

钢筋混凝土偏压构件 考虑徐变的非线性分析

曹双寅 朱伯龙 钮宏

(同济大学)

摘 要

本文对长期荷载作用下钢筋混凝土偏心受压柱的内力和变形进行了试验和理论研究。在试验的基础上,提出了混凝土非线性徐变模式。采用增量法和迭代法,通过计算机分析了受长期荷载作用下钢筋混凝土偏压柱的内力和变形的变化全过程。计算中考虑了材料的非线性、细长构件的二次弯矩作用以及变形和内力的重分布。试验和理论计算的结果符合较好。

一、前 言

徐变是混凝土的主要特性之一。过去国内外学者在长期荷载下钢筋混凝土柱的受力变形上做了许多工作。但是,由于混凝土材料的非线性和细长构件的几何非线性以及钢筋和混凝土两种不同材料的共同作用和引入了时间参数,问题的分析计算存在许多困难。随着计算机应用的发展,用计算机计算模拟长期荷载下细长柱的变形和内力全过程,计算各种因素的影响作用已成为行之有效的方法。

目前,从对徐变的不同处理方法上看,柱的徐变稳定计算一般有以下几种方法:(1)叠加法^[1];(2)等效刚度法^[2];(3)增大系数法^[3];(4)有限元及增量迭代法^[4];(5)试验回归法^[5,6]。

本文在前人工作的基础上,采用了非线性徐变模式,对柱的内力和变形的重分布进行了定量计算。并在计算中直接通过混凝土的本构关系和数值积分进行计算,并对后期再加载进行了计算。电算结果与模型试验的对比表明,这一分析方法能够较好地反映受长期荷载作用下柱的工作性能。本文提出的方法还可以应用于考虑徐变作用的受弯构件及两端固定的压弯构件。

二、混凝土徐变的计算模式

长期荷载作用下混凝土的变形由三部分组成:短期荷载下的变形 ϵ_e ,徐变变形 ϵ_c 和收缩变形 ϵ_s 。其中 ϵ_e 可由短期荷载作用下的应力-应变关系确定。对于徐变变形 ϵ_c ,本文采用徐变函数表示。徐变函数 $\Phi(t_0, t)$ 表示 t_0 到 t 时间内徐变变形与 t_0 时的短期变形之比。即:

$$\Phi(t_0, t) = \frac{\varepsilon_e(t_0, t)}{\varepsilon_e(t_0)} \quad (1)$$

本文采用的徐变模式以三部分徐变表示时间全过程的徐变。

$$\Phi(t_0, t) = \beta_a(t_0) + \beta_d(t_0, t) + \beta_f(t_0, t) \quad (2)$$

其中, $\beta_a(t_0)$ ——初始徐变函数, 它与加载龄期和强度有关, 参考CEB试验结果^[7], 取

$$\beta_a(t_0) = K_a \left(1 - 0.79 \left(\frac{t_0}{4.2 + 0.85t_0} \right)^{3/2} \right) \quad (3)$$

$\beta_d(t_0, t_1)$ ——延弹性徐变函数, 取

$$\beta_d(t_1, t_1) = K_d (e^{-(t_1 - t_0)} - e^{-(t - t_0)}) \quad (4)$$

$\beta_f(t_0, t_1)$ ——流变函数, 参考文献[7]取

$$\beta_f(t_0, t) = K_f \left[\left(\frac{t}{t + H_f} \right)^{1/3} - \left(\frac{t_0}{t_0 + H_f} \right)^{1/3} \right] \quad (5)$$

H_f 表示相对湿度和尺寸的影响系数, 参考文献[7]取300。

在式(3)至式(5)中, K_a 、 K_d 、 K_f 分别表示初始徐变函数、延弹性徐变函数和流变函数的最大值。前人的研究表明, 在一般情况下, 当应力低于 $\frac{1}{2}$ 强度时, 混凝土的徐变不甚

明显, 通常可近似地按线性徐变计算, 但是当应力超过 $\frac{1}{2}$ 强度时, 由于混凝土内部微裂缝的大量形成, 混凝土的徐变则呈明显非线性。据此, 参考文献[8], 在同试验对比分析的基础上, 笔者提出了如下表达式表示不同应力水平下混凝土徐变的非线性性能。

$$\left\{ \begin{array}{l} k_a = k_{a1} \left(1 + k_{a2} \left(\frac{k_0 \varepsilon_e}{\varepsilon_0} \right)^4 \right) \\ k_d = k_{d1} \left(1 + k_{d2} \left(\frac{k_0 \varepsilon_e}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \\ k_f = k_{f1} \left(1 + k_{f2} \left(\frac{k_0 \varepsilon_e}{\varepsilon_0} \right)^4 \right) \end{array} \right. \quad (6)$$

