

文章编号: 1000-4750(2007)02-0001-08

平动矩形贮箱刚-液耦合非线性动力学研究

吕 敬, *李俊峰, 王天舒

(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

摘 要: 首先应用 H-O 原理建立了矩形贮箱刚-液耦合系统平动的耦合动力学模型, 在贮箱水平运动情况下, 给出满足边界条件的速度势函数和液面波高的级数表达式, 采用伽辽金法离散, 将动力学模型转化为常微分方程组, 在给定贮箱运动规律和给定外力规律两种形式下, 分析了刚-液耦合系统固有频率变化规律, 并应用多尺度法对系统的一阶主共振进行解析分析, 研究了液体稳态解的幅频曲线, 均发现跳跃及软、硬特性随液深转换的现象, 在给定水平外力下, 得到液体稳态解的同时还可得到刚体稳态解, 两者定性性态相同。最后用数值法验证了解析解的正确性。

关键词: 刚-液耦合; 非线性动力学; 固有频率; 多尺度; 软、硬特性; 临界液深

中图分类号: TU311.3 **文献标识码:** A

STUDY ON NONLINEAR DYNAMICS OF RIGID-LIQUID COUPLING RECTANGULAR TANKS UNDER HORIZONTAL EXCITATION

LU Jing, *LI Jun-feng, WANG Tian-shu

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Based on ideal fluid assumption, the coupling dynamic equations of rigid tank and nonlinear sloshing of liquid are established through H-O principle with surface tension and damping considered. The modified potential function and wave height function are introduced to describe the moving boundary of fluid and rigid tank which is forced in surge. Galerkin's method is used to discrete the dynamics equations into ordinary differential equations. Both the movement and the motivation of rigid tank are considered. The natural frequencies of the rigid-liquid coupling system are formulated with liquid depth, the length of the tank, and etc. The nonlinear dynamics of the rigid-liquid coupling system is investigated analytically. Using the multi-scale method, the amplitude-frequency response is obtained and the jumping phenomenon is observed. It is also observed that as the depth of liquid decreases, the soft and hard characteristics transform to each other. Subsequently, the effects of all factors are studied in detail. Under the condition of giving horizontal excitation, we also can analyze the stable solution of the rigid, which is the same as liquid in qualitative analysis. Finally, compared to the numerical solution, the analytic solution proves to be feasible.

Key words: rigid-liquid coupling system; nonlinear dynamics; natural frequency; multi-scale method; soft /hard character; critical depth

收稿日期: 2005-10-27; 修改日期: 2005-11-29

基金项目: 国家自然科学基金(10172048, 10302013, 10572022)资助课题

作者简介: 吕 敬(1979), 女, 河北人, 博士生, 从事一般力学研究;

*李俊峰(1964), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博导, 从事一般力学研究(E-mail: Lijunf@tsinghua.edu.cn);

王天舒(1969), 男, 湖北人, 副教授, 博士, 从事一般力学研究。

刚-液耦合系统在工程实际中十分常见,例如装有液体燃料的航天飞行器、飞机中带燃料的金属油箱、液化天然气储罐。刚-液耦合振动问题常常会导致系统的动力不稳定,甚至造成结构破坏。对刚-液耦合系统的动力学问题进行完整详尽的理论分析,可以深入的研究耦合机理、预测系统的重要非线性动力学现象,为系统的设计和分析提供理论参考。

关于耦合系统的非线性动力学特性的研究最早起始于 20 世纪 50 年代, V.V.Rumjantsev 等^[1]于 1954 年首次提出利用 H-O 原理推导了刚-液耦合系统的动力学方程, Abramson H N^[2]和 Odd M. Faltinsen^[3]直接采用伯努利方程建立了耦合系统中液体晃动的动力学方程,单独研究了液体子系统的非线性动力学特性,在研究耦合问题时, Abramson H N^[2]采用基于线性理论的等效模型,但在分析中不能将未耦合的液体非线性晃动叠加到刚体的线性振动上来描述。近几年, 马兴瑞^[4]、尹立中^[5]、Odd M. Faltinsen^[6,7]等考虑了刚体对液体运动的作用和影响,解析分析了在给定贮箱运动规律下耦合系统中液体的非线性晃动特性,并与实验比较,验证了理论方法的正确性。陈科等^[8]根据 H-O 原理建立了充液贮箱内刚体平动与液体非线性晃动的耦合动力学方程并进行了数值模拟,通过与 ALE 有限元方法、边界元方法的结果进行比较,验证了方法的正确性。在数值计算方面,王士敏和王照林^[9]提出浮标接力法,能准确地描述自由液面,曾江红^[10]、徐刚^[11]利用 ALE 方法将储液容器作为大型薄壁结构和大晃动粘性流体组成的流固耦合问题进行数值研究,岳宝增^[12,13]将任意的拉格朗日-欧拉运动学描述引入到 Navie-Stocks 方程中,用 ALE 分布有限元法对圆筒形贮腔内的液体大幅晃动进行了数值模拟,李遇春等^[14]利用边界元方法对水槽中的液体非线性晃动问题进行数值模拟,但以往的研究工作都没有涉及解析分析在给定外力下的耦合系统非线性动力学特性,此时需要同时考虑刚体和液体运动之间的相互作用、相互耦合。

