

高层建筑筒体结构受力分析

王 荫 长

(西安冶金建筑学院)

§ 4-4 用样条函数子结构法分析筒体结构

近年来,由于建筑设计的美观和不同的使用要求,有些高层建筑结构的体型,比较复杂,常常在筒体结构中包含平面曲线周边结构,还常设有剪力墙和离散柱体系。

对于这些体型复杂的高层建筑结构,使用有限条法分析,是一种有效的方法。但有限条法需将结构划分为许多条元,在条元的横向用多项式位移函数,对平面为曲线周边的框筒及墙体,要等效成折板结构。这样,降低了结构位移的连续性,在一定程度上影响了计算结果的精度。

本节介绍的样条函数子结构法,在把框架和薄壁筒连系梁进行等效连续化的基础上,对平面形状复杂的结构,划分成子结构,在子结构内部不再离散化为条元,也不把平面曲线周边结构等效成折板,而是按照子结构真实几何形状,在整体坐标下,采用三次B样条函数作为环向位移函数,直接形成子结构的刚度矩阵。

三次B样条函数多项式的次数不高,连续性较强,其所形成的位移函数,位移、一阶导数、二阶导数,都是连续的,如果位移函数中沿筒体高度的基函数采用三角级数,则计算过程十分简捷,程序容易编制,可在小型机上实现计算。

(一) 连续体子结构分析

把薄壁筒连系梁和框筒中的框架,等效连续化为正交各向异性板,则高层建筑中的实体墙、薄壁筒、框筒等,全化成连续体,其分析方法可统一进行。

连续体的子结构,可以是直线或曲线的单个墙体,闭合单筒,相交墙体等类型。

1. 位移分析

图4-4-1(a)表示筒体结构中一个曲线开口薄壁筒式一个曲面墙子结构,图(b)为其一条水平弧线。

筒体结构坐标系为 $x-y-z$,筒体整体位移取竖轴 Z 上点的水平位移 u_0 、 v_0 和筒体绕 z 轴扭转角 ϕ ,子结构上一点的竖向位移为 w ,则与结构上一点的位移有关的筒体位移向量为

$$\{\Delta_0\} = [w \ u_0 \ v_0 \ \phi]^T \quad (1)$$

子结构上任一点的局部坐标系,取自然坐标系 $\xi-\eta-\zeta$,见图4-4-1,其切线坐标轴 ξ 与结构坐标轴 x 间夹角为 α 。局部坐标下子结构上任一点的位移向量为

$$\{\delta\} = [u \ v \ w]^T \quad (2)$$

局部坐标下一点的位移向量和与其有关的结构坐标下筒体结构位移向量间的转换关系为

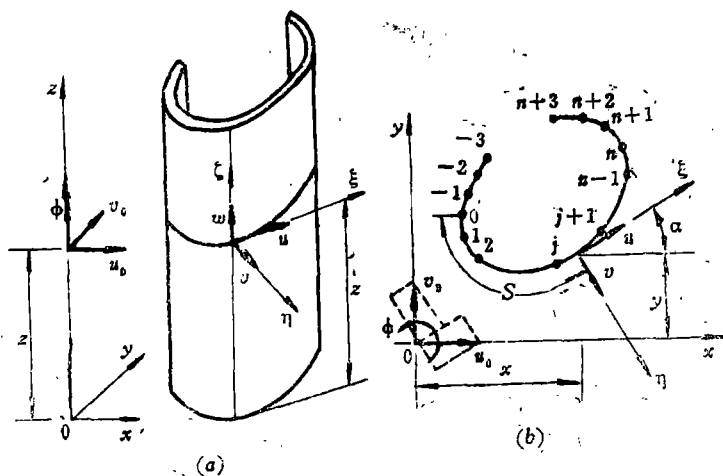


图 4-4-1

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cos x & \sin x & (x \sin x - y \cos x) \\ 0 & \sin x & -\cos x & (-x \cos x - y \sin x) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ u_0 \\ v_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{即} \quad \{\delta\} = [T_0] \{\Delta_0\} \quad (4-4-1)$$

式中转换矩阵 $[T_0]$ 的元素, 参看式(3)。

2. 不等距三次样条函数

图4-4-1(b)所示曲面墙子结构, 为了用样条函数表示各点竖向位移 w 沿水平弧线的变化规律, 将弧长用 $n-1$ 个内结点划分为不等长的 n 个小段, 包括两端边界结点, 共 $n+1$ 个结点。

定义三次样条的基样条函数为

$$\bar{\psi}_j(s) = (s_{j+1} - s_j) \sum_{k=j}^{j+4} \omega_{jk} (s - s_k)_+^3 \quad (4-4-2)$$

式中

$$\omega_{jk} = \prod_{\substack{i=j \\ i \neq k}}^{j+1} \frac{1}{s_k - s_i}$$

其中截断函数:

$$(s - s_k)_+^3 = \begin{cases} 0, & (s - s_k) \leq 0 \\ (s - s_k)^3, & (s - s_k) > 0 \end{cases}$$

