

结构力学的样条函数方法及其最新进展

秦 荣
(广西大学)

陈祥福
(商业部设计院)

梁福崇
(广西科技出版社)

摘 要

本文详细介绍了样条函数法的最新研究进展和应用情况,现已从理论、方法、应用和软件方面都已形成体系,并具有中国的特色。

关键词: 样条函数, 最新进展。

引 言

众所周知,有限元法是解决力学问题的有力工具,解决了许多解析法无法解决的课题,为解决工程中的力学问题开创了一个崭新的局面。但在实践中,也逐步暴露了有限元法自身难以克服的一些缺点,最突出的是所解问题的复杂性与经费及计算机能力有限之间的矛盾。例如,对于三维、复合、动态、耦合、多相、波动、无限域、非线性等领域,用有限元法解题所需单元、内存及计算工作量十分惊人。由于经费及计算机条件所限,往往造成在工程应用上难以实现的状态,甚至不可能实现。近几年来,国内外对有限元法作了许多研究,虽然在一定程度上减少了自由度和计算工作量,但并没有从根本上解决问题。因此,需要另外开创一些经济有效的新方法。解决这个问题的根本办法是大力发展力学中的现代理论及现代方法,从目前研究进展来看,样条函数方法、半解析半离散法及各种方法的耦合法具有突出优点和很大的竞争性。

近十多年来,国内外在力学中的样条函数方法、半解析半离散法及耦合法方面做过许多研究工作,提出了一些新的方法^[1]。本文主要介绍结构力学中的样条函数方法在我国的进展概况。1979年以来,我国在这方面的成果很多,而且形成体系,比国外先进,处于国际领先水平,这是我国科技工作者努力奋斗的结果。由于篇幅有限,本文只作简单介绍,许多成果没有列上,请有关学者谅解。

一 理论研究

结构力学中的样条函数方法是以B样条函数、变分原理(或加权残数法、或边界积分方程)及剖分原理为基础的半解析半离散法^[2]。样条函数的种类很多,但目前仍以B样条函数为优。利用B样条函数可以创造出各种新的样条函数^{[2][3]}。B样条函数首先是美国数学家L. J. Schoenberg于1946年提出来的^[4],但用于结构分析则是1979年开始的。1979年,石钟慈和秦荣分别发表了样条有限元法^[5]及样条有限点法^[6]。从此,B样条函数在力学中的应用和研究越来越多,又提出了许多新的方法,例如,样条子域法,QR法,样条康托洛维奇法,样条加权

残数法, 样条边界元法, 样条有限条法及各种耦合法。在样条函数方法中, B 样条函数不仅是位移函数和应力函数的基函数, 而且也是一种离散的工具。⁽²⁾⁽³⁾

样条有限元法 (SFEM) 以变分原理及 B 样条函数为基础的, 位移函数由三次 B 样条函数乘积的线性组合构成, 两个正交方向都用三次 B 样条函数表示。此法与有限元法 (FEM) 相比, 具有相当大的优越性和竞争性。

样条有限点法 (SFPM) 是以变分原理、B 样条函数及正交函数 (或板条函数) 为基础的, 位移函数有下列形式: (1) 单样条函数, (2) 双向单样条函数, (3) 混合函数⁽²⁾。这个方法的计算格式非常简单, 未知数很少, 程序十分简单, 输入数据极少, 可以用微机解复杂的大题。1984 年何春发对样条有限点法作了注记, 指出这个方法是一个经济有效的方法。