本文考虑液体表面张力和阻尼的影响,应用 H-O 原理建立了矩形贮箱刚-液耦合系统在外力作用下平动的耦合动力学模型。针对矩形贮箱刚-液耦合系统的二维晃动问题,在贮箱水平运动情况下,给出满足动边界条件的速度势函数,并给出势函数和液面波高的级数表达式,随后采用伽辽金法离

散,将动力学模型转化为一阶非线性常微分方程组。解析地分析了在给定贮箱运动规律和给定外力规律两种形式下刚-液耦合系统固有频率的变化规律,用解析法分析了平动矩形贮箱刚-液耦合系统一阶主共振时的非线性动力学特性,均发现液体稳态解的幅频曲线具有跳跃及软、硬特性随液深转换的现象,随后详细分析了各种因素对临界液深的影响,在给定外力下,得到液体稳态解的同时还可得到刚体的稳态解,两者定性性态相同,具有跳跃现象和相同的软、硬特性,最后数值解验证了近似解析解的正确性。

1 系统动力学方程

1.1 耦合系统动力学模型

设充液系统为刚-液耦合系统,液体不可压缩,流动无旋,动力粘性系数 μ 和密度 ρ 为常数。刚-液耦合系统做平面运动, $OXYZ$ 为惯性坐标系, $oxyz$ 为刚体固连坐标系,假定刚性贮箱为矩形贮箱,贮箱可沿 y, z 两个方向平动。 S 为自由液面, S_0 为未扰静液面, S_w 为固壁与液体接触面, τ 为液体区域, ζ 为波高, a 为液深, b 为贮箱长度。

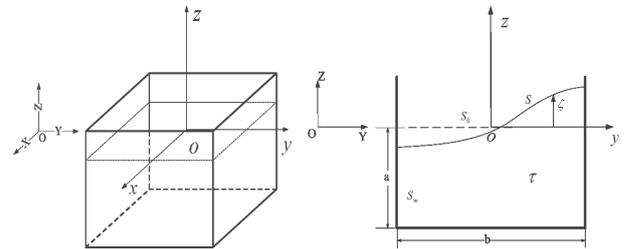


图 1 贮箱模型和坐标系示意图

Fig.1 Tank and coordinates

系统的动能为刚体部分和液体部分的动能之和:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} M \dot{U}^2 + \frac{\rho}{2} \int_{\tau} (\nabla \phi)^2 d\tau \quad (1)$$

其中 ϕ 为液体速度势函数, M 为刚体质量、 U 为刚体位移。

系统的势能为液体的重力势能和表面张力势能之和^[9]:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = \frac{1}{2} \rho g \int_S \zeta^2 dS + \alpha S + \alpha_1 \Sigma + \alpha_2 \Sigma' \quad (2)$$

其中, $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ 分别表示液体与气体、液体与刚体、气体与刚体之间的界面上单位长度范围内作用的表面张力系数, S 为自由液面, Σ, Σ' 分别为湿润和非湿润腔壁的表面。

引入液体的耗散函数,其中 ϕ 为刚体固连坐标系下的速度势函数:

$$R = - \int_V \{ \mu \varphi \} dV \quad (3)$$

考虑到流体的不可压条件, H-O 原理写成:

$$\int_0^t (\delta T - \delta \Pi + \delta R + \sum_v \mathbf{F}_v \cdot \delta \mathbf{r}'_v + \int_V p \, d\mathbf{i} \delta \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\tau} d t) = 0 \quad (4)$$

式中 p 为流体内部压强, \mathbf{F}_v 是作用在第 v 个点上的非有势力向量。

考虑到刚体平动, 势函数 ϕ 必须在液体和刚体接触面上满足动边界条件 $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \dot{U}_n (P \in S_w)$ 。为了方便研究非惯性系下流体的运动情况, 引入势函数 $y\dot{U}_y + z\dot{U}_z$ 使得:

$$\phi = y\dot{U}_y + z\dot{U}_z + \varphi \quad (5)$$

其中 φ 满足定边界条件:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad P \in S_w \quad (6)$$

在自由液面满足运动学边界条件:

$$\zeta_t = \nabla \varphi \cdot \nabla F \quad P \in S \quad (7)$$

式中 $F = z - \zeta$ 为自由液面。

根据变量 ζ , U 的独立性, 并应用边界条件 $p = p_0 - \alpha K$, 其中 p_0 为常数, 可以引入到 φ 的形式中, 可得系统的耦合动力学方程(8):

$$\ddot{U}_y y + \ddot{U}_z \zeta + \varphi_t + \frac{1}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi + g \zeta - \frac{\alpha K}{\rho} + \mu \varphi = 0 \quad (8a)$$

$$M \ddot{U} + \frac{dQ}{dt} = F_1 \quad (8b)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (8c)$$

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 & -\alpha_1 \omega^2 & 0 & -\alpha_2 \omega^2 \\ -a_{211} \omega^2 & k_{21} g + l_{21} \frac{\alpha \pi^2}{\rho} - \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{22} g + l_{22} \frac{\alpha \pi^2}{\rho} - \omega^2 & 0 \\ -a_{231} \omega^2 & 0 & 0 & k_{23} g + l_{23} \frac{\alpha \pi^2}{\rho} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