其中 K_0 表示应力和应变的转换系数, 其值满足条件

$$\left\{ \begin{array}{l} k_0 \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} < 1 \quad \text{当 } \sigma < \frac{1}{2} f_0 \\ k_0 \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} \geq 1 \quad \text{当 } \sigma \geq \frac{1}{2} f_0 \end{array} \right. \quad (7)$$

k_{a1} , k_{d1} , k_{f1} ——线性徐变系数;

k_{a2} , k_{d2} , k_{f2} ——非线性徐变系数。

三、两端铰支钢筋混凝土柱的计算

(一) 在计算中采用以下有关本构关系的假定

1. 钢筋为理想弹塑性材料;
2. 短期荷载下混凝土的应力应变关系

$$f = \begin{cases} f_0 \left(\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_a \\ -R_t \frac{2\varepsilon}{\varepsilon - 0.0001} & -0.0001 \leq \varepsilon < 0 \\ -R_t & -0.00015 \leq \varepsilon < -0.0001 \\ 0 & \varepsilon < -0.00015 \end{cases} \quad (8)$$

其中 f_0 、 R_t 分别表示抗压和抗拉强度，以压为正拉为负。

ε_a 表示极限压应变。

3. 混凝土的再加载模量

$$E(t) = \frac{E(t - \Delta t)}{1 + \Phi(t - \Delta t, t)} \quad (9)$$

$E(t_0)$ 按切线模量计算。

(二) 基本假设和基本方程

1. 基本假设

- (1) 在长期荷载作用下，钢筋混凝土柱的平均应变满足平截面假定；
- (2) 混凝土受拉与受压有同一徐变模式；
- (3) 截面内各纤维层间仅受变形条件（即平截面假定）约束。

2. 基本方程

$$(1) \text{ 平衡方程} \quad \begin{cases} \sum N_{\text{外}} = \sum N_{\text{内}} \\ \sum M_{\text{外}} = \sum M_{\text{内}} \end{cases} \quad (10)$$

(2) 变形协调方程

$$\varepsilon(t_1, t_2) = \varepsilon_e(t_1, t_2) + \varepsilon_c(t_1, t_2) + \varepsilon_s(t_1, t_2) \quad (11)$$

(3) 徐变方程

$$\varepsilon_c(t_2) = \varepsilon_c(t_1) + \varepsilon_e(t_1) \Phi(t_1, t_2) \quad (12)$$

(4) 挠度方程

$$y''(x, t) = \rho(x, t) \quad (13)$$

(三) 短期荷载作用下的计算

短期荷载下偏心受压柱的计算可按以下 5 步进行。

1. 把截面分成 N 条，按图 1 所示的方法计算给定轴力下的弯矩曲率关系。对于任意 ε_i ，根据平截面假定和应力应变关系计算各纤维层的应力，逐步调整曲率值使其满足平衡方程 (10)，得出一组相应的弯矩曲率值，然后逐步调整 ε_i 则可得到完整的弯矩曲率关系。

2. 沿柱的长度方向把柱分成 M 段，计算各截面的外荷载值，然后通过弯矩曲率关系计算各截面的变形。

3. 对 (13) 式进行数值积分，计算各截面处的挠度。

$$y(j) = \sum_{k=1}^j \left\{ \left[\theta_0 - \sum_{i=1}^k \left(\frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} \right) \Delta x_i \right] \Delta x_k \right\} \quad (14)$$

$$\text{其中 } \theta_0 = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (\rho_i + \rho_{i-1}) \Delta x_i$$

