

文章编号: 1000-4750(2007)04-0188-05

注汽井套管的三轴预应力设计

*管志川, 赵洪山

(中国石油大学石油工程学院, 山东, 东营 257061)

摘 要: 以暴露于热蒸汽中的目的层套管为研究对象, 根据弹性力学理论, 首先给出了套管在热应力和非均匀地应力作用下的三轴应力表达式, 然后利用对套管施加预应力来降低套管的轴向热应力, 以使得套管的有效应力控制在相应温度下套管的最小屈服极限内为原则, 得到了热采井套管三轴预应力设计方法, 并对辽河油田常用的N80钢级套管进行了预应力设计分析, 给出了该套管在不同注汽温度和井深条件下所应使用的径厚比及相应的预应力值。研究表明, 在实际注汽过程中适当增加注汽压力可以提高套管的安全性, 传统的单轴预应力设计及只考虑热应力的三轴预应力设计结果偏于保守, 建议以后注汽井在进行预应力设计时应考虑热应力和实际非均匀地应力的共同作用。

关键词: 注汽井; 套管损坏; 热应力; 地应力; 三轴应力; 预应力

中图分类号: TE931.2 **文献标识码:** A

TRIAXIAL PRESTRESS DESIGN OF CASING IN STEAM INJECTION WELLS

*GUAN Zhi-chuan, ZHAO Hong-shan

(College of Petroleum Engineering in China University of Petroleum, Dongying, Shandong 257061, China)

Abstract: Based on elasticity theory, the triaxial stress formulas of casing exposed to thermal steam under thermal stress and non-uniform in-situ stress were derived. According to the principle that casing's Mises stress must be under the minimal yield strength, a new method was established to design the prestress of casing. Through designing the prestress of N80 casing which is often used in Liaohe Oilfield, the ratio of diameter to wall thickness and the corresponding prestress of N80 casing at different steam injection temperature and well depths are proposed. It is shown that the safety of casing can be enhanced by increasing steam injection pressure properly. The conventional uniaxial prestress design and the design of triaxial prestress that only consider thermal stress are conservative. It is suggested that the design of triaxial prestress considering thermal stress and non-uniform in-situ stress be used in steam injection wells.

Key words: steam injection well; casing damage; thermal stress; in-situ stress; triaxial stress; prestress

注蒸汽采油是开采稠油时应用最广泛、效益较高的方法之一, 辽河油田和胜利油田的许多油井采用这种生产方式。目前国内外普遍认为影响注蒸汽采油效益关键的因素是高温在油井套管柱内产生

的热应力^[1-6], 稠油注蒸汽开采时, 套管受热膨胀, 由于水泥固结, 限制了套管的自由伸长, 套管内部将产生较大的压应力, 极易引起套管屈服变形损坏。预应力固井就是预先给套管施加一定强度的拉

收稿日期: 2005-09-23; 修改日期: 2006-01-14

基金项目: 中石油辽河油田“超稠油热采井不均匀载荷下套管柱损坏机理和外加厚套管柱受力分析(0810080309040006)”项目的部分研究成果

作者简介: *管志川(1959), 男, 山东单县人, 教授, 博士, 博导, 从事油气井力学与井下控制工程方面的研究(E-mail: guanzhch@hdpu.edu.cn);

赵洪山(1980), 男, 河南开封人, 博士生, 从事油气井管柱力学方面的研究(E-mail: zhaohongshan2002@126.com).

应力,使套管在此状态下被水泥凝固后产生收缩力,当温度升高时,就可抵消一部分套管伸缩的压应力,从而提高套管的耐温极限,减缓或避免注蒸汽造成的套管损坏。

1 套管单轴预应力设计

传统的热采井套管预应力设计是根据虎克定律,将施加于套管的预应力与套管升温后的轴向热应力叠加后控制在相应温度下套管的最小屈服极限内为原则,称之为单轴预应力设计^[7]。施加于套管的单轴预应力为:

$$\Delta p_1 = \alpha E_c \Delta T_c - \lambda \sigma_s \tag{1}$$

式中, α 为套管钢材热膨胀系数,取 $12.1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; E_c 为套管的弹性模量,MPa; ΔT_c 为注蒸汽井套管最大温升, $^\circ\text{C}$; σ_s 为常温下套管最小屈服强度,MPa; λ 为套管在高温下的最小屈服强度降低系数。