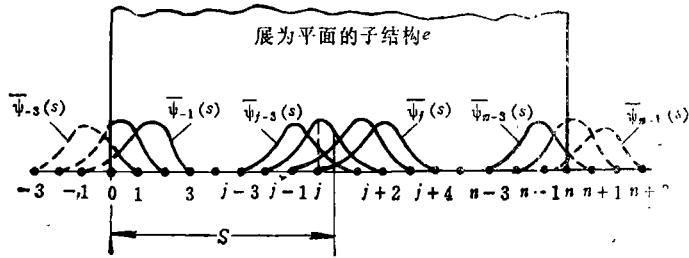


图 4-4-2

图 4-4-2 表示三次样条基函数 $\bar{\psi}_j(s)$ 的示意图, 它由结点 $j \sim j+4$ 五个结点间四段连续曲线构成。三次 B 样条函数, 由基样条函数的线性组合形成。任意一点 s 的函数值, 等于该点以左四个结点的基样条函数 $\bar{\psi}_{j-3}(s)$ 、 $\bar{\psi}_{j-2}(s)$ 、 $\bar{\psi}_{j-1}(s)$ 、 $\bar{\psi}_j(s)$ 的线性组合。结点 i 的函数值, 等于其左边三个基样条函数的线性组合:

$$w(s_i) = \bar{a}_{i-3} \bar{\psi}_{i-3}(s_i) + \bar{a}_{i-2} \bar{\psi}_{i-2}(s_i) + \bar{a}_{i-1} \bar{\psi}_{i-1}(s_i) \quad (4)$$

用样条函数表示子结构上各点竖向位移沿水平弧线的位移函数时, 需在两个边界点 0 和 n 处, 各向外延拓出三个结点: -3 、 -2 、 -1 和 $n+1$ 、 $n+2$ 、 $n+3$, 见图 4-4-1 (b) 和图 4-4-2 所示。

子结构上各点竖向位移沿水平弧线的变化规律, 可用三次 B 样条函数表示为

$$w(s) = [\bar{\psi}(s)] \{\bar{a}\} \quad (4-4-3)$$

式中

$$[\bar{\psi}(s)] = [\bar{\psi}_{-3} \ \bar{\psi}_{-2} \ \bar{\psi}_{-1} \ \bar{\psi}_0 \ \bar{\psi}_1 \ \cdots \ \bar{\psi}_{n-1}]$$

——由基样条函数 $\bar{\psi}(s)$ 组成的行矩阵;

$$\{\bar{a}\} = [\bar{a}_{-3} \ \bar{a}_{-2} \ \bar{a}_{-1} \ \bar{a}_0 \ \cdots \ \bar{a}_{n-1}]^T$$

——由基样条函数中的系数 $\bar{a}$ 组成的列矩阵。

实际上, 样条函数中的系数 $\bar{a}_i$ 是求竖向位移 w 时的位移参数。

采用不等距三次 B 样条函数作为竖向位移的位移函数, 可以根据需要, 调整结点的疏密程度, 如在结构曲率大的弧段和转折点附近, 结点距离可以密一些, 便于保证计算精度。

3. 位移函数

子结构竖向位移沿水平弧线的位移函数, 用三次 B 样条函数, 水平位移和竖向位移沿筒体高度方向的位移函数, 与有限条法相同, 采用级数型的基函数。

结构坐标下筒体位移函数为

$$\{\Delta_0\} = \sum_{m=1}^r [N_0]_m \{\Delta_e\}_m = [N_0] \{\Delta_e\} \quad (4-4-4)$$

式中

$$[N_0] = [[N_0]_1 \ [N_0]_2 \ \cdots \ [N_0]_r]$$

——筒体位移向量 $\{\Delta_0\}$ 的形函数矩阵;

$$[N_o]_m = \begin{bmatrix} W_m(z) & |\psi(s)| & 0 & 0 & 0 \\ |0| & U_m(z) & 0 & 0 & 0 \\ |0| & 0 & V_m(z) & 0 & 0 \\ |0| & 0 & 0 & 0 & \Phi_m(z) \end{bmatrix}$$

$\{\Delta_e\} = [\{\Delta_e\}_1^T \{\Delta_e\}_2^T \dots \{\Delta_e\}_r^T]^T$ ——位移参数向量;

$$\{\Delta_e\}_m = [\{a\}_m^T u_{om} v_{om} \phi_m]^T$$

u_{om} 、 v_{om} 、 ϕ_m ——筒体整体位移参数级数的第 m 项;

$$\{a\}_m = [a_{-3m} a_{-2m} a_{-1m} a_{0m} a_{1m} \dots a_{n-1, m}]^T$$

——由样条函数系数 a 组成的列矩阵级数的第 m 项;

$$|\psi(s)| = [\psi_{-3} \psi_{-2} \psi_{-1} \psi_0 \psi_1 \dots \psi_{n-1}]$$

——由式(4-4-2)基样条函数 $\bar{\psi}_j(s)$ 的线性组合构成的实用基样条函数 $\psi_j(s)$ 阶形成的行矩阵。

对单个墙体子结构,取实用基样条函数:

$$\psi_j(s) = \bar{\psi}_j(s) \text{——式(4-4-2)} \quad (5)$$

对闭合单筒子结构,也取式(5)为基样条函数。但这时,边界结点 n 与 0 重合,结点 $-3, -2, -1$ 即为 $n-3, n-2, n-1$;结点 $n+1, n+2, n+3$ 即为 $1, 2, 3$ 。