Δx_i 表示各段的长度。

4. 重复 2、3 步的计算，直至两次计算的误差在允许范围内。

5. 按最后一次计算的结果计算各截面的内力和变形。

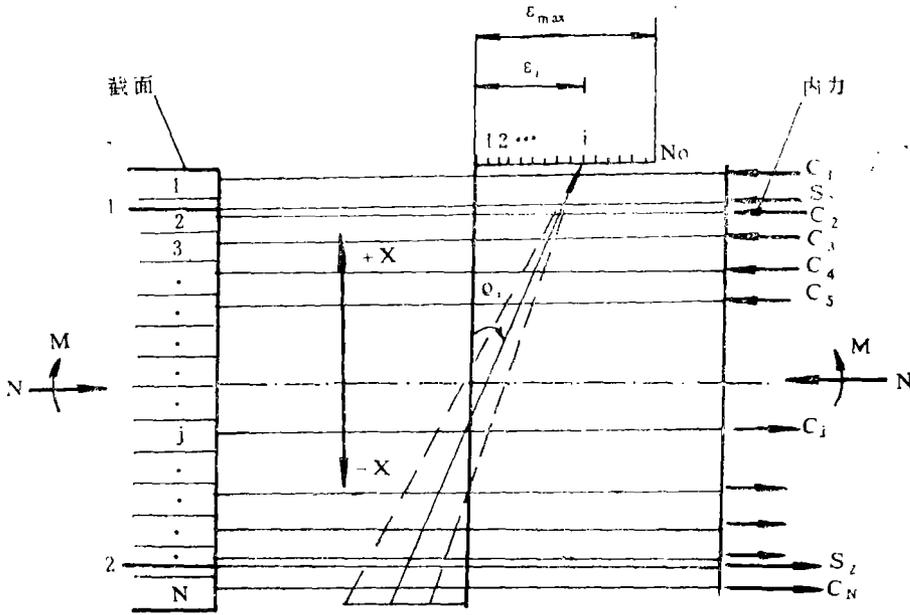


图 1 弯矩(M)-曲率(\$\rho\$)关系的计算过程

$$M = \sum_1^N C_j X_j + \sum_1^2 S_j Y_j$$

$$N = \sum_1^N C_j + \sum_1^2 S_j$$

(四) 长期荷载作用下的计算

本文的计算中把整个时间过程分成自小至大数段，以上一时间段的结束值为下一时间段的开始值，以短期荷载下的计算值为整个计算过程的开始值。图2示出3在任一时间段 (\$t_{i-1}\$, \$t_i\$) 内混凝土的应变和应力重分布的计算过程。长期荷载下偏心受压柱的计算可通过以下步骤完成。

1. 首先假定每一纤维层处的混凝土处于未约束状态，按式 (12) 计算其自由徐变值。
2. 施加约束力使截面满足平截面假定。约束力 \$\Delta C_i\$ 和 \$\Delta S_i\$ 应满足平衡方程

$$\begin{cases} \sum \Delta C_i + \sum \Delta S_i = 0 \\ \sum \Delta C_i \cdot x_i + \sum \Delta S_i \cdot x_i = \Delta y N \end{cases} \quad (15)$$

\$\Delta C_i\$ 和 \$\Delta S_i\$ 分别表示混凝土和钢筋的约束力，其值按再加载计算。

$$\begin{cases} \Delta C_i = \Delta \epsilon_j E_j (t_i - t_{i-1}) \\ \Delta S_i = \Delta \epsilon_j E_s \end{cases} \quad (16)$$

代入式 (15) 可得迭代平衡方程

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \Delta \epsilon_j E_j \frac{BH}{N} + \sum_{i=1}^{N_s} \Delta \epsilon_i E_s A_{s,i} = 0 \\ \sum_{j=1}^N \Delta \epsilon_j E_j \frac{BH}{N} (H/2 - jH/N - H/(2N)) \end{cases}$$

$$+ \sum_{i=1}^{N_s} \Delta \varepsilon_i E_s A_{s_i} (H/2 - a_i) = \Delta y N \quad (17)$$