求得 ω 的解即为耦合方程固有频率的精确解, 但具体表达式复杂, 下面给出近似表达式:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1 - a_{231} \alpha_2}{1 - a_{211} \alpha_1 - a_{231} \alpha_2} \left(k_{21} g + l_{21} \frac{\alpha \pi^2}{\rho} \right)}$$

$$\omega_2 = \sqrt{k_{22} g + l_{22} \frac{\alpha \pi^2}{\rho}}$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{1 - a_{211} \alpha_1}{1 - a_{211} \alpha_1 - a_{231} \alpha_2} \left(k_{23} g + l_{23} \frac{\alpha \pi^2}{\rho} \right)}$$

其中: $Q = \rho \int_V v_i d\tau$, $v = \nabla \phi$, F_1 为激励力。

1.2 伽辽金法离散

考虑矩形贮箱刚-液耦合系统的二维晃动问题, 在贮箱水平平动下, 波高函数 ζ 和速度势函数 φ 表示为级数形式:

$$\zeta = \sum_n v_n(t) \psi_n(y, z) \quad (9)$$

$$\varphi = \sum_n u_n(t) \varphi_n(y, z) \quad (10)$$

其中: $\psi_n(y, z) = \cos \frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right)$

$$\varphi_n(y, z) = \frac{\cosh \left(\frac{n\pi}{b} (z + a) \right)}{\frac{n\pi}{b} \sinh \left(\frac{n\pi}{b} a \right)} \cdot \cos \left(\frac{n\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right)$$

2 固有频率分析

(1) 当给定贮箱水平方向运动的速度规律 u_y 时, \dot{u}_y 作为已知, 刚体和液体运动没有耦合, 所以系统的固有频率与液体耦合前固有频率相同。

$$\omega_1 = \sqrt{k_{21} g + l_{21} \frac{\alpha \pi^2}{\rho}}, \quad \omega_2 = \sqrt{k_{22} g + l_{22} \frac{\alpha \pi^2}{\rho}}$$

$$\omega_3 = \sqrt{k_{23} g + l_{23} \frac{\alpha \pi^2}{\rho}} \quad (11)$$

(2) 当给定水平外力时, 对系统一阶非线性常微分方程组进行分析, 可以得出令

其中:

$$\alpha_1 = \frac{\rho \int_{-a}^{\zeta} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \nabla \varphi_{1y} dy dz}{M + \rho \int_{-a}^{\zeta} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy dz}$$

$$\alpha_2 = \frac{\rho \int_{-a}^{\zeta} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \nabla \varphi_{3y} dy dz}{M + \rho \int_{-a}^{\zeta} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dy dz}$$

$$a_{211} = \frac{\int_{z=\zeta} y \psi_1 dy}{\int_{z=0} \varphi_1 \psi_1 dy}$$

$$k_{21} = \frac{\int_{z=\zeta} z \psi_1 dy}{v_1 \int_{z=0} \varphi_1 \psi_1 dy}$$

$$l_{21} = -\frac{\int_{z=\zeta} z_x'' \psi_1 dy}{\pi^2 v_1 \int_{z=0} \varphi_1 \psi_1 dy} \quad k_{22} = \frac{\int_{z=\zeta} z \psi_2 dy}{v_2 \int_{z=\zeta} \varphi_2 \psi_2 dy}$$

$$l_{22} = -\frac{\int_{z=\zeta} z_x'' \psi_2 dy}{\pi^2 v_2 \int_{z=\zeta} \varphi_2 \psi_2 dy} \quad a_{23} \bar{\Gamma} = \frac{\int_{z=\zeta} y \psi_3 dy}{\int_{z=\zeta} \varphi_3 \psi_3 dy}$$

$$k_{23} = \frac{\int_{z=\zeta} z \psi_3 dy}{v_3 \int_{z=\zeta} \varphi_3 \psi_3 dy} \quad l_{23} = -\frac{\int_{z=\zeta} z_x'' \psi_3 dy}{\pi^2 v_3 \int_{z=\zeta} \varphi_3 \psi_3 dy}$$

取 $M=1000\text{kg}$, $\rho=1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $a=0.5\text{m}$, $b=1\text{m}$ 时, 近似解与精确解第一阶固有频率误差为 0.09% , 第二阶固有频率误差为 $0.3 \times 10^{-6}\%$, 第三阶误差为 0.03% , 所以近似解较准确。

3 近似解析分析

3.1 给定水平外力 $f_1 = p \cos \omega t$

应用多尺度法研究系统的一阶主共振, 取 ε 为小参数, $\omega = \omega_1 + \varepsilon\sigma$, 由于 $a_{231}\alpha_2 \ll 1$, 取耦合后液体一阶固有频率为:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_{21}}{1-a_{211} \cdot \alpha_1} \cdot g + \frac{l_{21}}{1-a_{211} \cdot \alpha_1} \cdot \frac{\alpha \pi^2}{\rho}}$$