对相交墙体子结构,两个相邻子的结构,要互相联结,协调竖向变形,由于三次B样条函数在某一结点处的函数值,与其左边三个结点的基样条函数有关,系数 $\bar{a}_j$ 无明显的物理意义,变形协调条件的处理较麻烦,这时,可改用下述的实用基样条函数。

$$\psi_j(s) = \bar{\psi}_j(s), j = -3, -2, -1, 0, \dots, i-4$$

$$\psi_{i-3}(s) = \bar{\psi}_{i-2}(s_i) \bar{\psi}_{i-3}(s) - \bar{\psi}_{i-3}(s_i) \bar{\psi}_{i-2}(s)$$

$$\psi_{i-2}(s) = \frac{\bar{\psi}_{i-1}(s)}{\bar{\psi}_{i-2}(s_i)} \quad (4-5-5)$$

$$\psi_{i-1}(s) = \bar{\psi}_{i-2}(s_i) \bar{\psi}_{i-1}(s) - \bar{\psi}_{i-1}(s_i) \bar{\psi}_{i-2}(s)$$

$$\psi_j(s) = \bar{\psi}_j(s), j = i, i+1, \dots, n-1$$

在式(4-4-5)中,对结点有 $\bar{\psi}_{i-3}(s_i) = \bar{\psi}_{i-1}(s_i) = 0, \bar{\psi}_{i-2}(s_i) = 1$ 。参照式(4),可知 $w(s_i) = a_{i-2}$ 。这种实用基样系, a_{i-2} 等于结点 i 的竖向位移 $w(s_i)$ 有明显物理意义。因之,相邻子结构在结点 i 处竖向位移的协调条件,很容易实现。

为了便于子结构为简支、固定、定向支承等边界的处理,可将结点 i 处前后各三个结点,作对称划分或延拓。即令

$$s_{i+1} = 2s_i - s_{i-1}, s_{i+2} = 2s_i - s_{i-2}, s_{i+3} = 2s_i - s_{i-3} \text{并定义实用基样条函数为}$$

$$\psi_j(s) = \bar{\psi}_j(s), j = -3, -2, -1, 0, \dots, i-4$$

$$\psi_{i-3}(s) = \bar{\psi}_{i-2}(s_i) (\bar{\psi}_{i-3}(s) + \bar{\psi}_{i-1}(s)) - 2\bar{\psi}_{i-3}(s_i) \bar{\psi}_{i-2}(s)$$

$$\psi_{i-2}(s) = \frac{\bar{\psi}_{i-3}(s) - \bar{\psi}_{i-1}(s)}{2\bar{\psi}_{i-3}(s_i)}$$

$$\psi_{i-1}(s) = \frac{\bar{\psi}_{i-1}(s) + \bar{\psi}_{i-3}(s) + \bar{\psi}_{i-3}(s_i)\bar{\psi}_{i-2}(s)}{\bar{\psi}_{i-3}(s_i)(2 + \bar{\psi}_{i-2}(s_i))} \quad (4-4-6)$$

$$\psi_j(s) = \bar{\psi}_j(s), \quad j = i, i+1, \dots, n-1$$

由于在结点*i*附近是对称划分, $\bar{\psi}_{i-3}(s_i) = \bar{\psi}_{i-1}(s_i)$, $\psi_{i-3}(s_i) = -\bar{\psi}'_{i-1}(s_i)$, $\bar{\psi}'_{i-2}(s_i) = 0$, 故式(4-4-6)中, $\psi_{i-3}(s_i) = \psi'_{i-3}(s_i) = \psi_{i-2}(s_i) = \psi'_{i-1}(s_i) = 0$, $\psi'_{i-2}(s_i) = \psi_{i-2}(s_i) = 1$ 。

因而, $w(s_i) = a_{i-2}$, $w(s_i) = a_{i-1}$ 。故系数 a_{i-2} 、 a_{i-1} 有明确物理意义, 当边界结点 $i = 0$ 或 n 处为固定简支或定向支承时, 边界条件均易处理。