式中 B 、 H 分别表示截面宽和高, A_s 表示钢筋面积。

利用计算机求解方程 (17), 代入式 (16) 可求出约束力值, 因此可计算出 t_k 时的应力分布

$$f_j(t_k) = f_j(t_{k-1}) + \Delta C_j \quad (18)$$

3. 由第 2 步中的计算结果计算挠度及内力增量。

4. 重复 1 至 3 步的计算至两次结果在规定的误差范围内, 然后判别混凝土是否破坏, 否则进入下一时间段的计算。

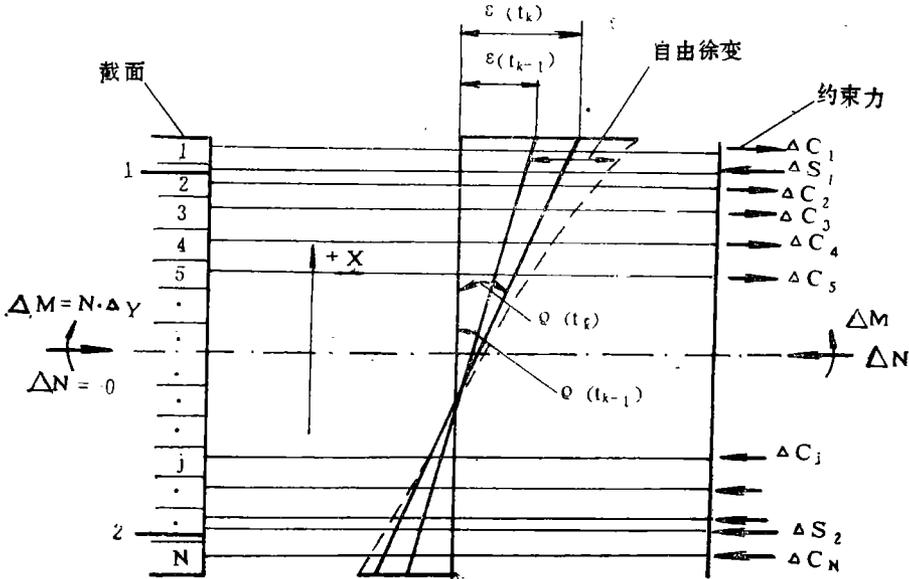


图 2 任一时间段内截面内应变和应力的重分布计算

$$\text{右侧 } \Delta M = \sum_1^N \Delta C_j X_j + \sum_1^2 \Delta S_j X_j$$

$$\text{左侧 } \Delta N = \sum_1^N \Delta C_j + \sum_1^2 \Delta S_j$$

四、计算结果和试验值的对比分析

对六根钢筋混凝土柱进行了为期两年的长期荷载试验。采用千斤顶施加荷载, 用自封闭龙门架装置固定试件, 另外设置一根收缩补偿柱。表 1 和表 2 分别给出了试件的龄期、尺寸和材料的力学性能及荷载和偏心的取值。试验室相对湿度一般在 75% 至 95% 之间, 年平均相对湿度约为 85%。全年温度变化约在 -5°C 至 35°C 之间。按上述方法编制了计算机程序, 并对六根试件进行了实例计算。表 3 给出了试验和计算的部分结果和误差。图 3 和图 4 示出了部分结果的对比曲线。

长期荷载作用下的曲率和挠度的计算, 除受到荷载应力引起的徐变影响外, 还受到收缩

引起的翘曲和受拉混凝土应力松弛及钢筋和混凝土间的滑移和粘结徐变等影响而引起平均应变的增大。对于低配筋或对称配筋的小偏心受压构件,混凝土的收缩在全截面基本是均匀的,对截面的曲率和挠度影响甚小,但是对于大偏心受压构件,即使对称配筋,因为受拉区混凝土的开裂,截面内混凝土将产生不均匀收缩,受压区收缩较大,而受拉区由于受拉钢筋的约束,收缩较小。这种不均匀收缩将引起曲率和挠度的增加,增加值可按下式估计:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_s = \frac{s \cdot \varepsilon_s}{h_0} \\ y = \frac{s \cdot \varepsilon_s \cdot l^2}{8h_0} \end{array} \right. \quad (19)$$

其中 s ——考虑受拉钢筋约束混凝土收缩引起变形差的影响参数,参考文献[9],取

$$s = 0.5 + 25u \leq 1.0$$

ε_s ——混凝土的收缩应变,由补偿柱测试的数据知,两年的收缩应变为 2.5×10^{-4} 。

估计式(19)中未考虑受压钢筋对收缩的约束作用和不均匀收缩与荷载的共同作用(二次弯矩作用)引起的增大效应,因两者的作用相对收缩的作用来说一般较小,且互相弥补。

在长期荷载作用下,由于受拉区混凝土的应力松弛和钢筋与混凝土间的滑移和粘结徐变,受拉混凝土不断脱离工作,裂缝宽度增加,钢筋的平均应变增加,将导致曲率和挠度的增大。本文的计算中系按照最小刚度原则进行计算的,即忽略了裂缝间混凝土仍部分参与工作的作用,故一般情况下计算值要略大于实测值,尤其是短期荷载下裂缝未充分开展的情况下更是如此,对短期荷载裂缝充分开展的构件,这种误差一般很小。