2 套管三轴预应力设计

在实际注汽过程中,由于固井水泥环对套管的限制,套管升温后在轴向、径向和环向都有热应力存在,故只考虑轴向热应力是不全面的,应该尽可能正确分析实际高温条件下套管的三轴热应力,然后根据 Mises 准则确定套管的许用轴向应力,从而设计套管轴向的预应力,此即为热采井套管的三轴预应力设计。

2.1 套管三轴应力分析

非均匀地应力作用下套管水泥环接触面上的受力分布为^[8,9]:

$$\begin{cases} q(\theta) = q_1 + q_2 \cos 2\theta \\ T(\theta) = q_2 \sin 2\theta \end{cases} \tag{2}$$

对于式(2)描述的椭圆形分布外载,可以看作是由大小为 q_1 的均匀外载、大小为 $q_2 \cos 2\theta$ 的非均匀外载以及非均匀切向力 $q_2 \sin 2\theta$ 叠加而成,如图 1 所示。

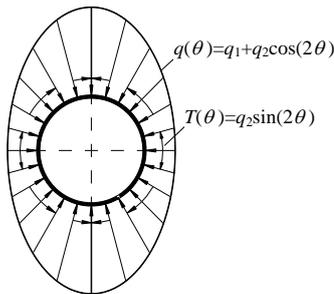


图 1 套管径向承受椭圆形外载的示意图

Fig.1 Diagram of casing radially loaded with elliptical loading

根据弹性力学理论,均匀载荷下的应力分量可由拉梅公式^[10]得:

$$\begin{cases} \sigma_{r1} = \frac{1}{1-K^2} \left\{ \left(K^2 - \frac{a^2}{r^2} \right) p_i - \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) q_1 \right\} \\ \sigma_{\theta 1} = \frac{1}{1-K^2} \left\{ \left(K^2 + \frac{a^2}{r^2} \right) p_i - \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) q_1 \right\} \end{cases} \tag{3}$$

式中, a 、 b 分别为套管的内外半径, m; $K = a/b$ 。

对分布为 $q_2 \cos 2\theta$ 的非均匀外载和 $q_2 \sin 2\theta$ 的非均匀切向力,根据弹性力学理论, σ_{r2} 、 $\sigma_{\theta 2}$ 、 $\tau_{r\theta 2}$ 是应力函数 φ 的导函数。设应力函数为:

$$\varphi = \left(A_1 r^2 + B_1 r^4 + \frac{C_1}{r^2} + D_1 \right) \cos 2\theta$$

所以

$$\begin{cases} \sigma_{r2} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = - \left(2A_1 + \frac{6C_1}{r^4} + \frac{4D_1}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_{\theta 2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \left(2A_1 + 12B_1 r^2 + \frac{6C_1}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta 2} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) = \left(2A_1 + 6B_1 r^2 - \frac{6C_1}{r^4} - \frac{2D_1}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{cases} \tag{4}$$

边界条件为:

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{r=a} = 0 & (\tau_{r\theta})_{r=a} = 0 \\ (\sigma_r)_{r=b} = -q_2 \cos 2\theta & (\tau_{r\theta})_{r=b} = q_2 \sin 2\theta \end{cases}$$

由此确定出应力函数系数 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 为:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{q_2}{2} \frac{1+3K^4-4K^6}{(1-K^2)^4} & B_1 &= \frac{q_2}{b^2} \frac{K^2(K^2-1)}{(1-K^2)^4} \\ C_1 &= \frac{q_2 a^4}{2} \frac{1-K^4}{(1-K^2)^4} & D_1 &= q_2 a^2 \frac{K^6-1}{(1-K^2)^4} \end{aligned}$$

另外,假定当套管柱的温度达到最高状态时,水泥环及围岩的温度升高忽略不计,从而将它们对套管柱的约束处理成沿套管轴连续分布的径向、轴向弹簧约束,得到套管三轴热应力计算公式^[6,7]:

$$\sigma_{r3} = - \frac{(1+\mu_c) \frac{t}{R}}{(1-\mu_c^2) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}} (\alpha E_c \Delta T_c) \tag{5}$$

$$\sigma_{\theta 3} = - \frac{(1+\mu_c)}{(1-\mu_c^2) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}} (\alpha E_c \Delta T_c) \tag{6}$$

$$\sigma_{z3} = - \frac{(1+\mu_c) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}}{(1-\mu_c^2) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}} (\alpha E_c \Delta T_c) \tag{7}$$