样条子域法 (SSM) 于 1980 年提出来的⁽⁹⁾, 它是以 B 样条函数、变分原理 (或 QR 法, 或样条康托洛维奇法, 或样条加权残数法, 或样条边界元法) 及剖分原理为基础的, 先将结构分为几个部分, 每个部分称为一个子域; 其次作子域分析, 用 B 样条函数离散各个子域, 建立样条子域; 然后作整体分析。各种样条子域可分别利用样条有限点法、样条有限元法、QR 法、样条康托洛维奇法、样条加权残法及样条边界元法来建立。这种方法集有限元法、有限条法、QR 法、样条有限点法、样条边界元法、样条康托洛维奇法及样条加权残数法的优点于一身, 克服了有限元法、有限条法、边界元法及加权残数法的缺点, 是一个经济有效的方法。这个方法包括单样条子域法、双向单样条子域法及双样条子域法, 现在已建立样条矩形子域、样条扇形子域、样条三角形子域、样条梯形子域及样条任意四边形子域。

样条加权残数法 (SWRM) 提出后⁽⁶⁾, 于 1980 年用三次和五次 B 样条函数作试函数, 建立了样条加权残数法, 其中包括样条配点法, 样条伽辽金法, 样条矩量法, 样条子域法, 样条最小二乘法及样条最小二乘配点法; 1981 年, 提出了几种新的样条加权残数法: 样条伽辽金配点法, 样条矩量配点法, 样条能量配点法及广义伽辽金配点法⁽¹¹⁾; 1984 年, 又提出了样条能量高斯配点法⁽¹²⁾。

QR 法于 1984 年提出来的⁽¹³⁾。这个方法的原理包括: (1) 将 B 样条函数与正交函数结合起来, 建立整个结构子域的位移函数; (2) 将整个子域划分成有限个单元, 建立单元的势能泛函; (3) 将所有单元的势能泛函迭加起来, 建立整个子域的总势能泛函; (4) 利用变分原理建立结构子域的刚度方程。这种方法建立的刚度方程只与样条结点有关, 与单元的数目无关。因此, 刚度方程中的未知数的数目很少, 同时建立刚度矩阵及荷载列阵很方便。这个方法集有限元法、有限条法及样条有限点法的优点于一身, 克服了有限元法及有限条法的缺点。

样条有限条法 (SFMS) 首先是王磊 1981 年提出来的, 但位移函数不用 B 样条函数, 而用一般多项式的样条函数。1982 年张佑启等人在王磊工作的基础上, 将一般多项式的样条函数用三次 B 样条函数来代替, 仍称样条有限条法。

样条边界元法 (SBEM) 于 1980 年提出来⁽¹⁴⁾, 其原理包括: (1) 建立工程问题的边界积分方程; (2) 利用 B 样条函数将边界积分方程离散化, 建立样条边界元法的计算格式; 利用这些格式与计算机方法结合起来求解工程问题。这种方法的计算格式非常简单, 可以在微机上实现, 效果很好, 比普通边界元法 (BEM) 优越。⁽³⁾

样条康托洛维奇法于 1984 年提出来⁽¹⁶⁾, 其原理包括: 先假设位移函数由变参数与 B 样条函数乘积的线性组合; 其次利用变分原理建立变参数的常微分方程组, 最后利用样条加权残

数法求解变参数。

以上各种方法都有自己的优缺点,在实际中可以将各种方法耦合使用。这种方法称为耦合合法^[3]。1984年以来,我国学者对耦合合法做过许多研究工作,提出一些新方法,例如,有限元-样条边界元法,样条边界元-能量配点法,样条边界元-QR法,摄动-QR法,解析-样条边界元法,解析-样条加权残数法,解析-无限元法,摄动-样条边界元法。这样可以扬长避短,发挥各种方法的优点^[17],杂交出优势。

概率变分原理及概率广义变分原理,由秦荣于1988年提出来,它们是概率有限元法、概率有限条法及各种概率样条函数方法的理论基础^[18]。摄动变分原理及摄动广义变分原理,又于1989年提出来,它们是摄动有限元法,摄动有限条法及各种摄动样条函数方法的理论基础^{[19][20]}。