表 1 试件的尺寸和材料性能

试件	内容	宽度 (cm)	高度 (cm)	长度 (cm)	配筋 (%)	长细比	抗压强度 (kg/cm ²)	抗拉强度 (kg/cm ²)	钢筋强度 (kg/cm ²)	钢筋模量 (kg/cm)	龄期 (天)
PA1		8.5	15.5	180	0	11.61	205	21	2600	2.1×10^6	365
PA2		10.0	16.0	180	0	11.25	195	20	2600	2.1×10^6	435
PA3		10.0	15.5	180	0.2	11.61	198	20	2600	2.1×10^6	435
PA4		10.0	16.0	180	0.2	11.25	198	20	2600	2.1×10^6	435
PA5		10.0	15.5	180	0.4	11.61	205	21	2600	2.1×10^6	365
PA6		10.0	16.0	180	0.4	11.25	195	20	2600	2.1×10^6	435

表 2 荷载及偏心取值

试件	内容	荷载 N (kg)	偏心 e (cm)	承载力 N_u (kg)	N/N_u (%)	e/H (%)	再加载(kg)	
							第一次	第二次
PA1		5000	5.0	5581	89.6	32.3		
PA2		14280	1.5	21938	65.1	9.4	800	2000
PA3		7000	5.0	8776	79.8	32.3		
PA4		16500	1.5	22930	72.0	9.4	1000	1500
PA5		8200	5.0	10650	78.0	32.3		
PA6		17000	1.5	23370	72.7	9.4	1200	2000

表 3 挠度的计算值和实测值对比表 (单位: mm)

内 容	时 间	短 期	15	30	45	60	90	再加载	350	再加载	720	收 敛 值
PA2	计 算	1.78	2.20	2.42	2.60	2.77	3.08	3.33	4.05	4.70	5.02	5.18
	实 测	1.71	2.24	2.49	2.62	2.82	3.10	3.22	4.15	4.30	4.50	
	误 差 %	4.1	1.8	2.9	0.8	1.8	0.6	3.4	2.4	9.3	11.6	
PA4	计 算	2.17	2.64	2.92	3.12	3.30	3.68	4.41	5.45	6.02	6.35	6.51
	实 测	1.60	2.59	2.90	3.20	3.52	4.15	5.00	5.84	6.33	6.58	
	误 差 %	35.5	1.93	0.7	2.5	6.3	12.8	11.8	6.5	4.9	3.5	
PA6	计 算	2.03	2.31	2.46	2.60	2.72	2.99	3.34	4.11	5.30	5.49	5.67
	实 测	1.82	2.34	2.60	2.78	2.96	3.26	3.50	4.60	5.75	破坏	
	误 差 %	11.5	1.3	5.4	6.5	8.1	8.2	4.6	10.9	7.9	/	
PA5	计 算	4.37	5.85	6.37	6.90	7.21	7.79	7.79	10.74	10.74	12.10	13.12
	实 测	4.32	5.60	6.11	6.41	6.96	7.54	7.54	10.20	10.20	11.50	
	误 差 %	1.2	4.5	4.4	7.8	3.6	3.3	3.3	5.4	5.4	5.2	
PA3	计 算	4.50	7.05	9.50	14.65	破坏						
	实 测	4.45	7.18	9.52	14.78	破坏						
	误 差 %	1.1	1.8	0.3	0.9	/						

五、结 束 语

本文通过对长期荷载作用下偏心受压柱的试验和计算分析, 得出如下结论:

1. 长期荷载作用下配筋率对钢筋混凝土偏心受压柱的徐变稳定影响很大。从 PA1、PA3 和 PA5 三根柱的试验和计算结果可以看出, 素混凝土柱 (PA1) 加载一天后即产生失稳破坏, 在 PO/PU 基本相同的情况下, 配筋率为 0.2% 的柱 (PA3) 加载后 47 天失稳, 而配筋率仅高 0.2% 的 PA5 柱加载后自始至终处于稳定状态。因此可以认为钢筋对混凝土的徐变有明显的约束作用, 对柱的长期稳定有很大的影响, 建议柱的最小配筋率应大于 0.4%。

