&1&-2&1&\\
0.167&1&2&3&4&5&6&7&8&9&4.833&\\
1&2&2&2&2&2&2&2&2&2&1&
\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{c}\Delta\sigma_0\\\Delta\sigma_1\\\Delta\sigma_2\\\Delta\sigma_3\\\Delta\sigma_4\\\Delta\sigma_5\\\Delta\sigma_6\\\Delta\sigma_7\\\Delta\sigma_8\\\Delta\sigma_9\\\Delta\sigma_{10}\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}0.213\\0.177\\0.142\\0.109\\0.0788\\0.0524\\0.0310\\0.0148\\0.0047\\0.0\\0.0\end{array}\right\}q\left(\frac{h}{l}\right)^2 \tag{15}$$

电算结果：

$\Delta\sigma_0=0.940$	$\Delta\sigma_6=-0.249$	$\sigma_0=1.69$	$\sigma_6=-0.40$
$\Delta\sigma_1=0.324$	$\Delta\sigma_7=-0.090$	$\sigma_1=0.92$	$\sigma_7=-0.39$
$\Delta\sigma_2=-0.076$	$\Delta\sigma_8=0.099$	$\sigma_2=0.37$	$\sigma_8=-0.35$
$\Delta\sigma_3=-0.300$	$\Delta\sigma_9=0.303$	$\sigma_3=0.00$	$\sigma_9=-0.30$
$\Delta\sigma_4=-0.382$	$\Delta\sigma_{10}=0.512$	$\sigma_4=-0.23$	$\sigma_{10}=-0.24$
$\Delta\sigma_5=-0.355$		$\sigma_5=-0.36$	

最后结果：

单位：$q\left(\frac{h}{l}\right)^2$　　单位：$q\left(\frac{h}{l}\right)^2$

在图 5 中用实线绘示出按10等分计算σ_x的结果。图中的虚线表示按应力函数基本方程式用差分法计算的结果[3]，可见二者足够接近。按16等分计算结果虽更接近差分解，但相差很少。所以10等分已可给出足够准确的结果。

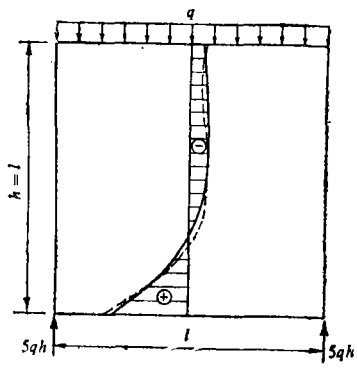

图 5 σ_x的分布

必须提出的问题是，在以上计算中是否已考虑剪应力的影响？回答是，在水平纵向应力σ_x的计算中，考虑切开“浅梁”沿梁高σ_x的连续，即意味着考虑τ_{xy}的影响。否则，每根“浅梁”在q、σ_y的作用下，上边纤维受压，下边纤维受拉，各“浅梁”间应变严重不连续，而恰恰是τ_{xy}保证了这一连续。而在用(11)式确定它们的弯曲位移(挠度)时，则又不考虑剪应力对位移的影响，这符合浅梁的假定。

例如，将图 1 中的浅梁二等分切开，假定σ_x的图形为折线形，即分别为σ_0、σ_1及σ_2，按位移相等，则有（假定梁宽为 1）

$$\alpha=\frac{\sigma_2-\sigma_1}{\frac{h}{2}E}l^2=\alpha\frac{\sigma_1-\sigma_0}{\frac{h}{2}E}l^2$$

则
$$\sigma_0-2\sigma_1+\sigma_2=0 \tag{a}$$

按水平力$\Sigma X=0$，则

$$\frac{\sigma_2+\sigma_1}{2}\frac{h}{2}+\frac{\sigma_1+\sigma_0}{2}\frac{h}{2}=0,\quad \sigma_0=-\sigma_2 \tag{b}$$

代入(a)式，则有$\sigma_1=0$，即应力成线性分布。

四、剪应力的计算

在图 6 中，截面形心

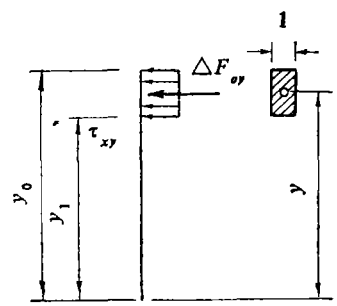

图 6 剪应力计算

$$y=\frac{y_0-y_1}{2}+y_1=\frac{y_0+y_1}{2}$$

跨中截面

$$\sigma_{0y}=\frac{M_0}{I}y$$

在阴影线所示截面内，总的力为

$$\Delta F_{0y}=\frac{M_0}{I}\frac{y_0+y_1}{2}(y_0-y_1)$$

$$=\frac{M_0}{2I}(y_0^2-y_1^2)=\frac{M_0S}{I} \tag{16}$$

式中$\frac{y_0^2-y_1^2}{2}=S$，为图中阴影线所示截面的面积矩。对任意x截面，

$$\Delta F_{xy}=\frac{M_xS}{I} \tag{16a}$$

因此有

$$\frac{d(\Delta F_{xy})}{dx}=\frac{dM_x}{dx}\frac{S}{I}=\frac{Q_x S}{I} \tag{17}$$