式中, E_s 为水泥环、围岩的当量弹性模量; μ_s 为

水泥环、围岩的当量泊松比。

由此合并式(3)~式(7), 即得到在热应力和实际非均匀地应力作用下套管的三轴应力 σ_r 、 σ_θ 和 σ_z 。套管屈服首先发生在 $r=a$, $\theta=\pi/2$ 处:

$$\sigma_r \Big|_{\substack{r=a \\ \theta=\pi/2}} = -p_i + \sigma_{r3} \quad (8)$$

$$\sigma_\theta \Big|_{\substack{r=a \\ \theta=\pi/2}} = \left(\frac{1+K^2}{1-K^2} \right) p_i - \frac{2q_1}{1-K^2} - 4q_2 \frac{(2K^2+1)}{(1-K^2)^2} + \sigma_{\theta 3} \quad (9)$$

$$\sigma_z = - \frac{(1+\mu_c) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}}{(1-\mu_c^2) + (1+\mu_s) \frac{E_c}{E_s} \cdot \frac{t}{R}} (\alpha E_c \Delta T_c) \quad (10)$$

2.2 套管三轴预应力设计

已知套管的三轴应力, 根据 Mises 理论, 得到套管有效应力^[10]:

$$\sigma_{xd} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2}$$

当套管有效应力 σ_{xd} 达到或超过套管相应温度条件下的最小屈服极限时, 套管就可能发生破坏, 为了达到设计的注汽温度, 并使得套管有效应力 σ_{xd} 不超过套管的最小屈服极限 $\lambda\sigma_s$, 可以令 $\sigma_{xd} = \lambda\sigma_s$, 从而来反推套管的许用最大轴向应力:

$$[\sigma_z] = \frac{(\sigma_r + \sigma_\theta) \pm \sqrt{4(\lambda\sigma_s)^2 - 3(\sigma_r - \sigma_\theta)^2}}{2} \quad (11)$$

由于套管轴向热应力为压应力, 故上式取负号。

将式(5)~式(7)代入上式中, 可得未考虑非均匀地应力作用时套管的许用最大轴向应力^[7]:

$$[\sigma_z]' = \frac{(\sigma_{r3} + \sigma_{\theta 3}) - \sqrt{4(\lambda\sigma_s)^2 - 3(\sigma_{r3} - \sigma_{\theta 3})^2}}{2} \quad (12)$$

将式(8)~式(10)代入式(11), 经推导得在热应力和实际非均匀地应力作用下套管的许用最大轴向应力为:

$$[\sigma_z]'' = \frac{K^2}{1-K^2} p_i - \frac{q_1}{1-K^2} - 2q_2 \frac{(2K^2+1)}{(1-K^2)^2} + \frac{(\sigma_{r3} + \sigma_{\theta 3})}{2} - \sqrt{(\lambda\sigma_s)^2 - 3 \left[\frac{(q_1 - p_i)}{1-K^2} + 2q_2 \frac{(2K^2+1)}{(1-K^2)^2} + \frac{(\sigma_{r3} - \sigma_{\theta 3})}{2} \right]^2} \quad (13)$$

如果套管轴向热应力超过其许用最大轴向应力, 即 $|\sigma_{z3}| > |[\sigma_z]''|$ 时, 预应力为:

$$\Delta p = |\sigma_{z3}| - |[\sigma_z]''| \quad (14)$$

如果套管轴向热应力在许用最大轴向应力以内, 则其预应力 $\Delta p = 0$ 。

另外, 当目的层套管温度恢复到原始地层温度

时, 还需保证所施加的预应力不得超过此时套管的三轴抗拉强度:

$$T_a = \frac{K^2}{1-K^2} p_i - \frac{q_1}{1-K^2} - 2q_2 \frac{(2K^2+1)}{(1-K^2)^2} + \sqrt{(\lambda\sigma_s)^2 - 3 \left[\frac{(q_1 - p_i)}{1-K^2} + 2q_2 \frac{(2K^2+1)}{(1-K^2)^2} \right]^2} \quad (15)$$