1980年以来,我国学者对样条函数方法的收敛性和误差估计作过一些研究,1982年秦荣建立了样条有限点法收敛性的一个定理,1983年建立了样条加权残数法收敛性的一个定理^[2]。1983年胡海昌提出加权残数法的收敛性依赖于试函数的完备性,还提出安定性概念,对样条加权残数法收敛性的研究有重要指导意义。

由上述可知,研究力学中的样条函数方法、半解析-半离散法及耦合法不仅可以为各种工程结构分析开拓新的途径,而且还可以为有限元法、有限条法、边界元法及加权残数法的应用带来更广泛的发展前途,将成为国内外的一个主要研究方向。

二 结构的静力、动力及稳定性

样条函数方法对结构的静力分析、动力分析及稳定性分析都适用^[2],我国学者的研究工作处于国际领先地位。1979年,秦荣用样条有限点法分析过各种支承的薄板问题,石钟慈用样条有限元法分析过薄板弯曲问题。1980年,秦荣用样条有限元法分析过网架结构,而且提出了中厚板壳的样条有限点法;陈树坚用样条有限元法分析过弹性地基薄板弯曲问题,采用半无限弹性地基模型。1981年,秦荣用样条有限点对板壳作过静力分析、动力分析及稳定性分析^[7],所建立的计算格式对正交异性和各向同性的薄板、弹性力学平面问题及双曲扁壳(或圆柱扁壳)都适用;何广乾用样条有限元法分析过各向同性板壳的弯曲问题;秦荣提出了厚板壳的样条有限点法及非规则板壳的样条有限元法;李政华用样条最小二乘配点法分析过薄板弯曲问题。1982年,秦荣等人用样条有限点法分析过多层圆筒薄拱坝,龙述尧用此法分析过薄板的自由振动,罗松发等人用此法分析过厚板的自由振动;秦荣用样条能量配点法分析过旋转薄壳问题,秦荣和蒙承军用样条矩量配点法分析过薄板问题。1983年,秦荣提出了非规则板壳的样条有限点法和筒体结构的样条子域法;龙述尧用样条有限点法分析过圆柱扁薄壳,陈祥福用样条伽辽金配点法分析过薄板问题和样条加权残数法分析过弹性地基梁和薄板问题,刘效尧用样条单元族分析过薄板弯曲,秦荣等人用广义样条伽辽金配点法分析过薄板问题,张聪和成鸿学用样条最小二乘配点法分析过四边简支双曲扁壳的内力,秦荣用样条边界元法分析过薄板问题。1984年,秦荣提出了高层建筑结构的样条子域法^[21],包括静力分析、动力分析及稳定性分析,建立了框架样条子域、剪力墙(包括开孔的)样条子域及联系梁群样条子域,用此法分析高层建筑结构,不需要作连续化假^[22];秦荣和苏华晶用双向单样条子域法分