在式(4-4-4)形函数矩阵中的级数型基函数, 可参照 § 4-3 (三) 中所列举的基函数选用。计算比较简单的基函数是取

$$U_m(z) = V_m(z) = \Phi_m(z) = 1 - \cos \frac{(2m-1)\pi z}{2H} \quad (4-4-7)$$

$$W_m(z) = \sin \frac{(2m-1)\pi z}{2H}$$

子结构上任一点的位移函数为

$$\{\delta\} = [T_0] \{\Delta_0\} = [T_0] \sum_{m=1}^r [N_0]_m \{\Delta_e\}_m$$

令 $[N]_m = [T_0] [N_0]_m$, 并将式(4-4-1)的 $[T_0]$ 、式(4-4-4)的 $[N_0]_m$ 代入, 得

$$\{\delta\} = \sum_{m=1}^r [N]_m \{\Delta_e\}_m = [N] \{\Delta_e\} \quad (4-4-8)$$

式中 $[N] = [[N]_1 [N]_2 \dots [N]_r]$

$$[N]_m = \begin{bmatrix} |0| & U_m \cos \alpha & V_m \sin \alpha & \Phi_m(x \sin \alpha - y \cos \alpha) \\ |0| & U_m \sin \alpha & -V_m \cos \alpha & \Phi_m(-x \cos \alpha - y \sin \alpha) \\ W_m |\psi| & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 应变向量

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ r \xi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

将式(4-4-8)代入上式, 得应变向量

$$\{\varepsilon\} = \sum_{m=1}^r [B]_m \{\Delta_e\}_m = [B] \{\Delta_e\} \quad (4-4-9)$$

式中

$$[B] = [[B]_1 [B]_2 \cdots [B]_r]$$

$$[B]_m = \begin{pmatrix} W'_m | \psi | & 0 & 0 & 0 \\ W'_m | \psi | & U'_m \cos \alpha & V'_m \sin \alpha & \Phi_e (x \sin \alpha - y \cos \alpha) \end{pmatrix}$$

5. 应力向量

$$\{\sigma\} = \begin{pmatrix} \sigma_z \\ \tau_{\xi z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\bar{E}_z}{1 - \bar{\mu}_z} & 0 \\ 0 & \bar{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_z \\ \tau_{\xi z} \end{pmatrix} \quad (7)$$

将式(4-4-9)代入, 应力向量为

$$\{\sigma\} = [D] \sum_{m=1}^r [B]_m \{\Delta_e\}_m = [D][B]\{\Delta_e\} \quad (4-4-10)$$

6. 结构坐标下子结构的刚度矩阵

以上对子结构中任一点的位移 $\{\delta\}$ 、应变 $\{\varepsilon\}$ 和应力 $\{\sigma\}$, 均已转换为结构坐标下筒体位移参数 $\{\Delta\}$ 的函数, 故按最小总势能原理推出的刚度矩阵, 就是结构坐标下的子结构刚度矩阵。

$$[K]^e = \iint [B]^T [D] [B] t ds dz$$

$$= \begin{pmatrix} [K]_{11} & [K]_{12} & \cdots & [K]_{1r} \\ [K]_{21} & [K]_{22} & \cdots & [K]_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [K]_{r1} & [K]_{r2} & \cdots & [K]_{rr} \end{pmatrix} \quad (4-4-11)$$

式中, 对应于位移参数 $\{\Delta_e\}$ 的级数第 m 项和第 n 项之间的刚度矩阵为

$$[K]_{mn} = [\Delta B]^T_m [D] [B]_n t ds dz \quad (4-4-12)$$

如筒壁厚度 t 和弹性矩阵 $[D]$ 沿水平弧线和高度有改变, 以上各积分式需分区段进行。

7. 对应于位移参数 $\{\Delta_e\}$ 的荷载向量

设作用于子结构上的分布面荷载向量为

$$\{P\} = [p_\xi \ p_\eta \ p_z]^T \quad (8)$$

则对应于位移参数 $\{\Delta_e\}$ 的荷载向量为

$$\{P\}^e = \iint [N]^T \{p\} ds dz = \iint \begin{pmatrix} [N]_1^T \\ [N]_2^T \\ \vdots \\ [N]_r^T \end{pmatrix} \{p\} ds dz \quad (4-4-13)$$

$$= [\{P\}_1^T \ \{P\}_2^T \cdots \{P\}_r^T]^T$$

荷载向量级数第 m 项为

$$\{P\}_m^e = \iint [N]_m^T \{p\} ds dz \quad (4-4-14)$$

(二) 连续体子结构中大角柱的处理

框架筒的角柱截面常比中间柱大很多, 把框架筒等效连续化时, 可把大角柱截面面积分为两部分: $A_c = A_p + A_k$, 其中 A_p 与中间柱截面面积相同, 计入等效连续化的正交各向异性板; 多余的面积 A_k , 假设只承担竖向力, 把它作为一个线单元。

对角柱 A_k , 设编号为 k , 取与内柱相同的形函数 $w(s, z)$ 、则位移函数为

$$w_k(z) = \sum_{m=1}^r [N_k]_m \{a_k\}_m = [N_k] \{a_k\} \quad (4-4-15)$$

式中

$$\begin{aligned} [N_k] &= [[N_k]_1 \mid [N_k]_2 \cdots [N_k]_r] \\ [N_k]_m &= [W_m \psi_{k-3}(s_k) \quad W_m \psi_{k-2}(s_k) \quad W_m \psi_{k-1}(s_k)] \\ \{a_k\}_m &= [a_{k-3} \quad a_{k-2} \quad a_{k-1}]^T \end{aligned}$$