引入独立变量 $T_n = \varepsilon^{n-1} t$, $n=1, 2, \dots$, 且将 u_i, v_i 表示为:

$$u_i = \sum_{j=0}^n x_{ij} \varepsilon^{j+1}, \quad v_i = \sum_{j=0}^n y_{ij} \varepsilon^{j+1}$$

分析中分别取前三阶, 且

$$x_{i0} = i\omega_i A_i(T_2, T_3) e^{i\omega_i T_1} - i\omega_i \bar{A}_i(T_2, T_3) e^{-i\omega_i T_1}$$

$$y_{i0} = A_i(T_2, T_3) e^{i\omega_i T_1} + \bar{A}_i(T_2, T_3) e^{i\omega_i T_1}$$

其中 $A_i(T_2, T_3) = \frac{1}{2} a_i e^{i\beta_i}$, 通过消除 ε 的各阶幂次方程的永年项, 得到关于 a_i, β_i 的平均方程组:

$$a_1 \dot{\beta}_1 = B_{11} \cos(-\beta_1 + \varepsilon\sigma t) + B_{12} \cos(\beta_1) \cos(\varepsilon\sigma t) +$$

$$B_{13} \sin(\beta_1) \sin(\varepsilon\sigma t) + B_{14} a_1^3 + B_{15} a_1 a_2^2 +$$

$$B_{16} a_1 a_3^2 + B_{17} a_1$$

$$\dot{a}_1 = B_{21} a_1 + B_{22} \sin(-\beta_1 + \varepsilon\sigma t) + B_{23} \sin(\beta_1) \cos(\varepsilon\sigma t) +$$

$$B_{24} \cos(\beta_1) \sin(\varepsilon\sigma t) + B_{25} a_1 a_3^2 + B_{26} a_1 a_2^2 + B_{27} a_1^3$$

$$a_2 \dot{\beta}_2 = B_{31} a_1^2 a_2 + B_{32} a_2 a_3^2 + B_{33} a_2^3$$

$$\dot{a}_2 = B_{41} a_2 + B_{42} a_1^2 a_2 + B_{43} a_2 a_3^2$$

$$a_3 \dot{\beta}_3 = B_{51} a_3 + B_{52} a_2^2 a_3 + B_{53} a_3^3 + B_{54} a_1^2 a_3$$

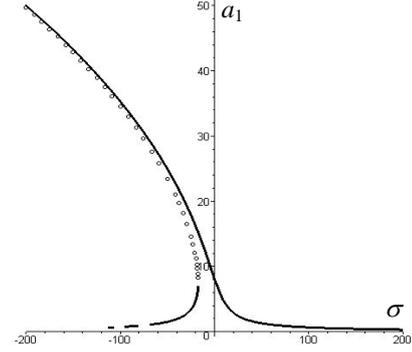
$$\dot{a}_3 = B_{61} a_3 + B_{62} a_2^2 a_3 + B_{63} a_1^2 a_3$$

观察方程可得出 $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, 说明研究耦合系统一阶主共振时, 液体高阶模态幅值均为小量。系数 B_{ij} 表达式复杂, 文中略。

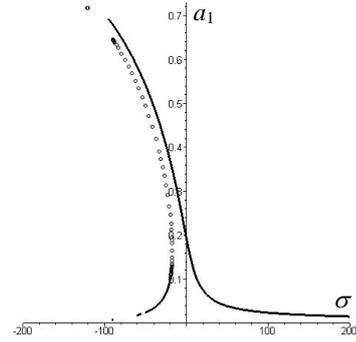
取系统参数: $M=100\text{kg}$, $\rho=1 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $b=1\text{m}$, $\mu=0.001$, $g=9.8\text{m/s}^2$, $\alpha=0$, $\zeta=\varepsilon a_1$, $\varepsilon=0.01$ 。

(1) 定液深值 $a=0.5\text{m}$ 的稳态解分析, 可得:

存在跳跃现象, 有多稳态解, 且此时刚、液稳态解的幅频曲线均为软特性。如图 2(a)、图 2(b) 所示(“...” 为不稳定解, “—” 为稳定解), 算例中取 $p=30$ 、刚体初始位移为零。随激励幅值的增大, $p \sim a_1$ 曲线当 $\varepsilon\sigma \geq 0$ 时单调递增, 当 $\varepsilon\sigma < 0$ 时存在跳跃现象, 有多稳态解, 如图 3 所示。



(a) 液体的幅频曲线



(b) 刚体的幅频曲线

图 2 幅频曲线

Fig.2 amplitude frequency response characteristics

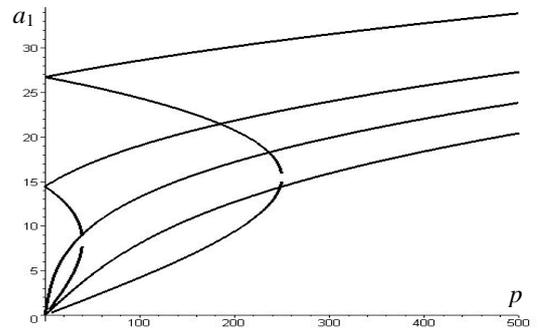
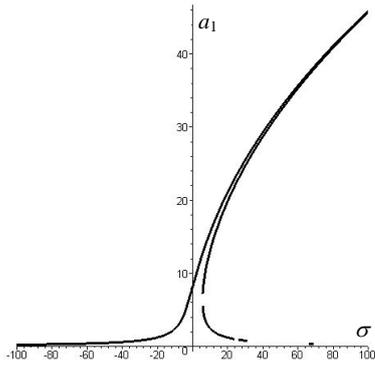