析过复杂支承薄板弯曲问题,包括加劲薄板;秦荣用样条有限点法对圆柱薄壳作过静力分析、动力分析和稳定性分析^[23];王建国和沈鹏程用此法分析过圆柱扁薄壳弯曲问题,王复明和周鸿钧用此法分析过梯形薄板和薄拱坝的弯曲问题及自由振动,罗松发等人用此法分析过框筒结构,秦荣提出了板壳的样条能量高斯配点法;秦荣和林肇信用样条伽辽金配点法及广义样条伽辽金配点法分析过各种支承的板壳问题,在双曲扁壳的内力分析中采用五次和九次B样条函数;秦荣用三次样条边界元法分析过板壳问题及用QR法分析过弹性力学平面问题;袁驷、龙驭球及张维用B样条函数与一般有限元法一样建立了应力分析的样条单元。1985年,秦荣提出了扁壳热应力问题的样条有限点法^[1],秦荣和王钢用样条子域法分析过薄拱坝问题,包括静力分析、动力分析及温度应力问题,建立了薄板和薄壳的样条梯形子域;徐次达和刘建辉用样条子域法分析过复杂薄板弯曲及无柱帽楼盖强度,利用最小二乘配点法建立了样条三角形子域,秦荣利用最小势能原理建立了样条三角形子域;秦荣和何昌如用样条子域法分析过弹性地基薄板的静力和动力问题采用符拉索夫地基模型^[24];秦荣提出了板壳振动的样条边界元法^[3]。1986年,秦荣和何昌如用样条有限点法分析过弹性地基扁壳,采用符拉索夫地基模型;秦荣和梁爱明利用QR法分析过高层建筑结构的静力问题、动力问题及稳定性问题^[30];徐光辉和丁汉山利用双样条子域法分析过变截面连续箱型梁桥的静力问题。1987年,秦荣和梁爱明用单样条子域法分析过高层建筑结构的静力问题和动力问题,包括自振特性和动力响应;王建国用此法分析过折板结构静力问题,江世永和薛顺应用双向单样条子域法分析过框剪结构;秦荣、赵艳林和周恕利用QR法和样条子域法对高层建筑结构作过空间整体分析^[22],包括静力分析,动力分析及稳定性分析,实例包括高层框架,带孔剪力墙,双肢剪力墙,框剪结构,框筒结构及筒中筒结构。1988年,秦荣、张扬及陈建方用双向单样条子域法对连续箱型梁桥作过静力、动力及稳定性分析;秦荣和王汉波利用三次样条边界元法分析过弹性力学平面问题及空腹坝问题^[26];广西科技出版社出版的《样条边界元法》一书^[3],是秦荣近几年来科研成果的部分总结,内容包括很多。1989年,秦荣和黄建勇利用样条边界元法分析过任意形状薄板及带孔薄板的弯曲问题,而且对板壳中的高阶奇异积分提出了一个有效的处理方法;王威龙等人用样条配点法及样条能量配点法分析过弹性地基薄板。1990年,秦荣和赵艳林利用QR法分析过高层框架和框筒结构^[22]。在文献^[22]及文献^[25]中有不少属于样条函数方法的论文。1984年以来王有成及其学生们在利用样条边界元法分析板壳方面作过许多研究,取得不少的成果。

三 求结构动力响应的方法

结构动力响应是工程设计中的一个重要问题。本文主要介绍结构动力响应的样条函数方法。1980年,秦荣提出了求解动力方程的样条伽辽金配点法,这个方法对时域作均匀分划,动力响应用三次B样条函数逼近,利用伽辽金方程及求积公式建立了计算格式(包括隐式和显式),并建立了稳定条件及分域计算格式,这个方法对非线性及线性动力响应都可应用。1982年,徐文焕提出了动力响应的样条配点法,建立了递推公式,计算格式十分简单,可用于分析线性和非线性问题;秦荣提出了几种动力响应的计算方法,其中包括样条配点法、样条伽辽金法,样条最小二乘法及样条最小二乘配点法^[27],它们对线性及非线性问题都适用。1983

年,徐次达用样条配点法解板壳动力响应,建立递推公式及稳定条件。1985年,林文菁和徐次达建立了动力响应样条配点法的无条件稳定计算格式。1986年,秦荣和梁爱明用样条配点法及样条最小二乘配点法分析过高层建筑结构的动力响应,翁智远和乐容用样条配点法分析过埋在地下的中厚圆柱壳的动力响应,刘永仁 and 杨军用样条配点法分析过海洋结构的动力响应。1987年,秦荣和王战营用样条配点法及样条最小二乘配点法分析过重力坝的地震响应;^[29]秦荣、赵艳林及周恕用样条最小二乘配点法分析过高层框架、框剪结构及框筒结构的动力响应;李宾和殷学纲用样条加权残数法分析过薄板的动力响应,建立了一种无条件稳定的计算格式。1988年,秦荣提出了无条件稳定的动态样条加权残数法,建立了一种新的无条件稳定的计算格式^[22],这个方法对线性及非线性问题都适用;蔡承文等人利用样条加权残数法求解结构动力响应,建立了一种无条件稳定的计算格式。1989年,秦荣及其学生们分析过旋转薄壳的动力响应。1990年秦荣提出了新的动态样条边界元法^[22]。