角柱 A_k 的应变矩阵:

$$\varepsilon_k(z) = \sum_{m=1}^r [B_k]_m \{a_k\}_m = [B_k] \{a_k\} \quad (4-4-16)$$

式中

$$\begin{aligned} [B_k] &= [[B_k]_1 \mid [B_k]_2 \cdots [B_k]_r] \\ [B_k]_m &= [W_m' \psi_{k-3}(s_k) \quad W_m' \psi_{k-2}(s_k) \quad W_m' \psi_{k-1}(s_k)] \end{aligned}$$

角柱 A_k 的应力矩阵:

$$\sigma_k(z) = E_k \sum_{m=1}^r [B_k]_m \{a_k\}_m = E_k [B_k] \{a_k\} \quad (4-4-17)$$

式中 E_k ——角柱的弹性模量。

角柱 A_k 的单元刚度矩阵:

$$\begin{aligned} [K_k] &= \int_0^H E_k A_k [B_k]^T [B_k] dz \\ &= \begin{pmatrix} [K_k]_{11} & [K_k]_{12} & \cdots & [K_k]_{1r} \\ [K_k]_{12} & [K_k]_{22} & \cdots & [K_k]_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [K_k]_{r1} & [K_k]_{r2} & \vdots & [K_k]_{rr} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

式中矩阵子块 $[K_k]_{mn}$ 为

$$\begin{aligned} [K_k]_{mn} &= \int_0^H E_k A_k [B_k]_m^T [B_k]_n dz \\ &= \int_0^H E_k A_k W_m' W_n' dz \begin{pmatrix} \psi_{k-3} \psi_{k-3} & \psi_{k-3} \psi_{k-2} & \psi_{k-3} \psi_{k-1} \\ \psi_{k-2} \psi_{k-3} & \psi_{k-2} \psi_{k-2} & \psi_{k-2} \psi_{k-1} \\ \psi_{k-1} \psi_{k-3} & \psi_{k-1} \psi_{k-2} & \psi_{k-1} \psi_{k-1} \end{pmatrix} \quad (4-4-19) \end{aligned}$$

$\Psi_{k-i}, i = 1, 2, 3$ 是 $s = s_k$ 时的 $\Psi_{k-i}(s_k)$ 值。

(三) 离散柱的子结构分析

在高层建筑筒体结构中, 当内、外筒之间的空地面积较大时, 常设置少量离散柱。在以往计算方法中, 多数是令这些柱只承担竖向荷载, 不计其抗侧力刚度。由于这些柱的截面尺寸较大, 而且不便简化为等效连续体, 文献〔38〕把离散柱单独作为一种子结构处理。本节把每根柱作为双向弯曲和轴向拉压组合变形的子结构, 进行受力分析。

图 4-4-3 表示一根离散的平面位置和方向, 柱中心任一点的位移向量为

$$\{\delta\} = [u \ v \ w]^T$$

与 $\{\delta\}$ 有关的结构坐标筒体位移向量为

$$\{\Delta_o\} = [w_c \ u_o \ v_o \ \phi]^T$$

柱的级数型位移函数为

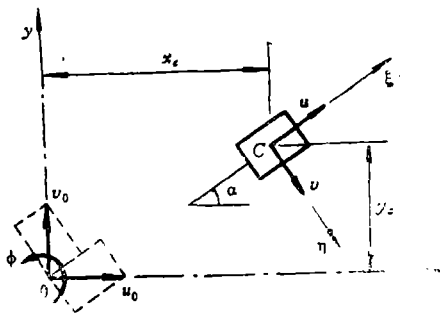


图 4-4-3

$$\{\sigma\} = \sum_{m=1}^r [N_c]_m \{\Delta_c\}_m = [N_c] \{\Delta_c\} \quad (4-4-20)$$

式中

$[N_c] = [[N_c]_1 \ [N_c]_2 \ \cdots \ [N_c]_r]$ ——柱形函数矩阵;

$$[N_c]_m = \begin{bmatrix} 0 & U_m(z) \cos \alpha & \Phi_m(z)(x \sin \alpha - y \cos \alpha) \\ 0 & U_m(z) \sin \alpha & \Phi_m(z)(-x \cos \alpha - y \sin \alpha) \\ W_m(z) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\{\Delta_c\} = [\{\Delta_c\}_1^T \ \{\Delta_c\}_2^T \ \cdots \ \{\Delta_c\}_r^T]^T$ ——柱位移参数向量;

$$\{\Delta_c\}_m = [w_{cm} \ u_{om} \ v_{om} \ \phi_m]^T$$

应变向量:

$$\{\epsilon_c\} = \begin{bmatrix} \epsilon_z \\ \kappa_\xi \\ \kappa_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dw}{dz} \\ \frac{d^2 u}{dz^2} \\ \frac{d^2 u}{dz^2} \end{bmatrix} \quad \text{——} \kappa_\xi \text{ 和 } \kappa_\eta \text{ 为柱在 } \xi z \text{ 和 } \eta z \text{ 面内弯曲时的曲率。}$$