3 实例分析

辽河油田某区块为超稠油油藏, 油层埋藏浅(主要集中在 600m~1000m 段), 为了缓解和防止套管损坏, 通常需要采用预应力套管完井技术。假设套管的原始温度为地层温度, 此时套管内没有热应力存在, 当采用隔热管柱对井底注入热蒸汽时, 以井底注入层套管柱为研究对象, 分别采用单轴和三轴预应力设计方法对油田常用的 N80 套管在不同注汽温度和井深条件下进行预应力设计, 计算结果见表 1 及图 2~图 5。其中地层参数取 $E_s=14.7\text{GPa}$, $\mu_s=0.12$, 注汽压力 $p_i=12\text{MPa}$ 。另外, 通过对地应力测量数据按深度进行线性回归得到辽河油田地应力的计算公式:

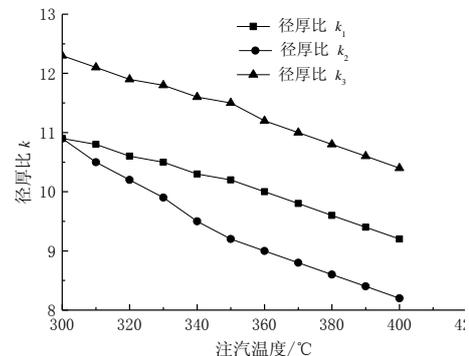


图 2 井深 800m 处不同注汽温度下 N80 套管的径厚比 k

Fig.2 Effects of steam injection temperature on k of N80 casing at well depth of 800m

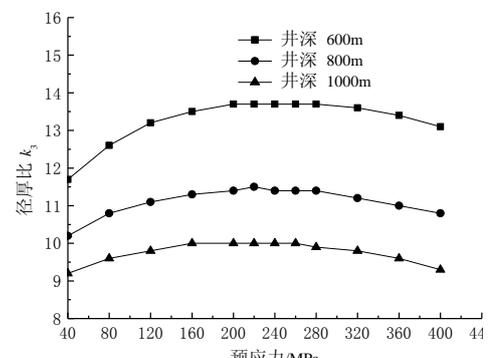


图 3 注汽温度 350°C 时不同预应力下 N80 套管的径厚比 k_3

Fig.3 Effect of prestress on k_3 of N80 casing at steam injection temperature of 350°C

$$(497\text{m} \sim 3473\text{m}) \begin{cases} \sigma_x = -2.34 + 0.0266D \\ \sigma_y = -0.777 + 0.0182D \\ \sigma_z = 0.021D \end{cases} \quad (17)$$

由图 2、图 3 可知，由于在热应力和实际非均匀地应力作用下得到的三轴预应力 Δp_3 明显大于 Δp_1 、 Δp_2 ，因此套管的径厚比 k_3 明显大于 k_1 、 k_2 ，并且随预应力的增加，所需 N80 套管的径厚比 k_3 先增加，后逐渐降低，由此说明拉预应力在一定范

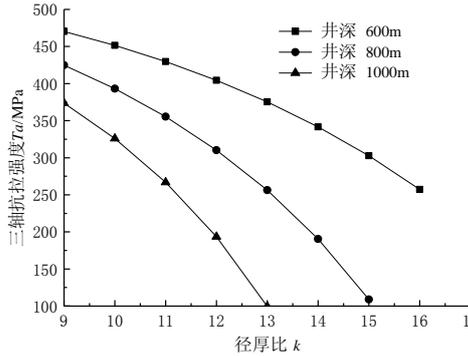


图 4 不同径厚比 k 下 N80 套管的三轴抗拉强度

Fig.4 Triaxial tension strength of N80 casing with different k

围内有利于提高套管的安全性。然而，当目的层套管温度恢复到原始地层温度时，还须保证所施加的预应力不得超过此时套管的三轴抗拉强度，如图 4 所示，随径厚比的减小，套管的三轴抗拉强度逐渐增大。图 5 给出了注汽温度 350°C 时所需 N80 套管的径厚比 k_3 与注汽压力的关系，从图中可以看出，随着注汽压力的增加，径厚比 k_3 也随之增加。

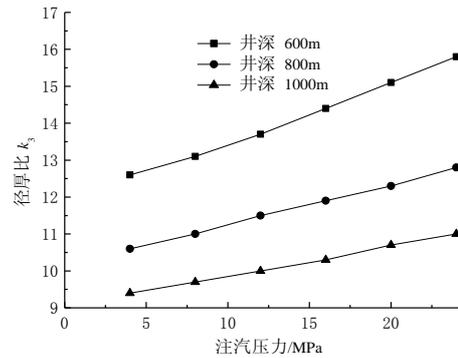


图 5 注汽温度 350°C 、不同注汽压力下 N80 套管的径厚比 k_3

Fig.5 Effect of steam injection pressure on k_3 of N80 casing at steam temperature of 350°C