四 结构几何非线性问题

样条函数方法不仅能解线性问题,而且也能解非线性问题。1984年秦荣用样条边界元法分析过薄板的大挠度问题^[3],许功明和沈大荣用样条最小二乘配点法分析过正交异性层合板的几何非线性问题。1985年,秦荣和他的学生们用样条有限点法分析过扁壳的几何非线性问题;同一年秦荣提出了摄动一样条有限点法,摄动-QR法及摄动一样条边界元法,将非线性问题化为线性问题进行求解。1986年,秦荣和他的学生们用样条有限点法、QR法及样条子域法分析过高层建筑结构的几何非线性问题,龙述尧用样条最小二乘配点法分析过薄板的大挠度问题。1987年,秦荣用样条有限点法分析过复合材料薄板的大挠度问题,刘滕喜和王磊用样条有限点法分析过薄板的大挠度问题。1988年,秦荣及其他的学生们用样条有限点法分析过弹性地基板壳的几何非线性问题。1989年,周鸿钧等人用样条有限点法分析过薄板大挠度问题,左成平和秦荣利用样条配点法分析过钢筋混凝土拱的几何非线性问题^[25],尤军用样条有限元法分析过旋转薄壳的几何非线性问题,李相麟用摄动样条配点法分析过薄板大挠度问题。1990年王立新用样条有限点法分析过折板的非线性动力响应。

五 结构的材料非线性问题

1983年秦荣用样条有限点法分析过梁的弹塑性问题,而且利用弹粘塑性理论求弹塑性问题。1985年又提出了薄板弹塑性问题样条加权残数法及板壳塑性极限分析的样条加权残数法。1986年秦荣提出了薄板弹塑性的样条边界元法。1987年秦荣提出了弹塑性平面问题的QR法^[25]。1988年又提出了板壳弹塑性的样条有限点法而且用弹粘塑性求弹塑性问题^[28];秦荣和刘建秀用QR法及样条子域法分析过深梁、框架及双肢剪力墙的弹塑性问题,建立了框架样条弹塑性子域、剪力墙(包括带孔的)样条弹塑性子域及联系梁群样条弹塑性子域,这些方法还可用来分析框剪结构、框筒结构及筒中筒结构的弹塑性问题。1989年秦荣和刘建秀用QR法及样条子域法对框架及双肢剪力墙作过塑性极限分析。

六 结构断裂问题

1986 年秦荣提出了断裂力学的样条边界元法^[3]。裂纹尖端附近的应力场与应力强度因子有密切关系,利用样条边界元法求解断裂力学问题时,先建立应力强度因子与裂纹尖端附近位移场的关系,其次利用样条边界元法确定裂纹尖端附近的位移场,然后利用裂纹尖端位移场求应力强度因子。当应力强度因子确定后,裂纹尖端附近的应力场就很容易确定了。1987 年秦荣用样条边界元法分析过开裂路面的应力问题。1988 年秦荣用样条边界元法分析过重力坝的断裂问题,