将式 (4-4-20) 中的 w 、 u 、 v 位移函数代入上式, 得柱应变向量:

$$\{\epsilon_c\} = \sum_{m=1}^r [B_c]_m \{\Delta_c\}_m = [B_c] \{\Delta_c\} \quad (4-4-21)$$

式中

$[B_c] = [[B_c]_1 [B_c]_2 \cdots [B_c]_r]$ ——柱应变矩阵;

$$[B_c]_m = \begin{pmatrix} W_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_m'' \cos \alpha & V_m'' \sin \alpha & \Phi_m''(x_c \sin \alpha - y_c \cos \alpha) \\ 0 & U_m'' \sin \alpha & -V_m'' \cos \alpha & \Phi_m''(-x_c \cos \alpha - y_c \sin \alpha) \end{pmatrix}$$

柱内力向量:

$$\{N_c\} = \begin{pmatrix} N \\ M_\eta \\ M_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_\eta & 0 \\ 0 & 0 & EI_\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_z \\ \kappa_\xi \\ \kappa_\eta \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\text{即 } \{N_c\} = [D_c] \{\varepsilon_c\} = [D_c] \sum_{m=1}^r [B_c]_m [\Delta_c]_m = [D_c] [B_c] \{\Delta_c\} \quad (4-4-22)$$

对应于位移参数向量 $\{\Delta_c\}$, 离散柱的子结构在结构坐标下的刚度矩阵为

$$[K_c] = \int_0^H [B_c]^T [D_c] [B_c] dz$$

$$= \begin{pmatrix} [K_c]_{11} & [K_c]_{12} & \cdots & [K_c]_{1r} \\ [K_c]_{21} & [K_c]_{22} & \cdots & [K_c]_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [K_c]_{r1} & [K_c]_{r2} & \cdots & [K_c]_{rr} \end{pmatrix} \quad (4-4-23)$$

式中, 级数第 mn 项子矩阵为

$$[K_c]_{mn} = \int_0^H [B_c]_m^T [D_c] [B_c]_n dz \quad (4-4-24)$$

(四) 筒体结构的矩阵位移法方程

用样条函数子结构法分析筒体结构时, 位移参数未知量, 有筒的整体位移参数 u_{0m} 、 V_{0m} 、 ϕ_m ; 各连续体子结构竖向位移样条函数系数向量 $\{a\}_m$, 对每个子结构 a_j 数目比所设置的结点数目多 2 个; 各离散柱的竖向位移参数 w_{cm} 。每个位移参数的级数各有 r 项。对于相交墙子结构, 相邻子结构间在交线处的竖向位移相等, 故在总的位移参数中还要去掉一些不独立的参数, 如此, 形成筒体结构的位移参数向量 $\{\Delta\}$ 。

利用式 (4-4-11)、(4-4-18)、和 (4-4-23) 各子结构的刚度矩阵, 集成结构总刚度矩阵 $[K]$ 。

利用式 (4-4-13) 子结构的荷载向量, 集成结构的荷载向量 $\{P\}$ 。如有作用于楼板上的水平荷载 P 、按式 (4-3-18) 的作法, 求出相应于整体位移参数 U_{0m} 、 V_{0m} 、 ϕ_m 的荷载分量, 加在荷载向量 $\{P\}$ 的相应分量中。

从而得筒体的矩阵位移法方程:

$$[K] \{\Delta\} = \{P\} \quad (4-4-25)$$

关于筒体的应力和内力计算方法,可参照前两节的算法。

以上三章介绍的高层建筒体结构分析方法,均引用平面抗侧力体系假设。未考虑抗侧力的结构和楼板的平面外刚度。这对工程设计一般要求的精度讲,已属够用。

如结构有特殊性,需要考虑结构的平面外刚度,就要将空间一般结构分析方法计算。文献〔39〕把高层建筑结构作为由空间杆件及薄壁杆系组成的空间结构,进行分析。文献〔40〕考充了楼板平面外的抗弯刚度。

附 录

结构矩阵分析中的递变换和结构坐标下的刚度矩阵。

$$\text{局部坐标:} \quad \{\bar{s}\} = [\bar{k}] \{\bar{\delta}\} \quad (1)$$

$$\text{结构坐标:} \quad \{P\} = [k] \{\Delta\} \quad (2)$$

$$\text{位移变换:} \quad \{\bar{\delta}\} = [T] \{\beta\} \quad (3)$$

$$\text{力逆变换:} \quad \{P\} = [T] \{\bar{s}\} \quad (4)$$

$$\text{结构坐标刚度矩阵:} \quad [k] = [T]^T [\bar{k}] [T] \quad (5)$$

证 1 逆变换

两不同坐标系下的虚功关系:

$$\delta W = \delta \bar{W} \quad (a)$$

任意给定变形协调的虚位移向量:

$$\{d\Delta\} = [d\Delta_1 \ d\Delta_2 \ \dots \ d\Delta_{n_1}]^T \text{——结构坐标虚位移;}$$

$$\{d\bar{\delta}\} = [d\delta_1 \ d\delta_2 \ \dots \ d\delta_{n_2}]^T \text{——局部坐标虚位移。}$$