图 3 激励 p -幅值 a_1 曲线

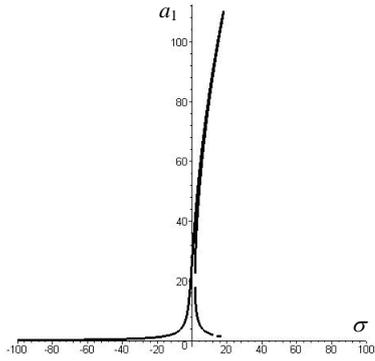
Fig 3 p - a_1 response

(2) 变液深值的稳态解分析:

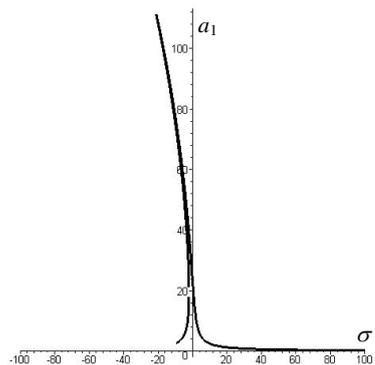
在实际中, 随着燃料的消耗, 液深值不断变化,



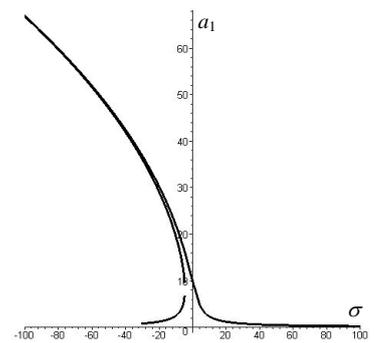
(a) $a=0.29$ 幅频曲线



(b) $a=0.37$ 幅频曲线



(c) $a=0.38$ 幅频曲线



(d) $a=0.5$ 幅频曲线

图 4 不同液深情况下的幅频曲线

Fig.4 Amplitude frequency response in different liquid depth

幅频曲线的软、硬特性随液深转换，液深值较小时为硬特性、较大时为软特性，如图 4(a)~图 4(d)所示，给定刚体质量 $M=1000$ ，软、硬特性转换临界液深

约为 0.37~0.38 之间，在临界点附近共振最为剧烈，工程中应该对液深转换临界点引起重视。

平均方程组中三次项系数 $B_{14}=0$ 为幅频曲线软、硬特性转换临界点， $B_{14}<0$ 时为软特性， $B_{14}>0$ 时为硬特性。分析各因素对临界液深的影响：

① 随着刚体质量与液体密度比值的增大，软、硬特性转换临界液深增大，如图 5 所示，图 6 中算例给定重力加速度 $g=9.8$ ， $\rho=1\times 10^3$ ，液深值较小时幅频曲线为硬特性，较大时为软特性(从左至右 $M=500, 1000, 1500, 2000$)。

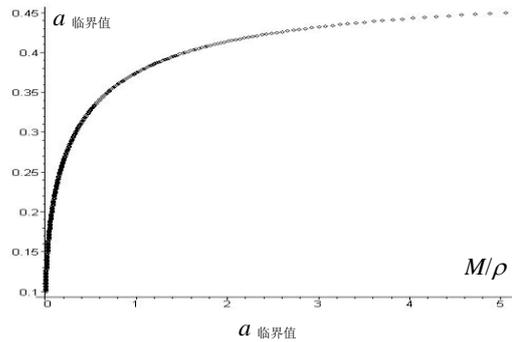


图 5 $M/\rho - a_{\text{临界值}}$ 曲线

Fig.5 $M/\rho - a_{\text{critical}}$ curve

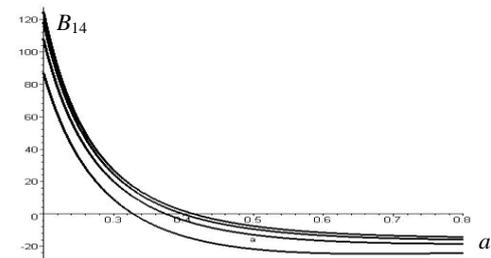


图 6 $a - B_{14}$ 曲线

Fig.6 $a - B_{14}$ curve

② 重力加速度 g 对临界液深没有影响，如图 7 所示，算例中给定刚体质量 $M=1000$ ，液体密度 $\rho=1\times 10^3$ ，临界液深约为 0.37457。

③ 阻尼 μ 、激励幅值 p 对临界液深没有影响。

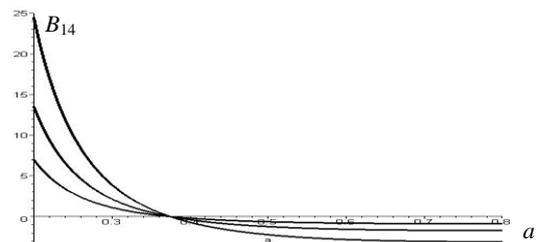


图 7 $a - B_{14}$ 曲线($g=0.8, 3, 9.8$)