七 结构的耦合问题

在工程设计中,经常遇到下列耦合问题:(1)坝与水的相互作用;(2)容器与液体的相互作用;(3)船与流体的相互作用;(4)结构与地基的相互作用;(5)地下结构与周围介质的相互作用。这些力学问题处理得好坏,直接影响着各种工程的设计及施工,直接影响各种工程的安全及经济问题。国内外对上述问题做过不少研究,也取得一些成果,提出一些新方法。本文只介绍样条函数方法与各种方法耦合使用的耦合法。1984 年秦荣提出了样条边界元-能量配点法及样条边界元-QR 法。1986 年秦荣和王战营用样条边界元-能量配点法分析过坝与水耦合体系的地震响应问题^[29]。1987 年秦荣和王战营用此法分析过水-坝-地基动力耦合问题,秦荣用此法分析过薄壳容器与流体耦合体系的动力问题。1988 年,秦荣和他的学生用此法分析过圆柱厚壳与周围岩土介质相互作用问题及结构与地基相互作用问题^[3]。1989 年秦荣和他的学生们用样条边界元-QR 法及样条边界元-样条子域法分析过高层建筑结构与地基相互作用问题。

八 软件开发

广西大学计算力学研究室在秦荣的领导下,对样条函数方法的软件开发做过许多工作,有不少成果^[22],形成大型软件包,例如:

1. 板壳计算程序(样条有限点法)。能作薄板、弹性力学平面问题及扁壳的静力分析、动力分析及稳定性分析,包括弹性地基板壳。
2. 薄拱坝计算程序(样条子域法)。能作薄拱坝的静力分析、动力分析及温度应力分析。
3. 高层建筑结构计算程序(样条子域法)。能做高层建筑结构的静力分析、动力分析、稳定分析及几何非线性分析。结构包括剪力墙(包括开孔的)、框架、框剪结构、多肢剪力墙、框筒结构及筒中筒结构。在微机上可分析 100 层上的高层建筑。
4. 多层及高层框架计算程序(QR 法)。能作多层及高层框架的静力分析、动力分析及稳定分析。
5. 箱型结构计算程序(双向单样条子域法)。能计算薄板、平面问题、折板及箱型结构的静力问题、动力问题及稳定问题,包括多跨连续直箱型结构及多跨连续曲箱型结构。

6. 拱坝分析计算程序(样条能量配点法)。能作拱坝的静力分析及动力分析。
7. 坝与水耦合地震响应计算程序(样条边界元-能量配点法)。能计算重力坝与水耦合的地震响应。
8. 弹性力学平面问题计算程序(样条边界元法)。能计算各种弹性力学平面问题及空腹坝的应力、变形及位移。只要问题能化为弹性力学平面问题,都可用此程序计算。
9. 任意形状薄板的计算程序(样条边界元法)。能分析任意形状的弹性薄板及开孔的薄板。
10. 板壳的样条加权残数法计算程序(样条伽辽金配点法)。能作薄板及扁壳的静力、动力及稳定性分析。
11. 框架塑性极限分析计算程序(QR法及样条子域法)。能对高层框架、双肢剪力墙及框剪结构作塑性极限分析。
12. 梁及深梁弹塑性分析计算程序(QR法及样条子域法)。能对梁、深梁、剪力墙、双肢剪力墙及各种平面问题作弹塑性分析。

结束语

由于力学中的样条函数方法有多优点,因此目前国内外对这个方法的研究和应用日益增多,影响也日益广泛。关于这方面的理论研究和工程应用工作,国内比国外进展快而且先进。结构力学的样条函数方法文兴未艾,有许多重要问题值得进一步研究。例如,构造新的样条函数;结构力学样条函数方法的收敛性及误差估计;样条子域法中的优化三角形子域及任意四边形子域的研究;样条函数方法解几何非线性问题、弹塑性问题、弹粘塑性问题、热弹塑性问题、粘弹性问题及塑性极限分析;样条函数方法解复合材料结构力学问题、解三维问题及厚板厚壳问题、解非线性动力问题、应力波传播问题及各种时变问题;样条函数解各种耦合问题:流固耦合问题、结构与地基共同作用、地下结构与周围岩土介质共同作用、地应力及岩土工程问题;样条函数方法解断裂力学问题、疲劳、安全度及可靠性;样条函数解接触问题;样条函数方法解复杂结构、生物力学及非结构问题;样条函数方法的微机软件开发。