已知

$$\frac{Q_x S}{I}=\tau_{xy} \tag{18}$$

(18) 式即为材料力学中的剪应力公式。

当均布荷载，弯矩按二次抛物线分布时，即

$$M_x=M_o\left(1-\frac{4x^2}{l^2}\right)$$

则

$$\frac{dM_x}{dx}=-M_o\left(\frac{8}{l^2}\right)$$

此处“－”号系对应左边截面。照图 2，此处x为负，因此略去$\frac{dM_x}{dx}$中负号，即

$$\tau_{xy}=\frac{dM_x}{dx}\frac{S}{I}=M_o\frac{S}{I}\left(\frac{8}{l^2}\right)=\Delta F_{oy}\left(\frac{8}{l^2}\right) \tag{19}$$

按应力函数差分法，从图 7 可求得k点剪应力：

$$\tau_k=\frac{\phi_e-\phi_f+\phi_g-\phi_h}{4\Delta x\Delta y} \tag{20}$$

利用上列公式，根据所求得的跨中截面水平应力求出ΔF，进而可求得τ。利用已求得的ϕ亦可求得τ。按上二法求得资料〔1〕中深梁3-16截面的剪应力τ分别如图8(a)中虚线和实线所示，括号内为按σ求得的剪应力值，可见二者符合较好。

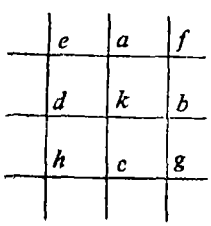

图 7　差分网格

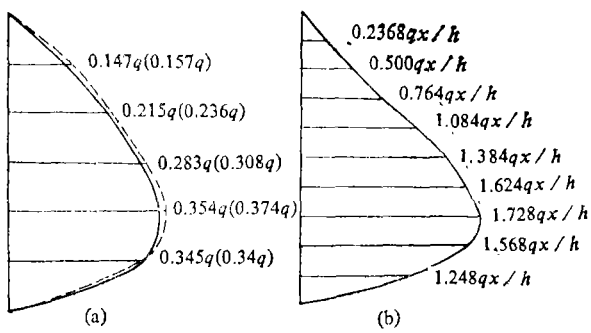

图 8　剪应力图形

对图 2 所示深梁，亦即对图 5 所示σ计算结果进行剪应力计算，则

$$\Delta F_{01}=\frac{1.69+0.92}{2}\times q\frac{h}{10}=0.131qh,\tau_1=\Delta F\frac{8}{h^2}x=1.048q\frac{x}{h}$$

$$\Delta F_{12}=\frac{0.92+0.37}{2}q\frac{h}{10}=0.065qh,\tau_2=1.048q\frac{x}{h}+0.52q\frac{x}{h}=1.568q\frac{x}{h}$$

……

$$\Delta F_{89}=\frac{0.35+0.30}{2}q\frac{h}{10}=-0.033qh,\tau_9=0.500q\frac{x}{h}-0.264q\frac{x}{h}=0.236q\frac{x}{h}$$

$$\Delta F_{910}=-\frac{0.30+0.24}{2}q\frac{h}{10}=-0.028qh,\tau_{10}=-0.236q\frac{x}{h}-0.224q\frac{x}{h}\cong 0$$

在以上计算中，剪应力沿水平截面按线性分布。从对资料〔4〕表中所列截面 1-13、

2-14和3-15中σ_x的分布可见，其零应力点不在同一水平截面上，靠近支座时要向下些。这是因为在梁下面的分带中σ_y向支座集中，相应弯矩图形在很大范围内趋近常数，因而底部自跨中向支座方向其拉应力分布减小得平缓些，相应的受拉区高度要小些，即maxτ位置向支座有所降低。若沿y向分带少些（如6等分，使不过多增加计算的未知数），而在x向一定截面处设置验算挠度相等点，这样将可给出τ的上述变化，不过对实际设计，似没有这种必要。

对张子明同志的热情协助，特在此表示感谢。

参 考 资 料

〔1〕S.Timoshenko,J.N.Goodier: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York, 2nd edn,1951,pp.506.

〔2〕Б.Н.Жемочкин: Теория упругости, Государственное Издательство Литературы по Строительству и Архитектуре,Москва,Втор, изд.1975,pp.256.

〔3〕徐芝纶,弹性力学,高等教育出版社,上册,3版,1990, pp.209—219.

〔4〕Д.В.Вайнберг,Е.Д.ВайнБерг: Пластины,Диски,Балки-Стенке, (ирочность,Устойчивость и Колебания), Государственное Издательство Литературы по Строительству И Архитектуре, YCCP,Киев,1959,pp.1049,Таб.449,p.681.

SOLUTION OF DEEP BEAMS BASED ON MECHANICS OF BAR SYSTEM

Ding Dajun Liu weiqing
(Southeast University)

Abstract Deep beam is one of the structural members used frequently in engineering,such as the walls of bunker,etc.Because the stresses in deep beams are complicate,in the past,they were solved by using triangular series, finite-difference method,or the recent finite-element method.But the mechanical mechanism of deep beams can not be clearly identified from these numerical approaches.In this paper, the solution based on the mechanics of bar system is given.It is not only easy to get a global picture of the stress, but also convenient to be used by engineers.

Key words deep beam, machanical mechanism of structures, method on mechanics of bar system.