表 1 注蒸汽井 N80 套管的预应力设计

Table 1 Prestress design of N80 casing in steam injection wells

注汽温度/ $^\circ\text{C}$	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390	400	
弹性模量 E_c /GPa ^[7]	136.3	132.6	128.9	125.1	121.4	117.7	116.3	114.9	113.6	112.2	110.8	
屈服强度 $\lambda\sigma_s$ /MPa ^[7]	419.5	415.1	410.7	406.3	401.9	397.4	390.8	384.2	377.6	370.9	364.3	
600m	单轴预应力 Δp_1 /MPa	12.6	21.3	29.1	35.7	41.7	46.9	62.3	77.4	92.5	107.0	121.0
	径厚比 k_1	12.9	12.7	12.5	12.3	12.1	11.9	11.6	11.4	11.1	10.9	10.6
	三轴预应力 Δp_2 /MPa	0	0	0	3.1	8.9	13.8	28.8	43.8	58.3	72.7	86.1
	径厚比 k_2	12.5	12	11.4	11.1	10.9	10.7	10.4	10.2	9.9	9.7	9.4
	三轴预应力 Δp_3 /MPa	181	199	220	182	188	193	203	250	253	257	261
	径厚比 k_3	14.8	14.6	14.4	14.1	13.9	13.7	13.4	13.2	12.9	12.6	12.3
800m	单轴预应力 Δp_1 /MPa	2.7	11.7	19.8	26.6	32.9	38.4	53.9	69.0	84.3	98.8	113.0
	径厚比 k_1	10.9	10.8	10.6	10.5	10.3	10.2	10	9.8	9.6	9.4	9.2
	三轴预应力 Δp_2 /MPa	0	0	0	0	0	0.6	15.6	30.2	44.8	58.8	72.4
	径厚比 k_2	10.9	10.5	10.2	9.9	9.5	9.2	9	8.8	8.6	8.4	8.2
	三轴预应力 Δp_3 /MPa	175	163	156	190	173	217	181	199	218	238	257
	径厚比 k_3	12.3	12.1	11.9	11.8	11.6	11.5	11.2	11	10.8	10.6	10.4
1000m	单轴预应力 Δp_1 /MPa	0	2.1	10.4	17.5	24.1	29.9	45.4	60.7	76.0	90.7	104.9
	径厚比 k_1	9.8	9.5	9.4	9.3	9.2	9.1	8.9	8.7	8.6	8.4	8.3
	三轴预应力 Δp_2 /MPa	0	0	0	0	0	0	4.9	19.4	33.9	48.1	61.5
	径厚比 k_2	9.8	9.5	9.2	9	8.7	8.5	8.1	7.9	7.7	7.6	7.4
	三轴预应力 Δp_3 /MPa	136	177	139	160	197	152	158	209	206	208	210
	径厚比 k_3	10.7	10.6	10.4	10.3	10.2	10	9.8	9.7	9.5	9.3	9.1

注：径厚比 k 表示套管的直径与壁厚的比值(即 $k=D/t$)；三轴预应力 Δp_2 及径厚比 k_2 未考虑非均匀地应力的作用， Δp_3 、 k_3 分别表示在热应力和实际非均匀地应力作用下套管的三轴预应力和径厚比。

4 结论

(1) 传统的单轴预应力设计及只考虑热应力的三轴预应力设计结果偏于保守，建议以后注汽井在

进行预应力设计时应考虑热应力和实际非均匀地应力的共同作用。

(2) 给出了辽河油田热采井 N80 套管在不同注汽温度和井深条件下所应使用的径厚比及相应的

预应力值, 并且若已知 N80 套管的壁厚, 还可以确定出其最大的注汽温度。

(3) 随着预应力的增加, 所需 N80 套管的径厚比 k_3 先增加, 后逐渐降低, 表明拉预应力在一定范围内有利于提高套管的安全性。

(4) 随着注汽压力的增加, 所需 N80 套管的径厚比 k_3 逐渐增加, 表明在实际注汽过程中适当增加注汽压力可以提高套管的安全性。

参考文献:

- [1] 李子丰, 马兴瑞, 黄文虎. 热采井套管柱力学分析[J]. 工程力学, 1998, 15(2): 19~26.
Li Zifeng, Ma Xingrui, Huang Wenhui. Mechanical analysis of casing in thermal recovery wells [J]. Engineering Mechanics, 1998, 15(2): 19~26. (in Chinese)
- [2] 王兆会, 高德利. 热采井套管损坏机理及控制技术研究进展[J]. 石油钻探技术, 2003, 31(5): 46~48.
Wang Zhaohui, Gao Deli. The casing damage mechanisms and its control in thermal recovery wells [J]. Petroleum Drilling Techniques, 2003, 31(5): 46~48. (in Chinese)
- [3] Maharaj G. Thermal well casing failure analysis [R]. SPE 36143, 1996.
- [4] Ademar P Jr, Segen F Estefen, Lniz A B F Paulo. Stress analysis of casing string submitted to cyclic steam injection [R]. SPE 38978, 1997.
- [5] Wagg B, Xie J, Solanki S. Evaluating casing deformation mechanisms in primary heavy oil production [R]. SPE 54116, 1999.
- [6] 崔孝秉, 曹玲, 张宏. 注蒸汽热采井套管损坏机理研究

[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1997, 21(3): 57~64.

Cui Xiaobing, Cao Ling, Zhang Hong. New development of the study on casing failure mechanism for the production wells stimulated with steam injection [J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 1997, 21(3): 57~64. (in Chinese)

- [7] 杨秀娟, 杨恒林, 闫相祯. 热采井套管三轴预应力设计分析[J]. 石油矿场机械, 2004, 33(1): 1~5.
Yang Xiujuan, Yang Henglin, Yan Xiangzhen. Analysis of the prestress design of casing [J]. Oil Field Equipment, 2004, 33(1): 1~5. (in Chinese)
- [8] 房军, 赵怀文, 岳伯谦. 非均匀地应力作用下套管与水泥环的受力分析[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1995, 19(6): 52~57.
Fang Jun, Zhao Huaiwen, Yue Boqian. Analysis of loading property of casing and cement sheath under non-uniform geologic stress [J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 1995, 19(6): 52~57. (in Chinese)
- [9] 房军, 岳伯谦, 赵怀文. 非均匀地应力作用下套管和水泥环表面受力特性分析[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1997, 21(1): 46~48.
Fang Jun, Yue Boqian, Zhao Huaiwen. Analysis of surface loading on casing and cement sheath under non-uniform geologic stress [J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 1997, 21(1): 46~48. (in Chinese)
- [10] 杨桂通. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
Yang Guitong. Elastic mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese)

(上接第 70 页)

- [5] Norris Stubbs, Broome T H, Roberto Osegueda. Nondestructive construction error detection in large space structures [J]. AIAA, 1990, 28(11): 146~152.
- [6] Hassiotis S, Jeong G D. Assessment of structural damage from natural frequency measurement [J]. Computers and Structures, 1993, 49(4): 679~691.
- [7] Fabrizio Vestroni, Danilo Capecchi. Damage detection in beam structures based on frequency measurements [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(7): 761~768.
- [8] 殷学纲, 雷跃明. 摄动有限元法在结构动力模型修改中的应用[J]. 应用力学学报, 1992, 9(2): 38~45.
Yin Xuegang, Lei Yueming. Application of perturbation finite element method in structural dynamic model updating [J]. Chinese Journal Applied Mechanics, 1992, 9(2): 38~45. (in Chinese)
- [9] 徐树方, 高立, 张平文. 数值线性优化[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000.

Xu Shufang, Gao Li, Zhang Pingwen. Numerical linear optimization [M]. Beijing: Beijing University Press, 2000. (in Chinese)

- [10] 王新洲. 非线性模型参数估计理论与应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
Wang Xinzhou. Parameter estimation theory and application on non-linear model [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002. (in Chinese)
- [11] 王柏生, 丁皓江, 倪一清. 模型参数误差对神经网络进行结构损伤识别的影响[J]. 土木工程学报, 2000, 33(1): 51~55.
Wang Baisheng, Ding Haojiang, Ni Yiqing. Influence of modeling errors on structural damage identification using artificial neural networks [J]. China Civil Engineering Journal, 2000, 33(1): 51~55. (in Chinese)
- [12] Ingle V K, Proakis J G. Digital signal processing using MATLAB [M]. Brooks/Cole Press, 2001.