参考文献

- [1] 秦荣、梁福崇,计算力学的样条函数方法及其应用,第一届全国解析与数值结合法会议论文集,李家宝主编,湖南大学出版社,1989年。
- [2] 秦荣,结构力学的样条函数方法,广西人民出版社,1985年。
- [3] 秦荣,样条边界元法,广西科技出版社,1988年。
- [4] 李岳生,齐东旭,样条函数方法,科学出版社,1979年。
- [5] 石钟慈,样条有限元,《计算数学》,1(1979)。
- [6] 秦荣,样条有限点法;中国建筑学会《全国有限元会议论文集》,1979年,《数值计算与计算机应用》,2(1981)。
- [7] 秦荣,样条有限点法的原理及其应用(英文版),国际有限元会议论文集,1982年。
- [8] 秦荣,板壳分析的样条有限点法,固体力学学报,2(1984)。
- [9] 秦荣,样条子域法,广西力学学会学术报告,1980年;上海力学,3(1984)。
- [10] 秦荣,B样条函数方法,广西力学学会印,1980年。

- [11] 秦荣, 样条加权残数法, 广西力学学会印, 1981 年。
- [12] 秦荣, 能量配点法及其应用, 工程力学, 1 (1984)。
- [13] 秦荣, 弹性力学平面问题的 QR 法, 广西力学学会学术报告, 1984 年。
- [14] 秦荣, 样条边界元法; 广西力学学会学术报告, 1980 年, 广西大学学报, 2 (1982)。
- [15] 秦荣, 样条边界元法的原理及应用 (英文版), 国际第五届边界元会议论文集, 1983 年。
- [16] 秦荣, 样条康托洛维奇法, 广西力学学会学术报告, 1984 年。
- [17] 秦荣, 样条边界元-能量配点法 (英文版), 中日边界元法会议论文集, 1988 年。
- [18] 秦荣, 板壳概率变分原理, 工程力学, 4 (1989)。
- [19] 秦荣, 摄动变分原理, 同 [1]。
- [20] 秦荣, 梁板壳摄动变分原理, 广西大学学报, 3 (1990)。
- [21] 秦荣, 高层建筑结构的样条子域法 (英文版), 第三届国际高层建筑会议论文集, 1984 年。
- [22] 李家宝主编, 第一届全国解析与数值结合法学术会议论文集, 湖南大学出版社, 1989 年。
- [23] 秦荣, 圆柱薄壳的样条有限点法 (英文版), 国际混凝土结构计算机辅助分析及设计会议论文集, 1984 年。
- [24] 秦荣, 何昌如, 土木工程学报, 3 (1988)。
- [25] 徐次达主编, 第三届全国加权残数法会议论文集, 西南交通大学出版社, 1989 年。
- [26] 杜庆华主编, 第二届全国工程中边界元法会议论文集, 西安交通大学出版社, 1988 年。
- [27] 秦荣, 工程力学, 2 (1985)。
- [28] 秦荣, 力学学报, 1989 年增刊。
- [29] 秦荣, 水利学报, 3 (1990)。
- [30] 秦荣, 梁爱明, 工程力学, 3 (1988)。
- [31] 陈祥福、袁文伯主编, 岩土力学进展, 中国展望出版社, 1990 年。
- [32] 何广乾、陈祥福、徐至钧主编, 高层建筑设计与施工, 科学出版社, 1991 年。

SPLINE FUNCTION AND ITS NEWEST PROGRESS ON STRUCTURAL MECHANICS

Qin Rong

(Guangxi University)

Chen Xiangfu

(Design Institute, Ministry of Commerce)

Liang Fuchong

(Guangxi Science and Technology Press)

Abstract

This paper is given a minute introduction the newest theoretical progress and its application of spline function on structural mechanics in China. Since 1980, it has become a integrated system on the theory, computational mehod, engineering application and software, and also has profound Chinese Characteristics.

Keywords: Spline function, Newest progress.