Fig 7 $a - B_{14}$ curve($g=0.8, 3, 9.8$)

3.2 给定刚体的水平运动规律 $u_y = H \sin \omega t$

随液深变化，幅频曲线具有软、硬特性转换的现象，如图 8(a)、图 8(b)所示(“...”为不稳定解，

“—”为稳定解), 仍取系统参数: $\rho=1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $b=1 \text{ m}$, $\mu=0.001$, $g=9.8$, $\alpha=0$, $\varepsilon=0.01$, $H=0.2$ 软、硬特性转换临界液深为 0.4848。

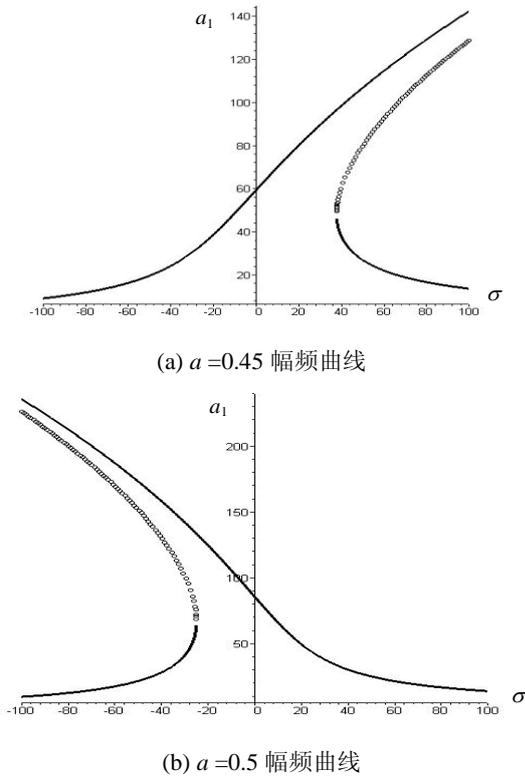


图 8 不同液深情况下的幅频曲线

Fig.8 Amplitude frequency respenes in different liquid depth 刚体质量与液体密度比值 M/ρ 、重力加速度 g 和刚体的运动幅值 H 对临界液深均没有影响。

4 近似解析解与数值解的比较

取系统参数: $M=100 \text{ kg}$, $\rho=1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $a=0.5 \text{ m}$, $b=1 \text{ m}$, $\mu=0.001$, $g=9.8$, $\alpha=0$, 取 $\varepsilon=0.01$, $\zeta=\varepsilon a_1=0.01 a_1$, $\sigma=0$, $p=30$ 。

(1) 近似解析解相对波高时间历程(如图 9~图 11):

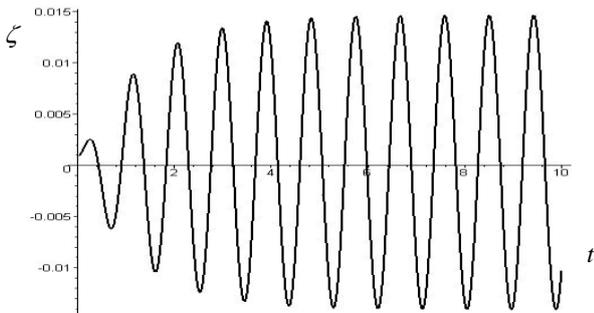


图 9 $\mu=1$ 时间历程

Fig.9 $\mu=1$ surface elevation

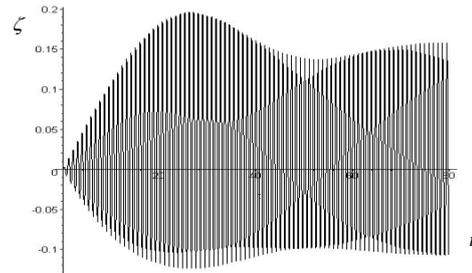


图 10 $\mu=0.05$ 时间历程

Fig 10 $\mu=0.05$ surface elevation

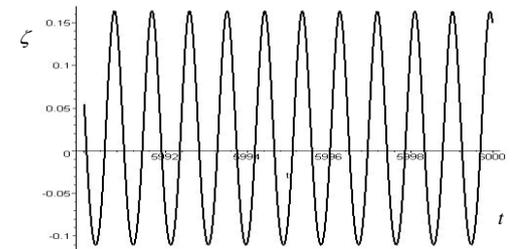
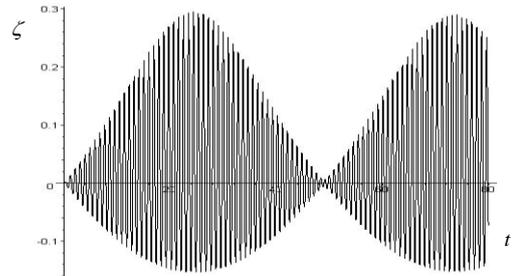