两者应满足式(3)的变换关系:

$$\{d\bar{\delta}\} = [T] \{d\Delta\} \quad (b)$$

$$\text{结构坐标虚功} \quad \delta W = \{d\Delta\}^T \{P\} \quad (c)$$

$$\text{局部坐标虚功} \quad \delta \bar{W} = \{d\bar{\delta}\}^T \{\bar{s}\} \quad (d)$$

把式(c)、(d)代入(a),得

$$\{d\Delta\}^T \{P\} = \{d\bar{\delta}\}^T \{\bar{s}\} \quad (e)$$

式(b)代入(e),得

$$\{d\Delta\}^T \{P\} = \{d\Delta\}^T [T]^T \{\bar{s}\} \quad (f)$$

考虑虚位移 $\{d\Delta\}$ 是任意给定的,如式(f)成立,必有下式关系:

$$\{P\} = [T]^T \{\bar{s}\}$$

这就证明了式(4)的逆变换关系:如把结构坐标下位移向量 $\{\Delta\}$ 变换为局部坐标下位移向量 $\{\bar{\delta}\}$ 时,所用的变换矩阵为 $[T]$,则把局部坐标下方向量 $\{\bar{s}\}$ 变换为结构坐标下方向量 $\{P\}$ 时,其变换矩阵为 $[T]$ 的转置矩阵 $[T]^T$

证 2 结构坐标下的刚度矩阵

$$\{\bar{s}\} = [\bar{k}] \{\bar{\delta}\}$$

$$(\text{已知}) [T]^T \downarrow \quad (\text{已知}) \uparrow [T] (\text{已知})$$

$$\{P\} = [k] \{\Delta\}$$

由上面所示关系,或由式(4)、(1)、(3),可推出:

$$\{P\} = [T]\{\bar{s}\} = [T]^T[\bar{k}]\{\bar{\delta}\} = [T]^T[\bar{k}][T]\{\Delta\}$$

比较上式与式(2),可得结构坐标下刚度矩阵 $[K]$ 与局坐标下刚度矩阵 $[k]$ 的关系为

$$[k] = [T]^T[\bar{k}][T]$$

即式(5)得证。

参 考 文 献

- [1] Monograph on Planning and Design of Tall Buildings.
Volume PC: Planning and Environmental Criteria for Tall Buildings.
Volume SC: Tall Building Systems and Concepts.
Volume CL: Tall Building Criteria and Loading.
Volume SB: Structural Design of Tall Steel Buildings.
Volume CB: Structural Design of Tall Concrete and Masonry Buildings.
- [2] Proceedings of the Third International Conference on Tall Buildings, 10—15 December 1984, Hong Kong & Guangzhou.
- [3] 第八届全国高层建筑结构学术交流会议论文集, 1984年5月, 安徽屯溪。
- [4] 中国建筑科学研究院建筑结构研究所主编, 高层建筑结构设计, 科学出版社, 1982年。
- [5] 徐培福、郝锐坤、赵西安, 我国高层建筑结构综述, 建筑结构学报, 1983年第2期、第3期。
- [6] 中国建筑研究院结构所特种结构室高层结构研究组, 赵西安执笔, 我国高层建筑结构的发展, 建筑技术通讯, 建筑结构, 1984年第4期。
- [7] 包世华、方鄂华主编, 高层建筑结构设计, 清华大学出版社, 1985年第1版。
- [8] 王磊、李家宝, 高层结构精确算法, 上海科学技术出版社, 1981年第1版。
- [9] 郁彦, 把高层建筑建造得更优美更多样, 北京市建筑设计院, 见文献[3]第1卷, 第1—1号论文。
- [10] 黄杰民, 高层核或带核结构及其弯扭特性, 见[3]第三卷, 第9—6号论文。
- [11] Fazlur R. Khan, Navinchandra R. Amin, Analysis and Design of Framed Tube structure for Tall Concrete Buildings, The Structural Engineer Vol. 51, No. 3, March 1973.
- [12] 杜庆华等编著, 材料力学, 高等教育出版社, 1957年(上册), 1958年(下册)。
- [13] N. B. Урбан, ТЕОРИЯ РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ, Москва 1955. 陈传绪、曹凤岐译, 薄壁杆件结构计算理论, 人民铁道出版社, 1958年。
- [14] 王荫长、刘铮、林冠冕、刘世渠, 不对称筒中筒高层结构考虑空间工作的计算, 西安冶金建筑学院学报, 1980年第3期。
- [15] Response of Buildings to Lateral Forces, Reported by ACI Committee 442, Journal of ACI, Vol. 68, No.2, February 1971.
- [16] 多层及高层房屋结构设计, 上海科学技术出版社, 1979年(上册)、1982年(下册)。
- [17] Te-Chang Liauw, Wang-Kwong Luk, Unified Method for Torsional Analysis of Shear Core, Frame Tube and Tube in Tube Structures, Proceedings of The Institution of Civil Engineers, Part 2, Vol. 71, June 1981, pp 463—477.
- 薛曾通译, 核心筒、框筒和筒中筒结构受扭矩作用时的统一分析方法, 建筑技术通讯, 建筑结构, 1984年第6期, p43—49。
- [18] Iain A. MacLeod, Hassan M. Hosny, Frame Analysis of Shear Wall Cores, Journal of the Structural Division, Vol. 103, No. ST10, October 1977.