2. 混凝土的初始徐变较大。从试验结果可以看出, 一般情况下初始徐变引起的挠度增量

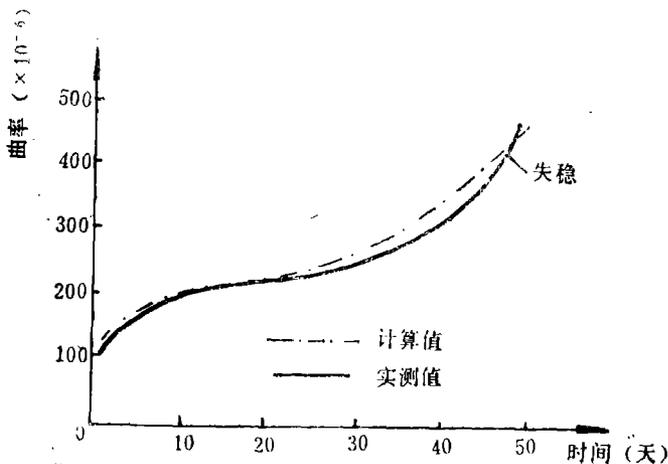


图 3 PA3 柱的曲率随时间的变化

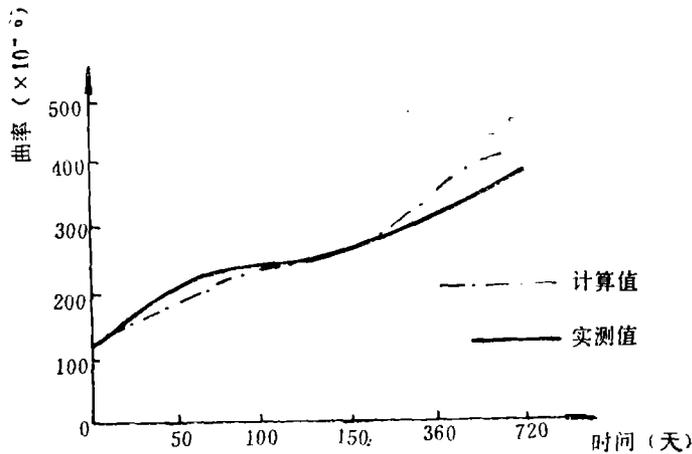


图4 PA5柱的曲率随时间的变化

是短期荷载下挠度值的10%至20%左右。

3. 本文提出的非线性徐变模式和计算方法能够较好地反映实际情况, 是基本可行的。虽然个别构件的部分结果不甚理想, 如PA6柱在第二次再加载后不久破坏, 而计算并非如此。但是通过对整个时间过程中的对比分析, 参见表3的误差分析, 可以认为该方法的计算结果和实测值的吻合情况是较好的。

4. 长期荷载下的试验表明, 混凝土的平均应变满足平截面假定。

参 考 文 献

- [1] Z.P Banzant, "Discussion of Creep Buckling of Slender Columns", Journal of ASCE (st1), 1966.
- [2] M.Franco and G.Guseppe, "General And Approxiate Method For The Analysis of Slender Visco-elastic Structures Sensitive To Second order Effects", Fundamental Research on Creep And Shrinkage of Concrete, 1982.
- [3] B.B Goyal and N.Jackson, "Slender Concrete Columns Under Sustained Load", Journal of ASCE (st11), 1971.
- [4] J.E Behan and Colin O'conner, "Creep Buckling of Reinforced Concrete Columns", Journal of ASCE(st12), 1982.
- [5] A.M Neville and B.L Member, "Creep of Concrete, Influencing and Prediction", Symposium on Creep, 1964.
- [6] 朱伯龙、钮宏、曹双寅, 钢筋混凝土偏压柱的最小配筋率研究, 《结构工程师》1988年第一期, 同济大学出版社。
- [7] CEB—FIP "Model For Concrete Structure", 1978.
- [8] 林南熏: 混凝土的非线性徐变问题, 《土木工程学报》, 1983年第一期。
- [9] 丁大钧: 《钢筋混凝土构件抗裂度、裂缝和刚度》, 南京工学院出版社, 1986年。

NONLINEAR ANALYSIS OF ECCENTRICALLY LOADED REINFORCED COMPONENT CONSIDERING THE EFFECT OF CREEP

Cao Shuangyin Zu Bolong NiuHong
(Tong-Ji University)

Abstract

In this paper, the developing process of deformation and stress in eccentrically loaded reinforced concrete columns under sustained load is described. A new nonlinear creep model for concrete is given based on the experimental results. A step-by-step method is used to analyse the deformation, stress and their redistribution by computers. In the analysis, the nonlinear property and second moment effects of slender columns as well as the redistribution of stress and strain are taken into account. The error between the experimental and the calculated results is tolerable.

GX-ZT30高层建筑救援降器

高层建筑的防火灾问题一直没有很好解决。最近,在我国广州通过鉴定的这种装置重2.7kg,最大承受重量为1.5t,一个成年男子使用的下降速度为0.8m/s,从10层楼顶降至地面为0.5min。该装置的安全使用范围为18~120kg。这样,在高层建筑发生火灾时可以安全降到地面。

(本刊记者:李原)