图 11 $\mu=0.001$ 0..80s 和 5990..6000s 时间历程

Fig 11 $\mu=0.001$ 0..80s and 5990..6000s surface elevation

(2) 数值解的相对波高时间历程(如图 12~图 14):

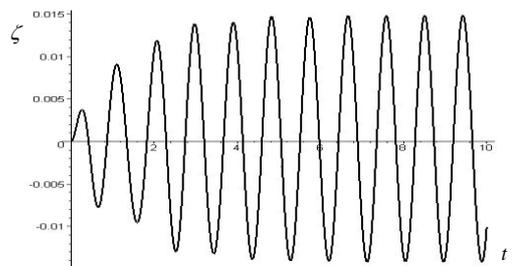


图 12 $\mu=1$ 时间历程

Fig 12 $\mu=1$ surface elevation

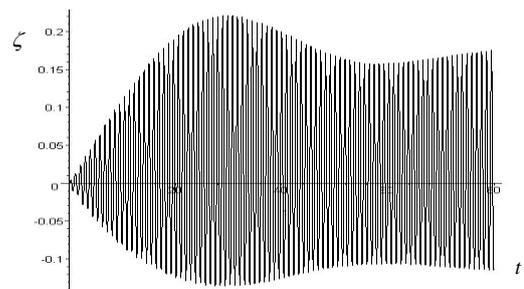


图 13 $\mu=0.05$ 时间历程

Fig 13 $\mu=0.05$ surface elevation

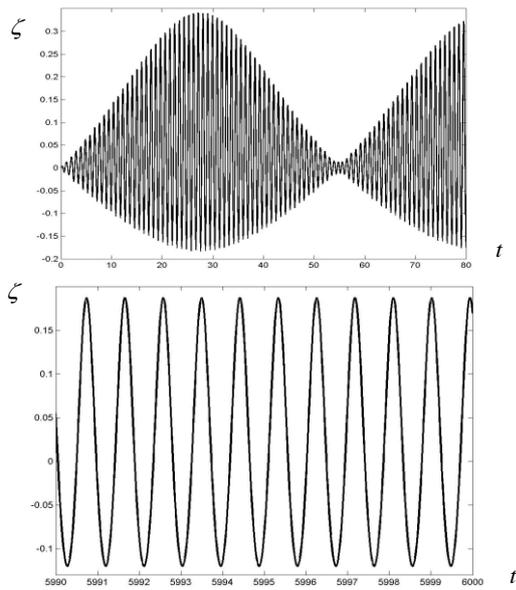


图 14 $\mu=0.001$ 0.80s 和 5990..6000s 时间历程

Fig.14 $\mu=0.001$ 0.80s and 5990..6000s surface elevation

比较图 9~图 14 可得如下结论:

① 近似解析解与数值解的相对波高时间历程比较,趋势大致相同,但由于截断、近似,近似解析解会相对于数值解更快地趋于稳态,幅值略小。

② 由于光滑贮箱内液体的运动存在非常小的阻尼,所以自由液面波高将以拍的形式缓慢衰减直至趋于稳态,与文献中实验观察现象相符。

5 结论

首先建立了平动矩形贮箱刚-液-弹耦合动力学模型,分析得出耦合系统的固有频率,可以发现:

(1) 给定贮箱运动规律时,刚体只单向对液体运动作用,耦合系统固有频率即为液体固有频率。

(2) 给定水平外力时,刚体与液体运动耦合,耦合系统与液体子系统固有频率比较,反对称模态固有频率增大,对称模态固有频率不变。

应用多尺度法分别讨论给定贮箱水平运动规律和给定水平外力时矩形贮箱刚-液耦合系统的一阶主共振,用数值法对近似解析解进行验证,发现:

(1) 一阶主共振时,稳态解高阶模态幅值为小量。

(2) 给定外力时,刚体与液体稳态解定性性态相同,幅频曲线存在跳跃现象和同样的软、硬特性。

(3) 当幅频曲线为软特性时,激励频率小于固有频率,则随激励幅值增大稳态解具有跳跃和多值现象,大于等于固有频率,则随激励幅值增大稳态解幅值连续单调递增;当幅频曲线为硬特性时相

反。

(4) 随液深变化幅频特性软、硬特性转换,液深值较小时为硬特性,液深值较大时为软特性。

(5) 给定外力时,刚体质量与液体密度的比值影响幅频曲线软、硬特性转换临界液深的大小,通过变化曲线观察到,随刚体质量与液体密度比值的增大,临界液深单调递增且具有水平渐进线;但给定刚体运动规律时,刚体质量与液体密度的比值对临界液深没有影响。

(6) 给定外力或给定刚体运动规律时重力加速度、阻尼、激励对软硬特性转换临界液深均没有影响。

参考文献:

- [1] 莫依舍夫 H H, 鲁面采夫 B B. 充液刚体动力学[M]. 韩子鹏译. 北京: 宇航出版社, 1992.
Moiseev N N, Romyantsev V V. Dynamics of liquid-filled rigid body [M]. Beijing: Aerospace Press, 1992. (in Chinese)
- [2] Abramson H N. The dynamic behavior of liquids in moving containers [R]. NASA: SP106, 1966.
- [3] Odd M Faltinsen. A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks [J]. Journal of Ship Research, 1974, 18(4): 224~241.
- [4] 马兴瑞. 航天动力学——若干问题进展及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
Ma Xingrui. Dynamics of spacecraft—developments and applications of some problems [M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [5] 尹立中. 航天工程中液体大幅晃动及贮箱类液固耦合动力学研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1999.
Yin Lizhong. Study on large sloshing of liquid and dynamics of liquid-solid coupling systems [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1999. (in Chinese)
- [6] Odd M Faltinsen, Olav F Rognebakke, Ivan A Lukovsky, Alexander N Timokha. Multidimensional modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular tank with finite water depth [J]. J. Fluid Mech., 2000, 407: 201~234.
- [7] Odd M Faltinsen, Alexander N Timokha. Asymptotic modal approximation of nonlinear resonant sloshing in a rectangular tank with small fluid depth [J]. J. Fluid Mech., 2002, 470: 319~357.
- [8] 陈科, 李俊峰, 王天舒. 矩形贮箱内液体非线性晃动动力学建模与分析[J]. 力学学报, 2005, 37(3): 339~344.
Chen Ke, Li Junfeng, Wang Tianshu. Nonlinear dynamics modeling and analysis of liquid sloshing in rectangular tanks [J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(3): 339~344. (in Chinese)
- [9] 王照林, 刘延柱. 充液系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2002.

- Wang Zhaolin, Liu Yanzhu. Dynamics of liquid-filled systems [M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)
- [10] 曾江红. 多腔充液自旋系统动力学与液体晃动三维非线性数值研究[D]. 北京: 清华大学工程力学系, 1996.
- Zeng Jianghong. Dynamics of spinning system with partially liquid-filled tanks and numerical study of three-dimensional nonlinear liquid sloshing [D]. Beijing: Tsinghua University, 1996. (in Chinese)
- [11] 徐刚. 大型薄壁结构与大晃动粘性流体的流固耦合数值研究[D]. 北京: 清华大学工程力学系, 2003.
- Xu Gang. Numerical study on fluid-structure interaction between large-scale thin-walled structures and viscous fluid with large sloshing [D]. Beijing: Tsinghua University, 2003. (in Chinese)
- [12] 岳宝增, 刘延柱, 王照林. 三维液体非线性晃动动力学特性的数值模拟[J]. 应用力学学报, 2001, 18(1): 110~115.
- Yue Baozeng, Liu Yanzhu, Wang Zhaolin. ALE finite element method for three-dimensional large amplitude liquid sloshing using fractional step method [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2001, 18(1): 110~115. (in Chinese)
- [13] 岳宝增. 俯仰激励下三维液体大幅晃动问题研究[J]. 力学学报, 2005, 37(2): 199~203.
- Yue Baozeng. Three-dimensional large amplitude liquid sloshing under pitching excitation [J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(2): 199~203. (in Chinese)
- [14] 李遇春, 楼梦麟. 渡槽中流体非线性晃动的边界元模拟[J]. 地震工程与工程振动, 2000, 20(2): 51~56.
- Li Yuchun, Lou Menglin. BEM simulation of nonlinear sloshing for aqueduct fluid [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2000, 20(2): 51~56. (in Chinese)

(上接第 14 页)

- [8] 刘永昌, 关淑贤, 任贵兴, 杨青. 地震模拟振动台波形再现定量判别法[J]. 地震工程与工程振动, 1998, 18(1): 109~112.
- Liu Yongchang, Guan Shuxian, Ren Guixing, Yang Qing. A quantitative method for wave reappearance on earthquake simulation shaking table [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1998, 18(1): 109~112. (in Chinese)
- [9] Soong T T, Spencer Jr B F. Supplemental energy dissipation: State-of-the-art and state-of-the- practice [J]. Engineering Structures, 2002, 24: 243~259.
- [10] Nakashima M, Masaoka N. Real-time on-line test for MDOF systems [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1999, 28: 393~420.
- [11] Horiuchi T, Inoue M, Konno T, Namita Y. Real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1999, 28: 1121~1141.
- [12] Wu B, Bao H, Ou J, Tian S. Stability and accuracy analysis of central difference method for real-time substructure testing [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2005, 34: 705~718.
- [13] Wu B, Xu G, Wang Q, Williams M S. Operator -splitting method for real-time substructure test [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2006, 35: 293~314.
- [14] Wu B, Wang Q, Ou J. Stability analysis of operator-splitting method for real-time substructure testing with actuator delay and compensation [C]. In: Proceedings of the 2005 Asian-Pacific Network of Centers for Earthquake Engineering Research (ANCER) Annual Meeting, jeju, Korea, 2005.
- [15] 李进, 王焕定, 张永山, 赵桂峰. 高阶单步实时动力子结构实验技术研究[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(1): 97~101.
- Li Jin, Wang Huanding, Zhang Yongshan, Zhao Guifen. The research of a high order single step method for real-time substructure testing [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 25(1): 97~101. (in Chinese)
- [16] Zwillinger D. Standard mathematical tables and formulae [M]. Boca Raton: CRC Press, 1991.