- [19] B.Stafford Smith, A.Ahate, Analysis of Non-planer Shear Wall Assemblies by Analogous Frame, The Institution of Civil Engineers, Part 2, Vol.71, June 1981, pp. 395-406.
- [20] Wang Pu, Analysis of the Core of Tube in Tube Subjected to Lateral or Torsional Loading by a Standard Plane Frame Programme, 见 [2] pp. 679-684.
- [21] 王荫长, 用平面框架子结构法分析高层建筑筒体结构, 冶院科技, 1985年第2期(总字第4期)。
- [22] Kinh H. Ha, Pual Fazio, Osama Moselhi, Orthotropic Membrane for Tall Builddillg Analgsis Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST9, September, 1978.
- [23] Alexander Coull and Bisharanath Bose, Simplified Analysis of Frame-Tube Structures, Journal of the structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST11, November, 1975.
- [24] Y.K.Cheung, S.Swaddownhipong, Analysis of Frame Shear wall Sturctures Uising Finite strrip Element, The Institution of Civil Engineers, Proceedings Part 2, Vol. 65, September 1987
- [25] 胡绍隆, 徐建平, 用有限条法计算高层建筑筒体结构, 建筑技术通讯, 建筑结构, 1983年第5期。
- [26] H. C. Chan, Y.K.Cheung, Lateral and Torsional Analysis of Spatial Wall Systems Using Higher Order Elements, The Structral Engineer, Vol.58B, No. 3, September 1980.
- [27] Y. K. Cheung, Finite Strip Method in Structural Analysis, 1976.
谢秀崧、王贻苏、李兰芳、方佩芝译, 王磊校, 结构分析的有限条法, 人民交通出版社, 1980年。
- [28] Wang Yinchang, A Simplified Analysis Method for Tubular Tall Building Structures, 见 [2] pp. 547-550.
王荫长, 高层建筑筒体结构的简化分析法, 见 [3] 第3卷, 第9-11号论文。
- [29] Hu Shaolong, Xu Jianpng, Analysis of Tube Structure in Tall Building by the Eguivalent Finite Strip Method, 见 [2] pp. 705-711.
胡绍隆、徐建平, 悬臂筒体的位移函数及其计算方法, 见 [3] 第3卷, 第9-4号论文。
- [30] P.S.Han, P.Lukkunaprasit, Finite Strip Analysis of Framed Tube Structures, 见 [2] pp.236-242.
- [31] Guo Dajing, Lin Zhuhai, Gu Sheng, He Fengkang, Luo Songfa, The Analysis of Tall Building Structures With Modified Finit-Strip Method, 见 [2] pp. 691-698.
- [32] 陈其伟, 高层建筑筒体结构的稳定性分析, 第四次全国建筑结构计算理论学术会议论文集, 1985年10月, 中国建筑西南设计院编印。
- [33] [苏] Д. М. 波多利斯基著, 李鸿猷译, 张维岳校, 高层建筑结构空间计算, 科学出版社, 1980年第1版。
- [34] Zhao Zuwu, Yin Chomgrui, Analysis of Shear Walls by Finite Strip Method with Zero Modulus Region, 见 [2] pp. 443-446.
- [35] Luo Songfa, He Fengkang, Zhang Zhihong, Anaysis of Tall Building Considering Space Comp atibility by Finite Strip Method, 见 [2] pp. 699-704.
- [36] Luo Songfa, He Fengkang, Liu Yachun, Analysis of Tube Strutres with the Spline FinitePoint Method, 见 [2] pp. 655-660.
- [37] QinRong, Spline Subd^omain Method for Analysis of Tall Building Structures, 见 [2] pp. 551-561.
- [38] 曹国典、王荫长, 高层建筑结构分析的样条子结构法, 西安冶金建筑学院学报, 1986年第2期。
- [39] 李为鉴、马文华、周纯铮、盛佐人、陈勃昌编者, 杆件结构计算原理及计算程序, 上海科学技术出版社, 1982年。
- [40] LuShiqu, The Space-Analysis of "Tube in Tube" Tall Building Structures with Floorslab Bending Stiffness Considered, 见 [2] pp. 551-556.